

SPONTANI ZLOM PARNOSTI

LARA KRAŠOVEC

Fakulteta za matematiko in fiziko
Univerza v Ljubljani

V 50. letih prejšnjega stoletja je vrsta eksperimentov potrdila maksimalno kršitev parnosti v šibkih interakcijah. S tem je bila ovržena ideja o zrcalno simetričnem vesolju, na kakršnega bi sicer lahko sklepali na podlagi pod parnostjo simetričnih močne in elektromagnetne interakcije. V članku je ta neprijetnost obravnavana v okviru levo-desno simetričnega modela (LRSM), ki kršitev parnosti pojasnjuje s spontanim zlomom parnosti (SPB), kar omogoča ohranitev parnosti pri višjih energijah.

SPONTANEOUS PARITY BREAKING

Experiments conducted in the 1950s confirmed maximal violation of parity in weak interactions. This disproved the idea of a parity-symmetric universe inferred from parity conservation observed in strong and electromagnetic interactions. This article explains this discrepancy within the framework of the Left-Right Symmetric Model (LRSM), which accounts for parity violation through spontaneous parity breaking (SPB), allowing for the restoration of parity at high energies.

1. Uvod

Parnost oziroma inverzijo prostora si lahko predstavljamo kot transformacijo med dvema zrcalnima svetovoma, kar ponazorimo s spremembo predznaka krajevnih koordinat: $\vec{r} \rightarrow -\vec{r}$. Pričakovali bi, da so v obeh zrcalnih svetovih fizikalni zakoni enaki, kar bi pomenilo, da sta svetova pod parnostjo simetrična. Iz simetrij v fiziki sledijo ustrezni ohranitveni zakoni [1]. Tako kot translacijska simetrija pomeni ohranitev gibalne količine, lahko takšni zgoraj omenjeni levo-desni simetriji pripišemo *ohranitev parnosti* [2].

Na prvi pogled ni očitnega razloga, zakaj procesi ne bi bili pod parnostjo simetrični, parnost pa torej v procesih ohranjena. To je bilo eksperimentalno potrjeno za elektromagnetno in močno interakcijo, v začetku 50. let pa so opazili sumljiv razpad mezonov τ in θ , ki je namigoval na drugačno naravo šibke interakcije. V luči t.i. *uganke* τ - θ sta T. D. Lee in C. N. Yang leta 1956 predlagala eksperimentalno iskanje morebitne kršitve parnosti v šibki interakciji [3]. Manj kot leto kasneje sta bila v reviji *Physical Review* drug zraven drugega objavljena dva pretresljiva članka: eksperiment C. S. Wu in njenih sodelavcev je z anizotropijami v β razpadu ^{60}Co kot prvi pokazal, da je parnost v šibki interakciji maksimalno kršena [4], kar so potrdili tudi Lederman et al. preko razpada piona [5]. Za odkritje kršitve parnosti je bila leta 1957 podeljena Nobelova nagrada [6].

Ob misli na takšno nesimetrično vesolje nam je lahko upravičeno nelagodno. Presenetljivo ni le dejstvo, da parnost ni v splošnem ohranjena količina, temveč tudi temeljna razlika med šibko interakcijo v standardnem modelu in ostalima dvema interakcijama, ki parnost ohranjata [2]. V 80. letih sta G. Senjanović in N. R. Mohapatra kot rešitev predlagala razširitev standardnega modela v *levo-desno simetrični model* [7]. Ta predvideva *spontani zlom parnosti*, kar omogoča ohranitev parnosti pri višjih energijah in pogojih v zgodnjem vesolju.

V članku bomo najprej ponovili nekatere ključne koncepte relativistične kvantne mehanike in (ne)ohranitev parnosti obravnavali bolj matematično. Ob tem bomo podrobneje razložili tudi eksperiment Wu et al. Nato si bomo okvirno ogledali, kako so interakcije obravnavane v standardnem modelu (SM). V ta namen bomo spoznali osnove umeritvenih teorij v kvantni teoriji polja, kar nas bo pripeljalo do kvantne elektrodinamike (QED). Na preprostem zgledu bomo razložili princip spontanega zloma simetrije in Higgsov mehanizem, kar nam bo pomagalo pri formulaciji šibke interakcije. Sledila bo uvedba levo-desno simetričnega modela (LRSM) z idejno razlago spontanega zloma parnosti.

2. Relativistična kvantna mehanika in kršitev parnosti v šibkih interakcijah

NOTACIJA V RELATIVISTIČNI KVANTNI MEHANIKI

četverec prostor-časa: $x^\mu = (ct, x, y, z) \rightarrow 4\text{-gradient: } \partial^\mu := \left(\frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t}, \vec{\nabla} \right)$

d'Alembertov operator: $\square := \partial_\mu \partial^\mu = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} - \nabla^2$, naravne enote: $\hbar = c = 1$

Namesto iz nerelativistične zveze med energijo E , gibalno količino p in mirovno maso m , kateri ustreza Schrödingerjeva enačba, lahko pri konstrukciji gibalne enačbe izhajamo iz relativistične zveze $E^2 = m^2 + p^2$. Če pri tem upoštevamo $E \rightarrow i \frac{\partial}{\partial t}$ ter $p \rightarrow -i \vec{\nabla}$ in z izrazom delujemo na valovno funkcijo ψ relativističnega delca, dobimo *Klein-Gordonovo enačbo* [8]

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial t^2} - \nabla^2 + m^2 \right) \psi = 0, \quad \text{oziroma} \quad (1)$$

$$\boxed{(\partial_\mu \partial^\mu + m^2) \psi = 0}. \quad (2)$$

Diracova enačba

$$\left(i \gamma^0 \frac{\partial}{\partial t} + i \vec{\gamma} \cdot \vec{\nabla} - m \right) \psi = 0 \quad (3)$$

predstavlja koren enačbe (1) v smislu, da množenje z njeno kompleksno konjugirano obliko povrne Klein-Gordonovo enačbo [8]. Pri tem so γ^0 in $\vec{\gamma} = (\gamma^1, \gamma^2, \gamma^3)$ Diracove γ matrike, definirane v nadaljevanju. Kompaktnje lahko zapišemo

$$\boxed{(i \gamma^\mu \partial_\mu - m) \psi = 0}. \quad (4)$$

DIRACOVE γ MATRIKE V KIRALNI (WEYLOVI) REPREZENTACIJI

Tudi v nadaljevanju se bomo večkrat srečali s setom unitarnih 4x4 matrik $\gamma^0, \gamma^1, \gamma^2$ in γ^3 , ki so v kiralni reprezentaciji [9] definirane kot

$$\gamma^0 = \begin{pmatrix} 0 & I_2 \\ I_2 & 0 \end{pmatrix} \quad \text{in} \quad \gamma^i = \begin{pmatrix} 0 & \sigma_i \\ -\sigma_i & 0 \end{pmatrix}, \quad i = 1, 2, 3, \quad (5)$$

kjer so σ_i Paulijeve matrike, I_2 pa predstavlja 2x2 identiteto.

Diracove γ matrike druga z drugo antikomutirajo, torej $\{\gamma^i, \gamma^j\} = \gamma^i \gamma^j + \gamma^j \gamma^i = 0$ za $i \neq j$. Velja $(\gamma^0)^2 = 1$ in $(\gamma^1)^2 = (\gamma^2)^2 = (\gamma^3)^2 = -1$. Pomembna je še dodatna, peta matrika [10]

$$\gamma^5 := -i \gamma^0 \gamma^1 \gamma^2 \gamma^3 = \begin{pmatrix} I_2 & 0 \\ 0 & -I_2 \end{pmatrix}. \quad (6)$$

Ker Diracova enačba vsebuje 4x4 matrike, so njene rešitve 4-komponentni stolpični vektorji – *Diracovi spinorji*. Opisujejo delce s spinom $\frac{1}{2}$ in maso m (*Diracove fermione*), ki imajo lahko pozitivno ali negativno energijo in spin \uparrow ali \downarrow . Stanja z negativno energijo predstavljajo *antidelce*. Klein-Gordonova enačba od svojih rešitev ne zahteva te dodatne spinske prostorske stopnje (\uparrow ali \downarrow), zato opisuje delce s spinom 0 – *skalarne bozone*.

Pridruženi spinor $\bar{\psi}$ definiramo kot

$$\bar{\psi} = \psi^\dagger \gamma^0 \quad (7)$$

in zadošča pridruženi Diracovi enačbi [11]

$$i\partial_\mu \bar{\psi} \gamma^\mu + m\bar{\psi} = 0. \quad (8)$$

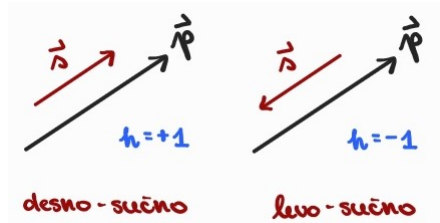
2.1 Sučnost, ročnost in parnost

2.1.1 Sučnost (helicity)

Definiramo lahko operator *sučnosti*, ki ga moramo zaradi strukture Diracovih spinorjev zapisati v bločno matrični obliki

$$\hat{\mathcal{H}} = \begin{pmatrix} \frac{\vec{\sigma} \cdot \vec{p}}{|\vec{p}|} & 0 \\ 0 & \frac{\vec{\sigma} \cdot \vec{p}}{|\vec{p}|} \end{pmatrix} = \frac{\vec{\Sigma} \cdot \vec{p}}{|\vec{p}|}, \quad \vec{\Sigma} = \begin{pmatrix} \vec{\sigma} & 0 \\ 0 & \vec{\sigma} \end{pmatrix}. \quad (9)$$

Pri tem so $\vec{\sigma} = (\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z)$ Paulijeve matrike. Operator (9) komutira z Diracovim Hamiltonianom $(i\gamma^i \gamma^0 \vec{\nabla} + \gamma^0 m)$, torej je sučnost konstanta gibanja [1]. Z $(\vec{\sigma} \cdot \vec{p})/|\vec{p}|$ je označena projekcija spina delca na smer njegove gibalne količine. Za fermion s spinom $s = 1/2$ si lahko predstavljamo, da morata biti možni projekciji spina na smer gibanja $s_{\vec{p}} = \pm 1/2$. Ker vemo, da je $\vec{\sigma} = 2\vec{s}$ [1], sta torej lastni vrednosti operatorja sučnosti $h = \pm 1$, kar ustreza *desno-sučnemu* in *levo-sučnemu* delcu, kot je prikazano na sliki 1.



Slika 1. Ponazoritev lastnih stanj operatorja sučnosti za lastni vrednosti $h = \pm 1$.

Sučnost v splošnem ni neodvisna od izbire opazovalnega sistema. Če slika 1 predstavlja sistem S , si lahko zamislimo sistem S' , ki prehiteva prvega do te mere, da se za opazovalca v S' delca gibljeta v nasprotni smeri. Spin se pri tem ohrani. To obrne njuno sučnost. Brezmasni delci so ultrarelativistični – gibljejo se s hitrostjo c , torej ne obstaja sistem S' , ki bi se gibal hitreje od S . Sučnost je torej Lorentzovo invariantna samo za $m = 0$ [11].

2.1.2 Ročnost oz. kiralnost (chirality)

Vpeljemo lahko podobno, a Lorentzovo invariantno količino: *ročnost* oz. *kiralnost*. Operator ročnosti definiramo kot peto γ matriko (6) $\hat{\mathcal{X}} = \gamma^5$. Ta za $m \neq 0$ ne komutira z Diracovim Hamiltonianom in torej ni ohranjena količina, a je neodvisna od \vec{p} in posledično od opazovalnega sistema. Ker je $(\gamma^5)^2 = 1$, so lastne vrednosti ročnosti $x = \pm 1$; rečemo, da je delec *desno-* ali *levo-ročen*. Sučnost lahko ponazorimo kot na sliki 1, pomen ročnosti pa je težje predstavljen. Gre za intrinzično lastnost [11], kot je to npr. 'levo-ročnost' naše leve roke. Kot je razvidno iz tabele 1, sta sučnost in ročnost zelo enostavni za opis brezmasnih delcev oz. opis v ultrarelativistični limiti ($E \gg m$).

sučnost (helicity)	ročnost (chirality)
projekcija spina na \vec{p}	intrinzična lastnost delca
Lorentzovo invariantna le za $m = 0$	Lorentzovo invariantna
konstanta gibanja	konstanta gibanja le za $m = 0$

Tabela 1. Primerjava sučnosti in ročnosti.

Pokazali bi lahko tudi, da sta pojma takrat enostavno povezana – ročnost in sučnost delcev sta v primeru $m \approx 0$ enaki [12].

2.1.3 Kiralni zapis Diracovih spinorjev

Definiramo lahko projektorja

$$P_L = \frac{1}{2}(1 - \gamma^5) \quad \text{in} \quad P_R = \frac{1}{2}(1 + \gamma^5), \quad (10)$$

ki iz poljubnega stanja delca projicirata njegovo levo- oziroma desno-ročno komponento. Enico tu razumemo kot 4-razsežno identiteto I_4 . Za antidelce sta operatorja P_L in P_R po svoji funkciji ravno zamenjana. To je razvidno iz zapisa z Weylovimi spinorji (glej dodatek 6.1). Ker je $P_L + P_R = 1$, lahko vsako stanje zapišemo kot vsoto desno in levo ročnega stanja [11]:

$$\psi = (P_R + P_L)\psi = P_R\psi + P_L\psi = \psi_R + \psi_L.$$

Poznavanje navedenih projektorjev nam bo pomagalo pri matematični formulaciji narave šibke interakcije.

2.1.4 Parnost (parity)

Operator *parnosti* oz. inverzije prostora $\hat{P} : \vec{r} \rightarrow -\vec{r}; t \rightarrow t$ lahko za Diracove fermione reprezentiramo s

$$\hat{P}\psi(\vec{r}, t) \rightarrow \gamma^0\psi(-\vec{r}, t). \quad (11)$$

Tudi pod parnostjo transformiran Diracov spinor $\gamma^0\psi(-\vec{r}, t)$ zadošča Diracovi enačbi [10]. Če s tako definiranim \hat{P} dvakrat delujemo na stanje ψ , dobimo $\hat{P}^2\psi = (\gamma^0)^2\psi = \psi$, torej za lastne vrednosti operatorja parnosti velja $P = \pm 1$. Vprašamo se lahko, kaj se zgodi z desno- oziroma levo-ročnimi stanji pod transformacijo parnosti. Ker lahko pokažemo $\langle \hat{P}\psi | \gamma^5 | \hat{P}\psi \rangle = \langle \gamma^0\psi | \gamma^5 | \gamma^0\psi \rangle = \langle \psi | (\gamma^0)^\dagger \gamma^5 \gamma^0 | \psi \rangle = \langle \psi | -\gamma^5 | \psi \rangle = -\langle \gamma^5 \rangle$, velja $\hat{P} : \langle \hat{\mathcal{X}} \rangle \rightarrow -\langle \hat{\mathcal{X}} \rangle$. Pod parnostjo torej ročnost spremeni predznak. Desno-ročna stanja postanejo levo-ročna in obratno. Podobno bi lahko razmislili tudi za sučnost, ki je ročnosti sorodna in v brezmasni limiti enaka. Pri transformaciji parnosti velja $\vec{r} \rightarrow -\vec{r}$, zato vidimo $\vec{v} \rightarrow -\vec{v}$, $\vec{p} = -\vec{p}$, $\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p} \rightarrow (-\vec{r}) \times (-\vec{p}) = \vec{L}$. Pod parnostjo se spin torej ne spremeni, gibalna količina pa zamenja predznak, kar pomeni, da se tudi sučnost delca obrne. Stanja so tako *kiralna* – niso identična svoji zrcalni sliki.

2.2 Eksperimentalna potrditev kršitve parnosti v šibkih interakcijah

2.2.1 Uganka τ - θ ali razpad mezona K

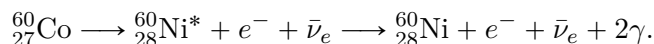
V 50. letih sta bila opažena dva razpadna procesa z različnima parnostima končnega stanja:

$$\tau^+ \longrightarrow \pi^+ + \pi^0 \quad \text{in} \quad \theta^+ \longrightarrow \pi^+ + \pi^+ + \pi^-.$$

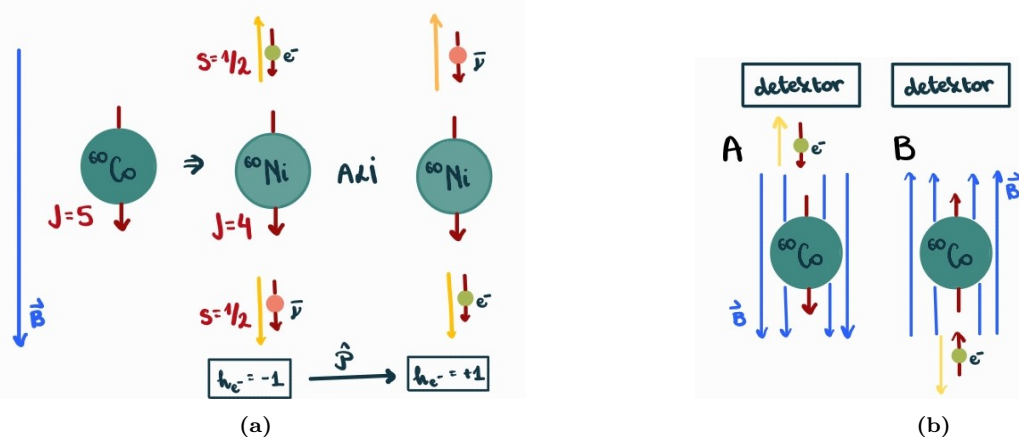
Intrinzična parnost piona je $P(\pi) = -1$ [13], parnost pa je multiplikativno kvantno število. Če bi bila parnost ohranjena, bi morali zato začetni stanji imeti različni parnosti: $P(\tau) = +1$ in $P(\theta) = -1$. Vse ostale meritve so nakazovale, da imata delca sicer enaki masi in enaka razpadna časa. Iz tega sledi nenavaden zaključek – ali gre za dva različna delca, ki ju lahko ločimo le po njuni intrinzični parnosti, ali pa gre za isti delec in parnost v šibkih interakcijah ni ohranjena. To vprašanje so poimenovali *uganka τ - θ* .

2.2.2 Eksperiment Wu et al.

Odgovor je nekaj mesecev za tem ponudil eksperiment Chien-Shiung Wu in njenih sodelavcev. Opazovali so razpad ^{60}Co v močnem zunanjem magnetnem polju in porazdelitev nastalih elektronov. Gre za razpad β^- , ki je posledica šibke interakcije. Sledi elektromagnetni razpad vzbujenega $^{60}\text{Ni}^*$ v osnovno stanje, pri čemer sta emitirana dva fotona:



V močnem zunanjem magnetnem polju so atomi ^{60}Co , ohlajeni na temperaturo blizu absolutne ničle [4], s svojim magnetnim momentom poravnani v smeri polja, kot je ponazorjeno na skici 2a. Iz ohranitve gibalne količine in ohranitve vrtilne količine sledi, da morata v razpadu nastala e^- in $\bar{\nu}_e$ odleteti vsaksebi, pri čemer sta njuna spina usmerjena v smeri magnetnega polja. Vemo, da se pri zrcaljenju sučnost delca obrne. Na skici prikazani možnosti torej ustrezata transformaciji parnosti. Da bi bila šibka interakcija pod parnostjo simetrična, v razpadu ne bi smela obstajati preferenčna smer, v katero bi posamezni delci odleteli. Tako kot za fotone, nastale v naslednjem koraku prek elektromagnetne interakcije, ki ohranja parnost, bi pričakovali izotropno porazdelitev elektronov. Obe možnosti na skici 2a bi morali biti enako verjetni - zaznali bi tako levo-sučne kot desno-sučne elektrone, kar bi pomenilo desno-sučne in levo-sučne antinevtrine. Za nevtrine lahko upoštevamo ultrarelativistično limito in jih obravnavamo kot brezmasne, torej s takšno posredno meritvijo njihove sučnosti poznamo tudi njihovo ročnost.



Slika 2. a. Skica možnih izidov razpada, če parnost ne bi bila kršena. Rumene puščice označujejo smer gibalne količine produktov, rdeče pa spin. **b.** Ponazorjeni sta dve konfiguraciji eksperimenta, ki se razlikujeta v smeri magnetnega polja. Rdeče puščice ponovno označujejo spin, rumene pa smer gibanja delcev. Narisani so zgolj elektroni, saj antinevtrinov ni bilo mogoče zaznati. Eksperiment ni opazil desno-ročnih elektronov, ki bi odleteli v nasprotni smeri prikazanih levo-ročnih elektronov, zato tudi ti niso vključeni v skico.

Dejanski eksperiment ni temeljil na detekciji elektronov na dveh straneh kobaltovega vzorca, temveč na spremembi orientacije magnetnega polja, kar ima enak učinek [4]. S setom drugih detektorjev so spremljali izotropnost porazdelitve žarkov γ , kar je omogočalo kontrolno primerjavo z meritvijo elektronov. Pričakovali bi enake rezultate meritev A in B na shemi 2b. Detektor bi tako v primeru A opazil levo-sučne, v primeru B pa desno-sučne elektrone. Zaznali so izrazito več dogodkov v konfiguraciji A, kar pomeni, da je preferenčna smer gibanja elektronov v razpadu nasprotna smeri njihovega spina. Obratno velja za antinevtrine. Šibka interakcija torej krši parnost.

Implikacije tega rezultata so daljnosežne. V šibkih interakcijah nastopajo le levo-ročni delci in desno-ročni antidelci. Če obstajajo desno-ročni nevtrini in levo-ročni antinevtrini, jih ne moremo zaznati, saj ne sodelujejo v nobeni drugi interakciji. Hkrati smo dobili tudi odgovor, da sta τ in θ torej isti delec – mezon K, ki lahko razpade na dva različna načina. Predvsem pa je presenetljivo, da se šibka interakcija tako fundamentalno razlikuje od kvantne kromodinamike (QCD) ter QED in krši simetrijo, ki jo v ostalih interakcijah obravnavamo kot samoumevno.

3. Spontani zlom simetrije (SSB) in Higgsov mehanizem

Preden se lotimo obravnave spontanega zloma parnosti (SPB) v okviru LRSM, se moramo spoznati s sorodnim konceptom spontanega zlom simetrije (SSB) in Higgsovim mehanizmom.

3.1 Lagrangeova dinamika v relativistični teoriji polja

V nadaljevanju bomo delce obravnavali v kontekstu njihovih polj. Euler-Lagrangeove enačbe $\frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} - \frac{\partial L}{\partial q_i} = 0$, ki smo jih spoznali pri klasični mehaniki, lahko za relativistično polje formuliramo kot

$$\partial_\mu \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial (\partial_\mu \phi_i)} - \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \phi_i} = 0, \quad i = 1, 2, 3, \dots \quad (12)$$

Uvedli smo *Lagrangeovo gostoto* \mathcal{L} in upoštevali, da ta ni več funkcija koordinat q_i , temveč *polj* ϕ_i . Ker gre za relativistično teorijo, časovne in krajevne koordinate obravnavamo ekvivalentno, kar časovni odvod in gradient spremeni v 4-gradient.

ELEKTROMAGNETNO POLJE IN TEORIJA RELATIVNOSTI

Spomnimo se, da lahko zapišemo kovariantni 4-vektor *EM potenciala* $A^\mu = (\varphi, \vec{A})$ in relativistični tenzor *EM polja*

$$F_{\mu\nu} = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu. \quad (13)$$

Vso dosedanjo obravnavo delcev, interakcij in simetrij bomo prevedli na zapis z ustreznimi Lagrangeovimi gostotami. Spodnji Lagrangiani [14] ob upoštevanju (12) podajo točno gibalne enačbe za skalarne bozone (delce s $s = 0$, torej Higgsov bozon), za Diracove spinorje – fermione ($s = \frac{1}{2}$, npr. e^-) in za vektorske bozone ($s = 1$, npr. γ) [8]. Iz \mathcal{L}_D tako prek (12) dobimo Diracovo enačbo.

- *Klein-Gordonov Lagrangian* za **skalarno** ($s = 0$) polje ϕ : $\mathcal{L}_{KG} = \frac{1}{2}(\partial_\mu \phi)(\partial^\mu \phi) - \frac{1}{2}m^2 \phi^2$
- *Diracov Lagrangian* za **fermionsko** ($s = \frac{1}{2}$) polje ψ : $\mathcal{L}_D = i\bar{\psi}\gamma^\mu \partial_\mu \psi - m\bar{\psi}\psi$
- *Procin Lagrangian* za **vektorsko** ($s = 1$) polje A^μ : $\mathcal{L}_P = -\frac{1}{16\pi} F^{\mu\nu} F_{\mu\nu} + \frac{1}{8\pi} m^2 A^\nu A_\nu$

Gre za *Lagrangiane prostih polj*, ki vključujejo *kinetični člen* (vsebuje odvode) in *masni člen* (kvadratni člen z maso m delcev, ki so nosilci polja) brez upoštevanja morebitnih sklopitev med polji [14]. V naslednjem koraku nas zato čaka dodajanje *interakcijskih členov*.

3.2 Osnove umeritvenih teorij: elektromagnetna (EM) interakcija

Vse fundamentalne interakcije v standardnem modelu generiramo z umeritvijo Lagrangeove funkcije tako, da je ta *lokalno invariantna* [8]. Teoriji polja, ki sloni na takšni zahtevi po invariantnosti pod lokalnimi faznimi transformacijami, rečemo *umeritvena teorija*. Princip si najlažje ogledamo na primeru kvantne elektrodinamike (QED).

Diracov Lagrangian $\mathcal{L}_D = i\bar{\psi}\gamma^\mu \partial_\mu \psi - m\bar{\psi}\psi$ je invarianten na *globalno* fazno transformacijo $\psi \rightarrow e^{i\delta} \psi$ oziroma $\bar{\psi} \rightarrow e^{-i\delta} \bar{\psi}$, ni pa invarianten na *lokalno* fazno transformacijo, kjer je faza $\delta = \delta(x^\mu)$, kar lahko pokažemo z naslednjim izračunom:

$$\mathcal{L}_D \longrightarrow i(\partial_\mu i\delta(x^\mu))\bar{\psi}\gamma^\mu \psi + i\bar{\psi}\gamma^\mu \partial_\mu \psi - m\bar{\psi}\psi = \mathcal{L}_D - (\partial_\mu \delta)\bar{\psi}\gamma^\mu \psi = \mathcal{L}_D + q\bar{\psi}\gamma^\mu \psi (\partial_\mu \Lambda). \quad (14)$$

Vpeljali smo $\delta = -q\Lambda$ [15], kjer sta q naboj in Λ skalarna funkcija. Odvečnega člena na desni se lahko znebimo tako, da prilagodimo začetni Lagrangian:

$$\mathcal{L}_D \longrightarrow \mathcal{L} = \mathcal{L}_D - q\bar{\psi}\gamma^\mu\psi A_\mu, \quad (15)$$

kjer zahtevamo, da se A_μ transformira kot $A_\mu \rightarrow A_\mu + \partial_\mu\Lambda$ [1]. Ob lokalni transformaciji nam bo to ravno absorbiralo odvečen člen v izrazu (14). Tak Lagrangian \mathcal{L} je lokalno invarianten, a vsebuje novo polje A_μ , ki se sklapija z Diracovim (fermionskim) poljem ψ . Da ga korektno vpeljemo, moramo v Lagrangian dodati še ustrezen prost člen za samo polje A_μ . Ker je to vektorsko polje [14], je ta prost člen Procin Lagrangian $\mathcal{L}_P = -\frac{1}{16\pi}F^{\mu\nu}F_{\mu\nu} + \frac{1}{8\pi}m_A^2 A^\nu A_\nu$, a moramo biti pozorni, da z dodatkom ne pokvarimo pravkar dosežene invariantnosti skupne funkcije \mathcal{L} . Člen z $A^\nu A_\nu$ se pri transformaciji $A_\mu \rightarrow A_\mu + \partial_\mu\Lambda$ izkaže za problematičnega, zato ga elegantno izločimo z zahtevo, da je polje A_μ brezmasno ($m_A = 0$), kar velja za fotone kot nosilce EM polja. Tako smo z lokalno umeritvijo Diracove Lagrangeove gostote dobili *Lagrangian kvantne elektrodinamike*

$$\mathcal{L}_{QED} = [i\bar{\psi}\gamma^\mu\partial_\mu\psi - m\bar{\psi}\psi] - \left[\frac{1}{16\pi}F^{\mu\nu}F_{\mu\nu} \right] - q\bar{\psi}\gamma^\mu\psi A_\mu, \quad (16)$$

ki vključuje fermionsko polje ψ z maso delca m in brezmasno vektorsko *umeritveno polje* A_μ , katerega nosilci so brezmasni vektorski bozoni – fotoni. Opazimo tudi interakcijski člen $\mathcal{L}_{int}^{QED} = -q\bar{\psi}\gamma^\mu\psi A_\mu$, ki sklapija obe polji. Če definiramo *kovariantni odvod* $\mathcal{D}_\mu := \partial_\mu + iqA_\mu$, lahko kompaktneje zapišemo

$$\mathcal{L}_{QED} = [i\bar{\psi}\gamma^\mu\mathcal{D}_\mu\psi - m\bar{\psi}\psi] - \left[\frac{1}{16\pi}F^{\mu\nu}F_{\mu\nu} \right]. \quad (17)$$

Na podoben, a za razumevanje zahtevnejši način, lahko obravnavamo tudi kvantno kromodinamiko (QCD), kjer so nosilci interakcije brezmasni gluoni. Zaplete se pri formulaciji šibke interakcije, saj so njeni nosilci (W^\pm in Z^0) masivni, zgoraj pa smo pokazali, da umeritveno vektorsko polje ne sme vsebovati masnega člena, če želimo zagotoviti lokalno umeritveno simetrijo. Mase šibkih bozonov bomo torej morali pojasniti drugače.

 UMERITVENE SIMETRIJSKE GRUPE STANDARDNEGA MODELA

Fazno transformacijo $\psi \rightarrow e^{i\delta}\psi$ lahko razumemo kot množenje ψ z unitarno 1x1 matriko, $U = e^{i\delta}$. Grupo vseh takšnih matrik označujemo z $\mathbf{U}(1)$, zato simetriji, ki smo jo zahtevali pri QED, rečemo *U(1) umeritvena simetrija* [14]. Podobno pri QCD zahtevamo invariantnost pri lokalni transformaciji, ki jo tokrat reprezentiramo z unitarno 3x3 matriko, saj imamo zaradi treh barv kvarkov namesto z enim opravka s tremi Diracovimi polji. To razumemo kot invariantnost pod transformacijami Liejeve grupe $\mathbf{SU}(3)$, pri čemer 'S' zgolj pomeni, da je $\det(U) = 1$ in gre tako za 'special unitary group'.

Ta postopek nam bo prišel prav tudi v nadaljevanju. Zapomnimo si torej, da poljubno polje umerimo pod lokalno $U(1)$ simetrijo tako, da dodamo prost člen za brezmasno vektorsko umeritveno polje in 4-gradient spremenimo v kovariantni odvod \mathcal{D}_μ . Opazimo tudi, da $U(1)$ simetrija pravzaprav pomeni invariantnost na rotacije.

3.3 Invariantnost pod parnostjo in šibka interakcija v SM

Transformacijo parnosti, definirano v podpoglavju 2.1, lahko zapišemo s četverci:

$$\hat{P} : x^\mu(t, \vec{r}) \longrightarrow \tilde{x}^\mu(t, -\vec{r}). \quad (18)$$

Lagrangian je invarianten pod parnostjo, če velja $\hat{P}\mathcal{L}(x)\hat{P}^{-1} = \mathcal{L}(\tilde{x})$. V tem primeru bo imel enake fizikalne posledice tudi v transformiranem sistemu.

Pokažimo, da je pravkar definirana Lagrangeova gostota QED (16) skladna z ohranitvijo parnosti v elektromagnetni interakciji. Interakcijski členi lahko pokvarijo invariantnost, ki sicer velja za Lagrangiane prostih polj [15]. Za QED sedaj poznamo $\mathcal{L}_{int}^{QED} = -q\bar{\psi}\gamma^\mu\psi A_\mu$. Zanima nas $\hat{P}\bar{\psi}\gamma^\mu\psi A_\mu\hat{P}^{-1}$, torej kako se transformirata 4-vektor EM potenciala, A^μ , in *spinorska bilinearna kovarianta* $\bar{\psi}\gamma^\mu\psi$.

SPINORSKE BILINEARNE KOVARIANTE

V splošnem lahko bilinearne kovariante zapišemo kot $\bar{\psi}F\psi$, kjer je F konstantna 4x4 matrika. Nastopajo v interakcijskih členih Lagrangeovih gostot. Njihova spodaj navedena poimenovanja sledijo iz klasifikacije objektov glede na njihovo obnašanje pod parnostjo in pri Lorentzovih transformacijah (glej dodatek 6.2).

- *skalar*: $\bar{\psi}\psi$
 - *vektor*: $\bar{\psi}\gamma^\mu\psi$
 - *pseudoskalar*: $\bar{\psi}\gamma^5\psi$
 - *aksialvektor*: $\bar{\psi}\gamma^\mu\gamma^5\psi$
-

F	I_{4x4}	γ^0	γ^i	γ^5	$\gamma^0\gamma^5$	$\gamma^i\gamma^5$
F_P	I_{4x4}	γ^0	$-\gamma^i$	$-\gamma^5$	$-\gamma^0\gamma^5$	$\gamma^i\gamma^5$

Tabela 2. Navedene so tabelirane transformacije parnosti $F \rightarrow F_P$. Povzeto po [15].

Za A^μ velja $A^\mu = (\varphi, \vec{A}) \rightarrow -\eta^A(\varphi, -\vec{A})$, torej $A^0 \rightarrow -\eta^A A^0$ in $A^i \rightarrow +\eta^A A^i$ za $i \neq 0$. Pri tem smo z η^A označili intrinzično parnost polja A^μ . S pomočjo tabele 2 in navedenih lastnosti A^μ ugotovimo

$$-q\bar{\psi}\gamma^\mu\psi A_\mu \rightarrow +\eta^A q\bar{\psi}\gamma^0\psi A_0 + \eta^A q\bar{\psi}\gamma^i\psi A_i = \eta^A q\bar{\psi}\gamma^\mu\psi A_\mu.$$

Parnost je ohranjena za $\eta^A = -1$, saj takrat velja $\hat{P}\mathcal{L}_{int}(x)\hat{P}^{-1} = \mathcal{L}_{int}(\tilde{x})$.

Kot možno obliko interakcijskega člena si oglejmo še

$$\mathcal{L}_{int} = \bar{\psi}\gamma^\mu(a - b\gamma^5)\psi A_\mu. \quad (19)$$

Ob transformaciji pod parnostjo dobimo

$$a\bar{\psi}\gamma^\mu\psi A_\mu - b\bar{\psi}\gamma^\mu\gamma^5\psi A_\mu \rightarrow \eta^A a\bar{\psi}\gamma^\mu\psi A_\mu + \eta^A b\bar{\psi}\gamma^\mu\gamma^5\psi A_\mu = -\eta^A \bar{\psi}\gamma^\mu(a + b\gamma^5)\psi A_\mu,$$

kar za noben η^A ne bo enako izrazu pred transformacijo. Lagrangian, ki bi vseboval tak interakcijski člen, ni invarianten na \hat{P} in krši ohranitev parnosti [15], torej je primeren za opis šibke interakcije. Eksperimentalni rezultati, kot je rezultat eksperimenta Wu, so potrdili, da je najbolj ustrezen zapis za interakcije z nevtrini, če $a = b = 1$ [16]:

$$\boxed{\mathcal{L}_{int}^W = \bar{\psi}\gamma^\mu(1 - \gamma^5)\psi A_\mu}. \quad (20)$$

Zaradi takšne oblike izraza (20) pravimo, da šibka interakcija parnost krši *maksimalno* in da je interakcija tipa *V-A* (*vektor-aksialvektor*), kot sta to leta 1956 predlagala Feynman in Gell-Mann [17]. Oznaka V-A se nanaša na poimenovanje bilinearnih kovariant, ki interakcijski člen sestavljata.

\mathcal{L}_{int}^W lahko zapišemo tudi v eksplicitno kiralni obliki. V izrazu namreč opazimo projektor $P_L = \frac{1}{2}(1 - \gamma^5)$. Zaradi lastnosti projektorjev $P^2 = P$ lahko zapišemo $\mathcal{L}_{int}^W \propto \bar{\psi}\gamma^\mu P_L^2\psi A_\mu = \bar{\psi}^\dagger P_L \gamma^0 \gamma^\mu P_L \psi A_\mu$. Trenutno nismo pozorni na numerične predfaktorje, saj nas zanima le okvirna narava izraza. Velja $P_L\psi = \psi_L$ ter $\psi^\dagger P_L = \psi_L^\dagger$ in zato

$$\boxed{\mathcal{L}_{int}^W = \bar{\psi}_L \gamma^\mu \psi_L A_\mu}. \quad (21)$$

Iz tega vidimo ekvivalentno interpretacijo kršitve parnosti: v šibki interakciji sodelujejo le levo-ročni delci in desno-ročni antidelci. Omenili smo namreč, da P_L na delce deluje kot projektor levo-, na antidelce pa desno-ročnega stanja.

Opomba: Zgornji izraz je zgolj ilustracija bolj zapletene slike. Šibka in EM sila sta v SM poenoteni v elektrošibko interakcijo, ki jo opišemo z interakcijskimi členi t. i. *nabitega* in *neutrnega toka*. V-A se pri tem nanaša zgolj na interakcije z nevtrini.

3.4 Spontani zlom simetrije (SSB) in Higgsov mehanizem

Mase šibkih bozonov onemogočajo lokalno umeritev, ki smo jo upoštevali pri QED. Brez umeritvene simetrije teorija ni *renormalizabilna*, kar pomeni, da ne moremo odpraviti divergirajočih členov, ki se v njej pojavijo. Težavo zaobidemo tako, da simetrijo lokalno umerjenega brezmasnega polja *spontano zlomimo*. S tem zagotovimo renormalizabilnost in hkrati dobimo ustrezne masne člene. Princip imenujemo *Higgsov mehanizem* [15].

3.4.1 Zlom $U(1)$ simetrije

SSB si oglejmo na preprostem primeru $U(1)$, ki v našem kontekstu nima fizikalne vrednosti, a je poučen. Kako bi prišli do masnih členov polja A_μ , če bi bili fotoni masivni? Obravnavajmo Lagrangian brezmasnega kompleksnega skalarne polja $\phi = \phi_1 + i\phi_2$; $\phi_1, \phi_2 \in \mathbb{R}$, s potencialom $\mathcal{V}(\phi)$:

$$\mathcal{L}(\phi) = \frac{1}{2}(\partial_\mu\phi)^\dagger(\partial^\mu\phi) - \mathcal{V}(\phi); \quad \mathcal{V}(\phi) = -\frac{1}{2}\mu^2\phi^\dagger\phi + \frac{1}{4}\lambda^2(\phi^\dagger\phi)^2; \quad \phi^\dagger\phi = \phi_1^2 + \phi_2^2. \quad (22)$$

Najprej zahtevamo lokalno umeritveno invariantnost za $\phi \rightarrow e^{i\delta(x^\mu)}\phi$, kar smo v podpoglavju 3.2 že izvedli za Diracovo polje ψ . Tudi v tem primeru velja standardni postopek uvedbe brezmasnega umeritvenega polja A^μ in spremembe $\partial_\mu \rightarrow \mathcal{D}_\mu = \partial_\mu + iqA_\mu$. Dobimo umerjeni Lagrangian z lokalno $U(1)$ simetrijo:

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2}(\mathcal{D}_\mu\phi)^\dagger(\mathcal{D}^\mu\phi) - \frac{1}{16\pi}F^{\mu\nu}F_{\mu\nu} + \frac{1}{2}\mu^2\phi^\dagger\phi - \frac{1}{4}\lambda^2(\phi^\dagger\phi)^2. \quad (23)$$

Tak Lagrangian je torej invarianten na rotacije, obe polji – skalarno ϕ in vektorsko A_μ – pa sta zaenkrat brezmasni. Simetrijo zlomimo tako, da poiščemo *minimum potenciala* in Lagrangian zapišemo v okolici te točke, ki jo imenujemo *vakuumaska pričakovana vrednost (vev)* in označimo z $\langle\phi\rangle$. Iz $\frac{\partial\mathcal{V}}{\partial\phi} = 0$ dobimo $(\phi^\dagger\phi)_{min} = (\phi_1^2 + \phi_2^2)_{min} = \frac{\mu^2}{\lambda^2}$. Možnih izbir $\phi_{1,min}$ in $\phi_{2,min}$ je neskončno. Zaradi preprostosti se odločimo za

$$\langle\phi_1\rangle = \frac{\mu}{\lambda} = v, \quad \langle\phi_2\rangle = 0 \quad \longrightarrow \quad \phi_1 := v + H, \quad \phi_2 := \xi. \quad (24)$$

Če desni predpis za ϕ , ki predstavlja razvoj okrog minimuma, vstavimo v prvotni Lagrangian in upoštevamo $\mathcal{D}_\mu = \partial_\mu + iqA_\mu$, dobimo

$$\mathcal{L} = \left[\frac{1}{2}(\partial_\mu H)(\partial^\mu H) - \mu^2 H^2 \right] + \left[\frac{1}{16\pi}F^{\mu\nu}F_{\mu\nu} + \frac{1}{2}q^2 v^2 A_\mu A^\mu \right] + \left[\frac{1}{2}(\partial_\mu \xi)(\partial^\mu \xi) \right] + \dots \quad (25)$$

Sledijo še interakcijski členi, ki za nas na tej točki niso pomembni. Prvi del primerjamo z \mathcal{L}_{KG} (skalarno polje), drugega pa z \mathcal{L}_P (vektorsko polje) ter iz oblike masnih (kvadratnih) členov izluščimo $m_H = \sqrt{2}\mu$ in $m_A = 2\sqrt{\pi}qv$. Prvotni Lagrangian smo zapisali v novi, fizikalno ekvivalentni obliki [14], a ker smo za masne člene pokazali, da onemogočajo umeritev, opazimo, da je simetrija $U(1)$ izginila: spontano smo jo zlomili. Tretji del izraza (25) zaenkrat predstavlja *Goldstoneov bozon* – brezmasni skalar, ki se je pojavil ob zlomitvi simetrije. Ko gre za dejanske teorije, nas ta zmoti, saj takšnega delca v naravi ne opazimo. Odpravimo ga lahko s primerno prilagoditvijo polja ϕ . Izkoristimo dejstvo, da je začetni Lagrangian invarianten za lokalne $U(1)$ transformacije (rotacije). Polje lahko 'zavrtimo' tako, da dobimo $\phi_2 = 0$ in iz tega $\xi = 0$. Ta izbira je s stališča začetnega Lagrangiana povsem arbitrarna in nam v tem primeru izniči moteče člene [14]. Kar ostane, sta polji H in A_μ ter njune interakcije, najbolj pa nas navduši, da je vektorsko umeritveno polje A_μ , ki mu v podpoglavju 3.2 nismo znali pripisati mase, dobilo masni člen.

Izbira oblike potenciala ni bila naključna. Tak potencial – *Higgsov potencial* – je invarianten na rotacije (ima $U(1)$ simetrijo) in omogoča minimume, v okolici katerih ta simetrija ni prisotna. 'Spontanost' zloma simetrije se nanaša na dejstvo, da smo izhajali iz simetričnega Lagrangiana; le lastnosti vakuuma (minimumov) so takšne, da je ta tam prikrita (glej dodatek 6.3).

3.4.2 Higgsov mehanizem in šibka interakcija v standardnem modelu

Kot smo pokazali na preprostem primeru, s spontano zlomitvijo simetrije generiramo mase vektorskih bozonov. S tem lahko torej opišemo mase nosilcev šibke interakcije, kar se bo izkazalo za ključno tudi pri naši obravnavi kršitve parnosti.

V standardnem modelu sta šibka in elektromagnetna interakcija poenoteni v *elektrošibko*. Njena simetrijska umeritvena grupa je $SU(2)_L \times U(1)_Y$, kjer $SU(2)_L$ opisuje šibko interakcijo. To pomeni, da levo-ročne leptone obravnavamo kot dublete (e_L, ν_L), desno-ročne pa kot singlete (e_R) [15]. Lokalna simetrija, ki jo tu zlomimo v okviru Higgsovega mehanizma, je $SU(2)_L$:

$$SU(2)_L \times U(1)_Y \xrightarrow{SSB} U(1)_Q. \quad (26)$$

Celotna izpeljava je precej zahtevnejša od primera z $U(1)$ in je ne bomo navajali, lahko pa orišemo ključne ideje. Izhajamo iz enakega potenciala $\mathcal{V}(\phi)$ kot v zgledu (22), poiščemo vev $\langle \phi \rangle$ in spontano zlomimo simetrijo. S tem dobimo izraza za mase

$$M_{W^\pm} = \frac{1}{2}gv \quad \text{in} \quad M_Z = \frac{1}{2}(g^2 + g'^2)^{\frac{1}{2}}v, \quad (27)$$

kjer v pomeni *skalo simetrije* in je definiran enako kot v (24). Z g in g' sta označeni sklopitveni konstanti šibke in EM interakcije. Hkrati dobimo masivno skalarno polje H Higgsovega bozona, kot se je to zgodilo tudi v primeru $U(1)$. Mehanizem nas pripelje do interakcijskih členov [15], ki so za interakcije z nevtrini pričakovano kiralni in podobne oblike, kot smo jih formulirali v 3.3, torej V-A.

V zgornjem postopku je simetrija z razvojem okrog $\langle \phi \rangle$ zlomljena spontano, parnost pa *ne*. Ta je zlomljena *ad hoc*, še pred prvim korakom: s samo izbiro simetrije kot $SU(2)_L$, ki favorizira levo-ročne delce in je torej že v osnovi kiralna. Elektrošibka teorija v okviru standardnega modela tako ne pojasnjuje kršitve parnosti, temveč jo zgolj upošteva. Sicer ne moremo zares zahtevati pojasnila za fizikalno naravo procesov – stvari so takšne, kot so, in teorija se mora v prvi vrsti ujemati z eksperimentalnimi dejstvi, a pri tem obstajajo eksplicitni in manj eksplicitni ('spontani') načini za doseg tega ujemanja.

4. Spontani zlom (SPB) in ponovna vzpostavitev parnosti

Povsem *spontani zlom parnosti* je mogoč v okviru *levo-desno simetričnega modela*. V prejšnjem poglavju smo ugotovili, da je izid spontanega zloma simetrije, ki je ključen za opis šibke interakcije, odvisen od izbire umeritvene simetrijske grupe, potenciala \mathcal{V} in nato še od izbire vev. LRSM sloni na grupi $SU(2)_L \times SU(2)_R \times U(1)_{B-L}$, ki levo- in desno-ročne komponente v osnovi obravnava enako. Predvideva obstoj desno-ročnih nevtrinov ν_R in tudi novih šibkih bozonov W_R^\pm, Z_R ki sklapljajo desno-ročne delce. Potencial v LRSM je temu primerno zapleten [18], a za naše razumevanje zadoščajo spodnji členi:

$$\mathcal{V}(\phi, \Delta_L, \Delta_R) = -\mu^2[\phi^\dagger\phi] + \lambda[\phi^\dagger\phi]^2 - \nu([\Delta_L\Delta_L^\dagger] + [\Delta_R\Delta_R^\dagger]) + \rho\left([\Delta_L\Delta_L^\dagger]^2 + [\Delta_R\Delta_R^\dagger]^2\right) + \dots \quad (28)$$

Prva dva člena sta nam že znana – gre za navadni Higgsov potencial. Naslednji členi vpeljejo dve novi kompleksni skalarni polji, Δ_L in Δ_R , pri čemer je ključno, da sta zastopani na povsem enakopraven način. Tudi potencial je torej v svoji osnovi akiralen. V SM nas je Higgsov potencial

prek ϕ pripeljal do polja H s Higgsovimi bozoni. Ker v potencialu LRSM nastopata še Δ_L in Δ_R poleg ϕ , LRSM predvideva t. i. razširjen Higgsov sektor z desetimi skalarnimi bozoni [18]. Naslednji ključni razmislek je določanje vev. SSB lahko ponazorimo s spodnjo shemo:

$$SU(2)_L \times SU(2)_R \times U(1)_{B-L} \xrightarrow{SSB} SU(2)_L \times U(1)_Y \xrightarrow{SSB} U(1)_Q, \quad (29)$$

$$SU(2)_R \xrightarrow{SSB} v, v_R \quad SU(2)_L \xrightarrow{SSB} v_L. \quad (30)$$

Spomnimo se, da v SM skalo simetrije dobimo iz vev in igra vlogo pri masah bozonov. Tako so zgoraj navedeni $v = \langle \phi \rangle$, $v_L = \langle \Delta_L \rangle$ in $v_R = \langle \Delta_R \rangle$ skale simetrije v LRSM. Mase levih in desnih šibkih bozonov $W_{L,R}^\pm$ so v prvem redu z vev povezane kot $M_{W_L^\pm} \propto v$ in $M_{W_R^\pm} \propto v_R$. V primeru LRSM je vev določen s sistemom enačb $\frac{\partial \mathcal{V}}{\partial \phi} = 0$, $\frac{\partial \mathcal{V}}{\partial \Delta_L} = 0$ in $\frac{\partial \mathcal{V}}{\partial \Delta_R} = 0$. Minimum potenciala si predstavljamo kot točko $(\phi, \Delta_L, \Delta_R) = (v, v_L, v_R)$. Takih rešitev je več, bistvo LRSM pa se skriva v izbiri tiste, za katero skali simetrije v in v_R nista enaki in posledično $M_{W_L} \neq M_{W_R}$. S tem *spontano zlomimo parnost*, saj izničimo simetrijo $L \leftrightarrow R$ in teorija postane kiralna.

4.1 Ponovna vzpostavitev parnosti v LRSM

Natančneje lahko predpostavimo $v_R \gg v \gg v_L$, kar pomeni, da so v LRSM desni nosilci interakcij veliko bolj masivni od do sedaj eksperimentalno potrjenih levih šibkih bozonov. To bi pojasnilo opaženo kršitev parnosti pri trenutnih energijah. Poenostavljeno si lahko predstavljamo, da se v LRSM interakcijskemu členu (21) pridruži še njegov desno-ročni analog in dobimo $\bar{\psi}_L \gamma^\mu \psi_L A_{\mu,L} + \bar{\psi}_R \gamma^\mu \psi_R A_{\mu,R}$. Idejno to pomeni, da interakcija v svoji osnovi ni tako izrazito pod parnostjo nesimetrična, a so zaradi velikih mas desnih bozonov (reda velikosti nekaj TeV [18]) njihovi efekti opazni šele pri energijah, ki jih zaenkrat še ne dosegamo. To lahko razumemo kot delno restavracijo parnosti pri višjih energijah – simetričnost procesov, ki sicer izhajajo iz Lagrangiana s spontano zlomljeno parnostjo. Bolj radikalna je ideja, da je bila sama oblika potenciala (28) pri visokih temperaturah v zgodnjem vesolju drugačna in ni omogočala SPB, zaradi česar je bila parnost ohranjena [19, 20].

5. Zaključek

Maksimalno kršitev parnosti v šibkih interakcijah, prvič potrjeno z eksperimentom Wu in njenih sodelavcev leta 1957, lahko razložimo z levo-desno simetričnim modelom. Ta v nasprotju s standardnim modelom, v katerem je kršitev parnosti zahtevana eksplicitno, temelji na enakovredni obravnavi levo- in desno-ročnih delcev. Parnost je pri tem zlomljena spontano, z izbiro minimuma potenciala, kjer velja $v_R \neq v$. S tem so povezane velike mase dodatnih bozonov, ki jih predvideva levo-desno simetrični model in katerih efekti bi torej lahko bili opazni pri višjih energijah.

6. Dodatki

6.1 Dodatek A: Weylovi spinorji

WEYLOVA ENAČBA IN WEYLOVI SPINORJI

S faktorizacijo KG enačbe za $m = 0$ dobimo

$$\text{desno-ročno } \boxed{(E - \vec{\sigma} \cdot \vec{p})\phi_R = 0} \quad \text{in } \text{levo-ročno } \boxed{(E + \vec{\sigma} \cdot \vec{p})\phi_L = 0} \quad \text{Weylovo enačbo.} \quad (31)$$

Njune rešitve so dvokomponentni *Weylovi spinorji*, ki so lastna stanja operatorja sučnosti in hkrati ročnosti ($m = 0$). Bolj natančno so rešitve prve enačbe (ϕ_R) desno-ročni (RH) delci in levo-ročni (LH) antidelci, rešitve druge (ϕ_L) pa LH delci in RH antidelci.

To lahko preprosto pokažemo s preoblikovanjem enega od zgornjih izrazov, npr.

$$(\vec{\sigma} \cdot \vec{p})\phi_R = E\phi_R.$$

Upoštevamo, da za brezmasne delce velja $E = \pm|\vec{p}|$ in dobimo

$$\frac{\vec{\sigma} \cdot \vec{p}}{|\vec{p}|}\phi_R = \pm\phi_R,$$

kjer pozitivna rešitev ustreza delcu, negativna pa antidelcu.

Poljuben Diracov spinor lahko tako zapišemo s pomočjo dveh kiralnih *Weylovih spinorjev* nasprotnih ročnosti

$$\psi = \begin{pmatrix} \phi_R \\ \phi_L \end{pmatrix}. \quad (32)$$

Dobimo npr. projekcijo

$$P_R\psi = \frac{1}{2}(1 + \gamma^5)\psi = \frac{1}{2} \left(\begin{pmatrix} I_2 & 0 \\ 0 & I_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} I_2 & 0 \\ 0 & -I_2 \end{pmatrix} \right) \begin{pmatrix} \phi_R \\ \phi_L \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \phi_R \\ 0 \end{pmatrix} =: \psi_R.$$

Zaradi (31) ϕ_R pri tem predstavlja Weylov spinor za RH delec ali pa LH antidelec, torej je stanje ψ_R RH za delce in LH za antidelce.

Opažanje, da se ročnost pri transformaciji parnosti obrne, ki smo ga v podpoglavju 2.1 utemeljili z zapisom pričakovane vrednosti operatorja, lahko na tej točki razložimo tudi drugače. Matrika γ^0 , definirana z enačbo (5), zamenja komponenti spinorja, ki ga lahko zapišemo kot (32). Matrika γ^5 je diagonalna, zato pri transformaciji $\psi \rightarrow \gamma^0\psi$ desno-ročna stanja postanejo levo-ročna in obratno.

6.2 Dodatek B: Bilinearne kovariante

KLASIFIKACIJA GLEDE NA PARNOST IN LORENTZOVE TRANSFORMACIJE

Kot četverec lahko obravnavamo katerikoli objekt, ki se Lorentzovo transformira kot $A^\nu = \Lambda_\mu^\nu A^\mu$ [21]. Lorentzove transformacije delimo na translacije in rotacije [22]. Zanima nas naslednja delitev objektov:

- *skalarji* ($P = +1$) in *pseudoskalarji* ($P = -1$) so invariantni glede na rotacije,
- *vektorji* ($P = -1$) in *pseudovektorji/aksialvektorji* ($P = +1$) se pri rotacijah transformirajo kot četverci.

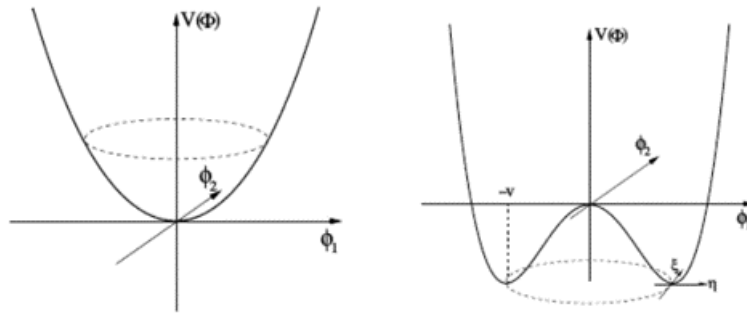
Za $\bar{\psi}\gamma^\mu\psi$, ki se pod Lorentzovo transformacijo obnaša kot četverec [22], pokažemo:

$$\hat{P} : \bar{\psi}\gamma^\mu\psi(\vec{r}, t) \rightarrow \bar{\psi}\gamma^\mu\psi(-\vec{r}, t) = \begin{cases} \bar{\psi}\gamma^0\gamma^0\psi = \bar{\psi}\gamma^0\psi(-\vec{r}, t), & \mu = 0 \\ \bar{\psi}\gamma^0\gamma^i\psi = -\bar{\psi}\gamma^0\gamma^i\psi = -\bar{\psi}\gamma^i\psi(-\vec{r}, t), & \mu = i \neq 0 \end{cases}.$$

Krajevni del ($\mu = 1, 2, 3$) je spremenil predznak, torej $P = -1$ in govorimo o vektorju. Podobno bi lahko pokazali, da smo tudi ostale bilinearne kovariante korektno klasificirali [10].

6.3 Dodatek C: Vloga potenciala pri spontanem zlomu simetrije

Oba potenciala na sliki 3 sta rotacijsko invariantna, torej imata $U(1)$ simetrijo. Če se postavimo v minimum potenciala na levi, je ta še vedno prisotna, medtem ko v minimumih desnega potenciala izgine. Predstavljamo si lahko namreč, da stojimo na dnu te krožne doline desnega potenciala in si ogledamo svojo okolico. Opazimo, da ni v vseh smereh enaka. Prvi potencial tako ne omogoča zloma simetrije, drugi pa. Razmislimo lahko tudi, da je razvoj Lagrangiana okrog minimuma potenciala smiselen, saj sistemi težijo k svojemu osnovnemu stanju.



Slika 3. Potencial, ki ne bi omogočal spontanega zloma simetrije (levo) in potencial $\mathcal{V}(\phi)$, ki smo ga upoštevali v podpoglavju 3.4 (desno). Povzeto po [23].

LITERATURA

- [1] A. Ramšak, *Kvantna mehanika*, Založba Univerze v Ljubljani, 2023.
- [2] C. N. Yang, *The law of parity conservation and other symmetry laws of physics*.
- [3] T. D. Lee and C. N. Yang, *Question of parity conservation in weak interactions*, Phys. Rev. **104** (1956), 254–258.
- [4] C. S. Wu, E. Ambler, R. W. Hayward, D. D. Hoppes, and R. P. Hudson, *Experimental test of parity conservation in beta decay*, Phys. Rev. **105** (1957), 1413–1415.
- [5] R. L. Garwin, L. M. Lederman, and M. Weinrich, *Observations of the failure of conservation of parity and charge conjugation in meson decays: the magnetic moment of the free muon*, Phys. Rev. **105** (1957), 1415–1417.
- [6] O. B. Klein, *Award ceremony speech*.
- [7] R. N. Mohapatra and G. Senjanović, *Neutrino mass and spontaneous parity nonconservation*, Phys. Rev. Lett. **44** (1980), 912–915.
- [8] I. Aitchison and A. Hey, *Gauge Theories in Particle Physics*, CRC Press, 2013.
- [9] *Gamma matrices*.
- [10] D. Tong, *Lectures on quantum field theory: 4. the dirac equation*.
- [11] S. Boyd, *Neutrino lecture writeups*.
- [12] P. B. Pal, *Dirac, majorana, and weyl fermions*, American Journal of Physics **79** (2011), no. 5, 485–498.
- [13] *Parity and charge conjugation conservation*.
- [14] D. Griffiths, *Introduction to Elementary Particles*, Wiley-VCH, 2008.
- [15] P. B. Pal, *An Introductory Course of Particle Physics*, 2014.
- [16] A. Pich, *The standard model of electroweak interactions*.
- [17] R. P. Feynman and M. Gell-Mann, *Theory of the fermi interaction*, Phys. Rev. **109** (1958), 193–198.
- [18] J. Kriewald, M. Nemevšek, and F. Nesti, *Complete minimal left-right symmetric model file*, 2024.
- [19] R. N. Mohapatra and G. Senjanović, *Broken symmetries at high temperature*, Phys. Rev. D **20** (1979), 3390–3398.
- [20] S. Weinberg, *Gauge and global symmetries at high temperature*, Phys. Rev. D **9** (1974), 3357–3378.
- [21] *Lorentz transformation*.
- [22] J. C. Peng, *Subatomic physics: Dirac equation*.
- [23] Ö. Özdal, *The higgs boson and right-handed neutrinos in supersymmetric models*, 07 2016.