

# FIZIKA AEROGENIH IN KAPLJIČNIH OKUŽB

ŽIGA KMECL

Fakulteta za matematiko in fiziko  
Univerza v Ljubljani

Članek obravnava širjenje okužb, prenosljivih s kapljičnimi izločki, ki nastajajo pri govorjenju, kašljanju, kihanju itd. Glavni namen članka je opredeliti, kaj se s kužnimi kapljicami dogaja, ko zapustijo telo in vstopijo v okoliški zrak. Za analizo obnašanja kapljic je vpeljan poenostavljen model s silo teže, Stokesovo silo in izhlapevanjem kot glavnimi dejavniki na kapljice. Poseben poudarek je namenjen vplivom relativne vlažnosti zraka. Izpeljana sta čas sedimentacije in čas izhlapevanja kapljic v odvisnosti od njihovih velikosti. Slika je nato nadgrajena še za kapljice vodnih raztopin, kjer topljenci preprečujejo popolno izhlapiitev kapljice. Na koncu so komentirani še pomembnejši nefizikalni dejavniki, ki vplivajo na širjenje kapljičnih okužb, a so bili izpuščeni iz obravnavanega modela.

## THE PHYSICS OF AIRBORNE AND DROPLET-TRANSMITTED INFECTIONS

The paper discusses the spread of infections transmittable via droplet secretions generated during speaking, coughing, sneezing, etc. The main purpose of the paper is to define what happens to infectious droplets after leaving the body and entering the surrounding air. A simplified model for the analysis of droplet behaviour is constructed, with the force of gravit, Stokes' drag and evaporation as the main factors affecting the droplets. A special emphasis is paid to the role of relative humidity of the air. From the model size dependent sedimentation time and evaporation time of droplets are derived. The model is then extended to include droplets of aqueous solutions, where the presence of solutes prevents the complete evaporation of droplets. The discussion is completed with an overview of important nonphysical factors that also affect the spread of droplet-transmitted infections but were left out of the presented model.

### 1. Uvod

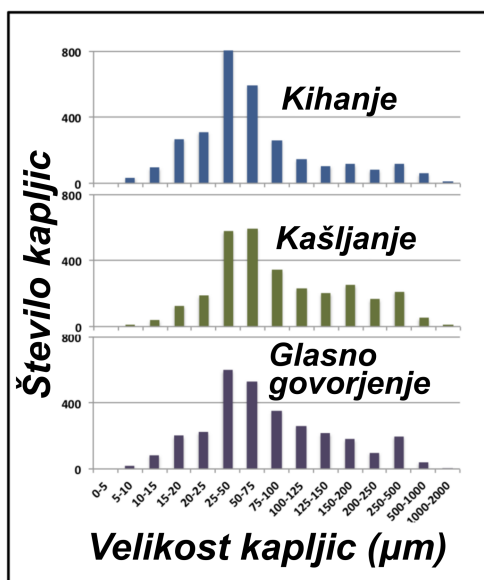
Mnogo nalezljivih bolezni se prenaša s pomočjo kapljic slin ali sluzi, ki se izločajo iz sten dihalne poti v zrak in z njim zapuščajo telo okužene osebe. Kapljice se skozi nos ali usta širijo v okolico, kar se dogaja že med samim govorjenjem, v še precej večji meri pa med kašljanjem in kihanjem.

Prvi ki je iz fizikalnega vidika obravnaval kapljice kot medij za prenašanje okužb, je bil ameriški znanstvenik William F. Wells. Leta 1934 je v članku z naslovom *On air-borne infection* vpeljal tako imenovano *Wellsovo krivuljo*, diagram, ki je prikazoval, koliko časa naj bi, v odvisnosti od njihove velikosti, respiratorne kapljice pred padcem na tla preživele v zraku [1]. Delo je v njegovem času pomenilo preboj v razumevanju širjenja okužb po zraku, saj je skoraj vse znanje o tem problemu takrat temeljilo na zgolj na izkustvenih opažanjih. Zaradi tega so se značilnosti specifičnih preučevanih kapljično prenosljivih bolezni pogosto posploševale še na vse ostale, ki se širijo na ta način, kar je ustvarjalo precej zmede. Razvoj splošnega teoretičnega modela je tako omogočil boljše razumevanje mehanizma za prenos okužbe, razlikovanje med splošnimi značilnostmi načina prenosa in specifičnimi lastnostmi danih bolezni ter uvedbo učinkovitejših pristopov za spopadanje z njimi.

Danes je razumevanje širjenja okužb s kapljicami že mnogo boljše, na voljo pa imamo zelo sofisticirane računske modele. Namen pričujočega članka je, da v slovenskem jeziku na preprost in razumljiv način predstavi osnove fizikalnega aspekta te zelo zanimive in aktualne tematike. Pri tem se opira na nekoliko bolj kompaktna članka *Mechanisms of Airborne Infection via Evaporating and Sedimenting Droplets Produced by Speaking* R. R. Netza [2] ter *Relative humidity in droplet and airborne transmission of disease* A. Božiča in M. Kanduča [3]. X. Xie in drugi v članku *How far droplets can move in indoor environments – revisiting the Wells evaporation–falling curve* obravnavajo problem na precej bolj kompleksen način, kot bo obravnavan tu, zato je delo smiselno nadaljevanje za bralce, ki se jim bo zdel zanimiv matematični vidik tematike [4]. Poljudnoznanstveni članek M. Molteni *The 60-Year-Old Scientific Screwup That Helped Covid Kill* pa nudi s stališča zgodovine znanosti zanimiv pregled obravnavanega področja [1].

## 2. Tvorba kapljicnih delcev in širjenje okužb

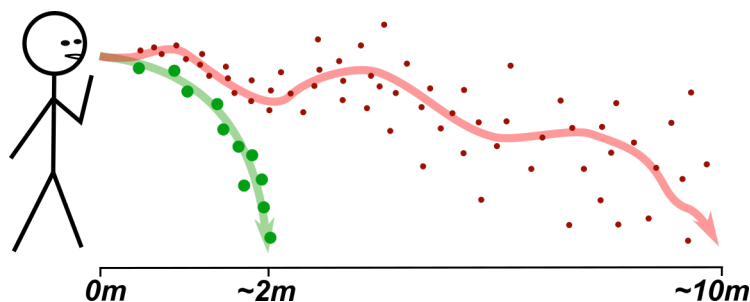
Meritve porazdelitve kažejo, da ima večina sproščenih kapljic radije med 10 in 100  $\mu\text{m}$ , točna porazdelitev po velikosti pa je odvisna od poti, po kateri so bile ustvarjene (slika 1) [2, 3, 5]. Za boljšo predstavbo, 100  $\mu\text{m}$  je tipična širina človeškega lasu, 10  $\mu\text{m}$  pa približna velikost rdeče krvničke [6]. Spore gliv imajo tipične velikosti med 30 in 0,5  $\mu\text{m}$ , bakterijske celice med 10  $\mu\text{m}$  in 0,3  $\mu\text{m}$  in virioni med 0,3  $\mu\text{m}$  in 20 nm [5]. Podatki o porazdelitvi sicer niso zelo natančni, ker se razlikuje od osebe do osebe in je porazdelitev odvisna tudi od tega, ali je oseba, ki je vir kapljic, zdrava ali ne. Izmerki se razlikujejo tudi med različnimi metodami merjenja [7].



**Slika 1.** Porazdelitev nastalih kapljic glede na dejavnost: od zgoraj navzdol kihanje, kašljanje in glasno govorjenje. Prirejeno po [8]

V zdravstvu se širjenje kapljic po zraku tradicionalno deli na dva popolnoma različna režima (slika 2). Večje kapljice hitro padejo na tla in potujejo do približno dveh metrov stran od okužene osebe. Tu gre za balističen način prenosa, kapljica leti v loku in mora za prenos okužbe na koncu svojega kratkega leta zadeti drugo osebo oziroma neko površino, s katere se nato lahko prenese na osebo.

Po drugi strani se pri dovolj majhnih kapljicah njihovo padanje tako upočasni, da lahko v zraku zaprtega prostora ostanejo več ur in se razširijo tudi več kot 10 metrov od mesta, kjer so bile sproščene iz okužene osebe. Pri tem aerogenem režimu prenosa se druga oseba okuži, ko se zadržuje in diha na območju, kjer so v zraku že dlje časa prisotni zelo počasi padajoči kužni kapljični delci [1, 9].



**Slika 2.** Tradicionalna delitev: širjenje okužb po zraku (rdeča puščica) in širjenje okužb kapljično (zelena puščica). O režimu širjenja odloča velikost delcev.

Okužbe, ki se prenašajo preko večjih kapljičnih delcev, se ne prenašajo nujno tudi preko manjših, in obratno. V medicinskih strokah se za prvi režim okužb uporablja izraz *kapljično širjenje*, za drugega pa širjenje po zraku, strokovno tudi *aerogeno širjenje* ali širjenje prek aerosolov [10, 11].

Tipičen primer bolezni, ki se širi predvsem kapljično, je prehlad, tipičen primer širjenja po zraku so ošpice, primer bolezni, kjer sta v pomembni meri prisotna oba načina širjenja, pa sta tuberkuloza in v zadnjih letih aktualen covid-19 [12].

Svetovna zdravstvena organizacija je polmer kapljice  $5\ \mu\text{m}$  dolgo časa smatrala kot mejno velikost med enim in drugim režimom širjenja. Nova spoznanja pa vse bolj kažejo na to, da se tudi kapljice z radiji, precej večjimi od  $5\ \mu\text{m}$ , širijo bolj podobno zgornjemu opisu širjenja za manjše kapljice, popolnoma ostre velikostne meje pa tako ali tako ni [1]. Zakaž je temu tako in kako je do prvotne ostre delitve (zaradi zanemarjenih učinkov izhlapevanja) sploh prišlo, bo postalo razvidno tekom nadaljnje obravnave.

Fizikalna literatura, ki se ukvarja s predstavljenimi problematiko, običajno nima ostro opredeljenih pojmov in uveljavljene terminologije, največkrat se kot *kapljične okužbe* razume kar vse, kar se širi s kapljicami, ne glede na njihovo velikost. Na tak način pojem uporabljamo tudi v nadaljevanju članka.

### 3. Sedimentacijski časi kapljic

Začeli bomo z zelo preprostim modelom padanja kapljic in ga postopoma nadgrajevali. Cilj nam bo določiti *sedimentacijski čas* kapljice, to je čas, ki ga kapljica preživi v zraku. Ta nam bo kasneje omogočal izračunati število kapljic v zraku prostora, ki je neposredno povezano s kužnostjo tega zraka. Za pravilno presojo nevarnosti prenosa kapljičnih okužb je zato pomembno dobro razumevanje fizikalnega ozadja obnašanja kapljic v zraku.

#### 3.1 Predpostavke modela

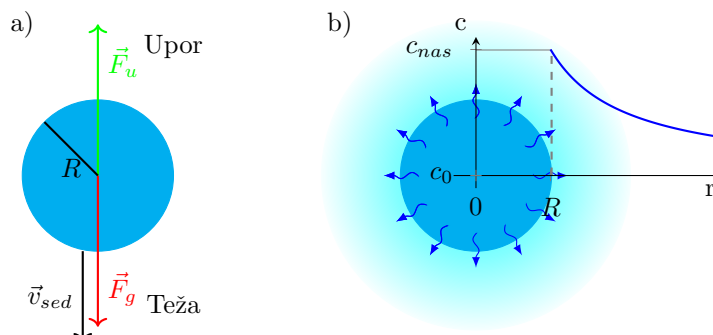
Obravnavana tematika je zaradi velikega števila dejavnikov računsko precej kompleksna in obnašanje kapljic lahko opišemo s poljubno zapletenim modelom. Bolj natančna dela se analize lotijo numerično [4], vendar se na ta način do neke mere izgubi vpogled v to, kaj točno se s kapljicami dogaja. Naš glavni namen tu bo vpeljati najpreprostejši model, ki nam bo še omogočal razumeti, kaj in na kakšen način lahko vpliva na širjenje kapljičnih okužb, in ne izračunati popolnoma točnih rezultatov. Zato bomo delali s poenostavljenim modelom, s katerim pa bomo imeli bolj jasno predstavo o dogajanju.

Predpostavili bomo popolnoma okrogle kapljice, v katerih je notranje mešanje vode dovolj hitro, da je njihova sestava vselej homogena. Kot edini pomembni sili vzamemo silo upora in silo teže. Za opis sile zračnega upora uporabimo popoln Stokesov zakon in predpostavimo, da je gibanje okoliškega zraka glede na kapljico zaradi njenega počasnega padanja zanemarljivo; slednje bo pomembno pri obravnavi izhlapevanja kapljic, saj bi gibajoč zrak v opazovalnem sistemu kapljice odnašal vodno paro in s tem pospeševal izhlapevanje. Med obravnavo ne bomo upoštevali elektrostatskih sil in Brownovega gibanja, ki v splošnem pomembno vplivajo na obnašanje submikronskih delcev. Za glavni omejevalni dejavnik hitrosti izhlapevanja privzamemo hitrost difuzije vodne pare stran od kapljice, vendar bi za dovolj majhne kapljice proces postal omejen s hitrostjo prehajanja molekul vode iz tekoče v plinasto fazo. Dodaten neupoštevan efekt pri izhlapevanju kapljic je ohlajanje kapljice zaradi izhlapevanja – pri popolnoma suhem zraku se kapljice lahko ohladijo kar za 20 K, ohlajanje pa znižuje hitrosti izhlapevanja [2]. Končno zanemarimo tudi naključne zračne tokove v prostorih in zanemarimo možnost združevanja manjših kapljic v večje [5, 13].

Naš pristop dobro opisuje kapljice z radiji v območjih med  $1\ \mu\text{m}$  in  $60\ \mu\text{m}$ , izven njega pa natančnost pada, zlasti hitro model odpove za premajhne kapljice. Za kapljice, večje od  $60\ \mu\text{m}$ , najprej

začne odpovedovati Stokesov zakon, za kapljice, manjše od  $1 \mu\text{m}$ , pa vplivi elektrostatskih sil, Brownovega gibanja in zračnih tokov niso več zanemarljivi [2].

### 3.2 Sedimentacijski čas brez izhlapevanja



**Slika 3.** a) Kapljica, na katero delujeta nasprotno enaki sili upora in težnosti med stacionarnim padanjem s hitrostjo  $v_{sed}$ . b) Koncentracijski profil vodne pare okoli kapljice med izhlapevanjem pada kot  $1/r$  od polmera  $R$  navzven (enačba 4).

Na kapljico v zraku delujeta gravitacijska sila

$$F_g = \frac{4\pi}{3} R^3 \rho g,$$

kjer je  $R$  radij kapljice,  $\rho$  gostota vode in  $g$  gravitacijski pospešek, ter po Stokesovem zakonu linearna sila upora,

$$F_u = 6\pi\eta v R,$$

kjer je  $\eta$  koeficient viskoznosti in  $v$  hitrost kapljice.

V stacionarnem stanju bosta sili nasprotno enaki (slika 3 a)) in izrazimo lahko stacionarno hitrost padanja kapljice kot

$$v_{sed} = \frac{2}{9} \frac{\rho g}{\eta} \cdot R^2 = \xi R^2, \quad (1)$$

kjer zaradi preglednosti vpeljemo konstanto  $\xi = 2\rho g/9\eta$ , ki ima vrednost približno  $1,2 \cdot 10^8 \text{ (m} \cdot \text{s)}^{-1}$  za  $\eta \approx 1,8 \cdot 10^{-5} \text{ kg/(m} \cdot \text{s)}$ .

Sedimentacijski čas kapljice z začetne višine  $h$  se nato preprosto izrazi kot

$$t_{sed} = \frac{h}{v_{sed}} = \frac{h}{\xi R^2}. \quad (2)$$

Pri tem smo zanemarili začetno pospeševanje kapljice. Lahko si zamislimo ekstremen primer kapljice z radijem  $100 \mu\text{m}$ , ki je že precej večja od večine kapljic, ki jih sproščamo ljudje. Za to kapljico potem dobimo oceno za maksimalno mogočo hitrost kapljic  $v_{sed,max} \approx 1 \text{ m/s}$ , saj so vse kapljice, ki jih zaobjema naš model (v razponu med  $1 \mu\text{m}$  in  $60 \mu\text{m}$ ), precej manjše in zato po enačbi (1) počasnejše. Čas, potreben, da se ta kapljica približa končni hitrosti, pa je  $t_{pos} \approx v_{sed,max}/g \approx 0,1 \text{ s}$  [3]. Za neko človeku podobno višino tako tudi za tako pretiran polmer dobimo čas sedimentacije, ki je za red velikosti večji od časa pospeševanja. Izračunamo lahko še Reynoldsovo število  $Re = 2\rho_z v_{sed} R/\mu \approx 13$  za gostoto zraka  $\rho_z = 1,2 \text{ kg/m}^3$  in kroglico z zgoraj obravnavanim radijem. Reynoldsovo število je dovolj majhno, da Stokesov zakon še vedno približno velja. Meja med laminarnim in turbulentnim tokom, s katerim nelinearne sile postanejo izrazite, je okoli Reynoldsovega števila 3000.

Tu naj še enkrat ponovimo, da izračunane vrednosti ne držijo za dejansko kapljico z izbranim polmerom, saj naš model ne upošteva odstopanj od linearosti zračnega upora pri tako veliki kapljici.

Obravnava takega polmera služi potrditvi, da so znotraj predpostavk našega modela nekateri pojavi dejansko zanemarljivi.

### 3.3 Izhlapevanje kapljice

Relativna vlažnost v okoljih, v katerih se zadržujemo ljudje, ponavadi ni niti blizu stodontni, v notranjih prostorih se tipično giba med 30% in 50% [3]. Posledično so kapljice podvržene izhlapevanju, kar pri tako majhnih velikostih hitro že bistveno spremeni njihovo maso in s tem tudi čas sedimentacije. Še več, dovolj majhne kapljice bodo v dovolj suhem zraku izhlapele, še preden bodo dosegle tla, kar bistveno spremeni prejšnjo sliko.

Ugotovili bi radi, kako izhlapevanje spreminja radije padajočih kapljic. Za dovolj majhne (in zato počasne) delce lahko zanemarimo njihovo relativno gibanje glede na okoliški zrak [2]. Izhlapevanje vode potem obravnavamo preko difuzijske enačbe

$$\frac{\partial c}{\partial t} = D\nabla^2 c,$$

kjer je  $c$  številska koncentracija vodne pare v zraku okoli kapljice in  $D$  difuzijska konstanta. Ker v prostoru veljajo konstantni pogoji, se za dovolj počasno manjšanje kapljice v njeni okolici ustvari in nato ohranja stacionaren profil (slika 3 b)). Parcialni odvod koncentracije po času je enak 0 in rešujemo Laplaceovo enačbo  $\nabla^2 c = 0$ . Sistem s kapljico je zaradi krogelne simetrije izotropen (invarianten na rotacijo) in je koncentracijski profil odvisen le od razdalje  $r$  od središča kapljice. Tako v enačbi upoštevamo le radialni del operatorja,  $\frac{1}{r^2} \frac{d}{dr} \left( r^2 \frac{dc}{dr} \right) = 0$  in dobimo rešitev

$$c(r) = A + \frac{B}{r}, \quad (3)$$

Sedaj z upoštevanjem robnih pogojev poiščemo konstanti  $A$  in  $B$  v enačbi (3). Na fazni meji na robu kapljice polmera  $R$  pričakujemo z vodno paro nasičen zrak z vrednostjo  $c(R) = c_{nas}$ , daleč stran od kapljice pa izhlapevanje nima vpliva na koncentracijo in velja  $c(r \rightarrow \infty) = c_0$ , kjer je  $c_0$  koncentracija pare v okoliškem zraku. Za  $r \rightarrow \infty$  velja  $1/r \rightarrow 0$  in člen s konstanto  $B$  odpade, dobimo  $A = c_0$ . Nato zapišemo enačbo še za  $r = R$ ,  $c_0 + B/R = c_{nas}$ , in izrazimo še drugo konstanto,  $B = (c_{nas} - c_0)R$ . Koncentracijski profil je torej

$$c(r) = c_0 + (c_{nas} - c_0) \frac{R}{r} = c_{nas} \left[ r_H + (1 - r_H) \frac{R}{r} \right], \quad (4)$$

vpeljali pa smo *relativno vlažnost* (relative humidity)

$$r_H = \frac{c_0}{c_{nas}}.$$

Koncentracijski profil želimo povezati s hitrostjo, s katero kapljica izgublja gradnike in s tem volumen. Za to lahko uporabimo prvi Fickov zakon oziroma difuzijski zakon

$$j = -D\nabla c,$$

kjer je  $j$  gostota snovnega toka pare (z enotami  $m^{-2}s^{-1}$ ). Za celotni tok skozi površino kapljice  $J = Sj(R)$ , dobimo

$$J = -4\pi R^2 D \frac{dc(r)}{dr} \Big|_{r=R} = 4\pi R D c_{nas} (1 - r_H). \quad (5)$$

Ker molekule vode uhajajo s površine kapljice, se kapljica manjša. Uporabimo številsko gostoto vode v kapljici  $c_v = 33 \text{ nm}^{-3}$  in zapišemo kontinuitetno enačbo za število delcev

$$\begin{aligned} \frac{dV(t)}{dt} c_v &= -J \\ \frac{4\pi}{3} \frac{dR^3(t)}{dt} c_v &= 4\pi R D c_{nas} (1 - r_H). \end{aligned} \quad (6)$$

V enačbi ločimo spremenljivke

$$\frac{dR^3(t)}{R(t)} = \frac{3Dc_{nas}}{c_v}(1 - r_H)dt,$$

upoštevamo, da je  $dR^3 = 3R^2dR$  in z integriranjem desne strani od začetnega časa 0 do izbranega časa  $t$  ter leve od začetnega radija  $R_0$  do radija  $R(t)$  izpeljemo časovno odvisen radij kapljice

$$R(t) = R_0 \sqrt{1 - \frac{2Dc_{nas}}{c_v} \frac{(1 - r_H)}{R_0^2} t}. \quad (7)$$

Definiramo še čas izhlapevanja

$$t_{izh} = \frac{R_0^2}{\theta(1 - r_H)}, \quad (8)$$

s konstanto  $\theta = 2Dc_{nas}/c_v$ , ki ima enote difuzijske konstante, in enačbo (7) zapišemo v kompaktnejši obliki

$$R(t) = R_0 \sqrt{1 - \frac{t}{t_{izh}}}, \quad (9)$$

pri čemer je  $t_{izh}$  čas, ki ga kapljica potrebuje, da v celoti izhlapi [2]. Kapljico torej lahko čaka ena od dveh usod – ali se posede na tla ali pa popolnoma izhlapi, še preden doseže tla. Katera usoda jo čaka, pa je odvisno od njene velikosti in od vlažnosti prostora, v katerem se nahaja, kar lahko razberemo iz enačb (2) in (8).

### 3.4 Sedimentacijski čas z izhlapevanjem

Po dozdašnjih izračunih postane jasno, da prej izračunan čas sedimentacije, ki ga podaja enačba (2), ne more biti pravilen oziroma ni dovolj splošen – enačba namreč ne upošteva spreminjanja radija kapljice zaradi izhlapevanja v nenasičenih pogojih. Sedimentacijski čas ponovno izračunajmo, s tem da moramo sedaj v enačbi za hitrost kapljice (1) upoštevati spreminjanje radija s časom po enačbi (9). Popravljen enačba je

$$v_{sed} = \xi R(t)^2 = \xi R_0^2 \left(1 - \frac{t}{t_{izh}}\right).$$

Z integriranjem hitrosti po času v mejah od začetnega časa 0 do iskanega časa  $t_{sed}$  dobimo višino, s katere je kapljica padla. Uvedemo integracijsko spremenljivko  $u = 1 - t/t_{izh}$  (meje so sedaj od 1 do  $1 - t_{sed}/t_{izh}$ ) in izračunamo višino

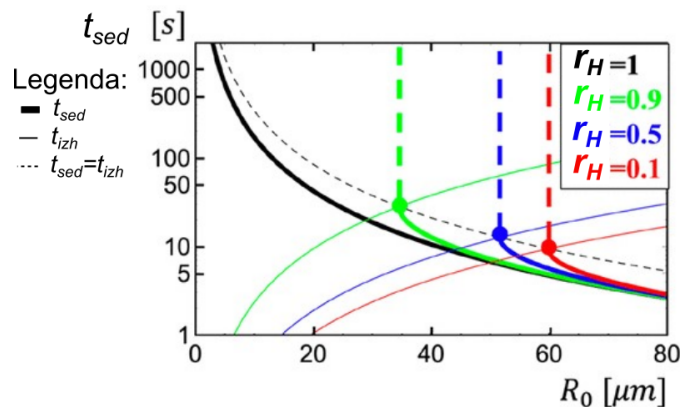
$$h = \xi R_0^2 \frac{(-t_{izh})}{2} \left[ \left(1 - \frac{t_{sed}}{t_{izh}}\right)^2 - 1 \right]. \quad (10)$$

Iz zgornje enačbe izrazimo  $t_{sed}$  v odvisnosti od  $R_0$  kot [2] (slika 4)

$$\left(1 - \frac{t_{sed}}{t_{izh}}\right)^2 = 1 - \frac{2h}{\xi R_0^2 t_{izh}},$$

$$t_{sed} = t_{izh} \left(1 - \sqrt{1 - \frac{2h}{\xi R_0^2 t_{izh}}}\right). \quad (11)$$

Opazimo, da je  $t_{sed}$  manjši ali kvečjemu enak  $t_{izh}$ . To seveda ne velja vedno, a spomnimo se, da že pri integriranju predpostavimo, da kapljica med padanjem prepotuje celotno višino  $h$ . Torej je popolnoma smiselno, da vmes ne more izhlapeti, ker sicer končne točke na tleh sploh ne bi dosegla.



**Slika 4.** Časi sedimentacije z višine 2 m v odvisnosti od radija kapljic po enačbi (11) (odebeljene črte). Tanke črte prikazujejo čase izhlapevanja po enačbi (8), črna črtkana črta pa kritične polmere (pri katerih kapljica izhlapi, ravno ko doseže tla) v odvisnosti od radija po enačbi (12). Različne barve predstavljajo različne vrednosti  $r_H$ . [2]

Na sliki 4 vidimo vpliv izhlapevanja na čas sedimentacije kapljic. Za dovolj velike radije se vse krivulje prilegajo tisti za  $r_H = 1$ , ko je zrak nasičen in kapljica ne izhlapeva. Kapljice z dovolj velikimi radiji namreč na tla padejo dovolj hitro, da izhlapevanje na njih nima bistvenega vpliva. Vpliv se začne poznati šele pri manjših radijih. Na neki točki pa kapljica izhlapi, še preden pade na tla, in čas sedimentacije postane "neskončen". Krivulje kapljic v bolj vlažnem zraku se krivulji za nasičen zrak prilegajo do manjših polmerov, ker se z večanjem vlažnosti manjša vpliv izhlapevanja.

Z enačbo lahko še računsko preizkusimo mejni primer in preverimo, da v nasičenem zraku, ko gre  $r_H \rightarrow 1$  še vedno velja enačba (2), kjer izhlapevanje ni upoštevano. Po enačbi (8) velja  $t_{izh}(r_H \rightarrow 1) \rightarrow \infty$  in enačbo (11) razvijemo do prvega člena

$$t_{sed} \approx t_{izh} \left( 1 - 1 + \frac{1}{2} \frac{2h}{\xi R_0^2 t_{izh}} \right) = \frac{h}{\xi R_0^2}$$

ter tako ponovno pridemo do starega časa sedimentacije po enačbi (2). Identičen razvoj deluje tudi za velike  $R_0$  in potrди pričakovano ujemanje časov sedimentacij velikih kapljic za vse relativne vlažnosti.

### 3.5 Kritični polmer

Posebej nas zanima še *kritični polmer* kapljic  $\widetilde{R}_0$ , ki ga definiramo kot radij, pri katerem je  $t_{izh} = t_{sed}$  – torej radij, da kapljice s takim radijem izhlapijo, ravno ko dosežejo tla. Ker čas izhlapevanja z radijem narašča, čas sedimentacije pa pada, bodo kapljice s kritičnim radijem v zraku najdaljši možen čas. Kapljice z večjim radijem bodo na tla gotovo padle hitreje, kapljice z manjšim pa hitreje izhlapele.

Kritični polmer izračunamo tako [2], da v enačbi (10) upoštevamo enakost  $t_{izh} = t_{sed}$

$$h = \xi \widetilde{R}_0^2 \frac{(+t_{izh})}{2}$$

in v enačbi izrazimo čas izhlapevanja po enačbi (8):

$$h = \xi \widetilde{R}_0^2 \frac{\widetilde{R}_0^2}{2\theta(1 - r_H)},$$

od koder sledi kritični polmer

$$\widetilde{R}_0 = \sqrt[4]{\frac{2\theta}{\xi} h(1 - r_H)}. \quad (12)$$

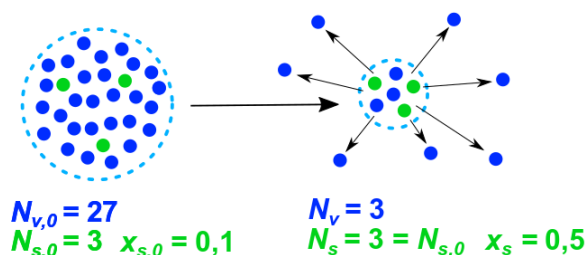
Kritični polmer torej deli velikostno skalo na dva dela. Kapljice z večjimi polmeri sedimentirajo, tiste z manjšimi pa že med padanjem izhlapijo. Kapljice čiste vode s polmeri, manjšimi od kritičnega, popolnoma izhlapijo, v zraku potem ostanejo le še morebitni patogeni, ki so jih kapljice vsebovale. Večina patogenov pa je dovolj majhnih, da bi lahko v zraku ostali praktično neomejen čas, saj za dovolj majhne delce Brownovo gibanje in sile šibkih električnih polj v prostorih prevladajo nad gravitacijsko silo. [14]

Po drugi strani lahko za primer kapljice, ki ima pri relativni vlažnosti 0,5 in padcu z višine 2 m kritični radij  $\widetilde{R}_0 = 0,52 \mu\text{m}$ , izračunamo sedimentacijski čas okoli 13 sekund [2]. Torej pri normalnih sobnih pogojih tudi najmanjšim kapljicam nad kritičnim polmerom merimo čase sedimentacije v sekundah. Ko prestopimo kritični polmer, pa zrak lahko prečistijo le še drugi dejavniki. Od tod tudi izvira tradicionalna delitev kapljičnih okužb na tiste, ki se širijo s kapljicami (balistično) in tiste, ki se širijo po zraku.

#### 4. Kapljica s topljenci

Prej predstavljen sklep in stroga ločnica med usodama kapljic je pomanjkljiva. Voda v izdihani kapljici namreč ne more nikoli v celoti izhlapeti, kar je posledica snovi, raztopljenih v njej. Človeška slina namreč vsebuje raznorazne snovi, kot so beljakovine, lipidi, soli in v nam zanimivi slini tudi patogeni [15]. Vsi ti topljenci pa vežejo vodo in preprečujejo popolno izsušitev.

Upoštevati hočemo, da se pri nekem končnem radiju zmanjševanje kapljic ustavi. Ta radij bi radi poiskali. Za namene sledečih računov predpostavimo, da so vsi delci v kapljici približno enako veliki. To je precejšnja poenostavitev, vendar se nam računi zelo poenostavijo, sicer pa se izkaže, da tudi z veliko bolj točnim računanjem pridemo do podobnega rezultata [2].



**Slika 5.** Kapljica izhlapeva in izgublja molekule vode, medtem ko se število delcev topljencev ohranja. Delež topljencev je na začetku  $x_{s,0}$ , delež  $x_s$  po nekem času pa je večji. Volumen kapljice je v linearni odvisnosti s številom delcev, ki jo sestavljajo.  $N$  označuje število delcev, z indeksom  $v$  vode oziroma z indeksom  $s$  topljencev. Indeks 0 označuje začetno stanje.

Volumen kapljice se bo v skladu s predpostavko manjšal sorazmerno s skupnim številom delcev, ki ga sestavljajo. Torej velja

$$V = V_0 \frac{N_v + N_s}{N_{v,0} + N_{s,0}} = V_0 \frac{x_{s,0}}{x_s}. \quad (13)$$

Ker se število delcev topljenca ne spreminja, velja  $N_s = N_{s,0}$ . Imenovalc ulomka smo lahko delili z  $N_{s,0}$  ter hkrati števec z  $N_s$  in volumen izrazili s številskim deležem  $x_s = N_s / (N_v + N_s)$ .  $N$  v enačbah pomeni število delcev, indeks  $v$  se nanaša na molekule vode,  $s$  pa zaobjema vse ostalo. Indeks 0 označuje začetne vrednosti. (slika 5) proces prikazuje grafično. Volumen se torej spreminja obratno sorazmerno z deležem topljencev.

Tipični deleži topljencev v kapljicah so med 1% in 10% [3]. Če za začetek privzamemo, da se kapljica dejansko popolnoma izsuši, bomo dobili končni volumen kapljice kar  $V_{min} = V_0 x_{s,0}$ , saj v primeru popolne izsušitve delež topljencev na koncu doseže  $x_{s,max} = 1$ . Za popolno izsušitev je



torej radij končnega ostanka, ki je najmanjši možen radij kapljice enak

$$R_{min} = R_0 x_{s,0}^{1/3}. \quad (14)$$

Za prej navedene deleže topljencev bo končni radij ostanka med 22% in 46% prvotnega [3]. Že s to grobo začetno oceno končnega radija ugotovimo, da bo tudi po izhlapevanju še vedno šlo za delce istega reda velikosti in kapljica ne bo preprosto izginila ali se zmanjšala na tako majhno velikost, da bi časi sedimentacije postali izredno veliki.

#### 4.1 Vezana voda

Do bolj točne slike bomo prišli z upoštevanjem dejstva, da topljenci vežejo vodo in preprečujejo popolno izsušitev. Izhlapevanje kapljice bo potekalo, dokler bo to termodinamsko ugodno, torej dokler bo kemijski potencial kapljevinate faze vode večji od kemijskega potenciala vodne pare. Ko izhlapevanje preneha, je sistem v ravnovesju in kemijska potenciala sta enaka. Ravnovesno koncentracijo vode v kapljici tako določata kemijska potenciala kapljevinate in plinaste vode.

Da se izpeljati [16][17], da v približku idealnih plinov velja

$$\mu_p = \mu_p^* + k_B T \ln r_H \quad (15)$$

in v približku idealnih raztopin

$$\mu_k = \mu_p^* + k_B T \ln x_v, \quad (16)$$

kjer sta  $\mu_p$  in  $\mu_k$  kemijska potenciala plinaste in kapljevinate faze,  $\mu_p^*$  kemijski potencial nasičene vodne pare,  $T$  temperatura,  $r_H$  relativna vlažnost in  $x_v$  delež vode.

Ko sistem doseže ravnovesje, sta oba kemijska potenciala enaka. Zato enačimo desni strani enačb (16) in (15) ter ugotovimo, da takrat za ravnovesni delež vode v kapljici  $x_{k,eq}$  velja

$$x_{k,eq} = r_H. \quad (17)$$

Z besedami, voda v kapljici izhlapeva, dokler ne doseže deleža, ki je ravno enak relativni vlažnosti zraka. Pri manjši relativni vlažnosti mora izhlapati več vode in bo končna kapljica manjša [3].

Vsota deleža vode in ostalih komponent kapljice je seveda 1. Ker je  $x_k + x_s = 1$  in je ravnovesna vrednost po enačbi (17)  $x_{k,eq} = r_H$ , bo ob končanem izhlapevanju končni delež topljencev  $x_{s,eq} = 1 - r_H$ . V ravnovesju bo radij kapljice minimalen in po enačbi (13) izračunamo končni radij kapljice

$$R_{min} = R_0 \left( \frac{x_{s,0}}{1 - r_H} \right)^{\frac{1}{3}}.$$

Glede na enačbo (14) se končni radij razlikuje za faktor  $(1 - r_H)^{-1/3}$ . Za  $r_H = 0$  je ta faktor enak 1 in dobimo kar prvotno oceno po enačbi (14), kapljica se v popolnoma suhem zraku popolnoma izsuši. Pri tipični vrednosti  $r_H = 0,5$  je faktor približno 1,3, torej so velikosti še za 30 odstotkov večje kot po prvotni oceni. Za običajne vrednosti koncentracij topljencev so končni radiji kapljic med 27% in 58% prvotnih [3].

#### 4.2 Sedimentacijski čas s topljenci

Da popravimo sedimentacijski čas (11) z na novo spoznanimi dejstvi, moramo v masni tok iz enačbe (5) namesto fiksne nasičene koncentracije vstaviti koncentracijo, ki je funkcija radija. Dobimo jo z enačenjem kemijskega potenciala vodne in plinaste faze na robu kapljice, glej enačbi (16) in (15), izrazimo ven tlak pare in iz njega izračunamo delež vode v zraku. Potem ponovimo postopek od vključno enačbe (6).

Vsi koraki so sedaj bolj zapleteni in brez izpeljave [2], ki presega ta članek, navedemo na ta način dobljen sedimentacijski čas

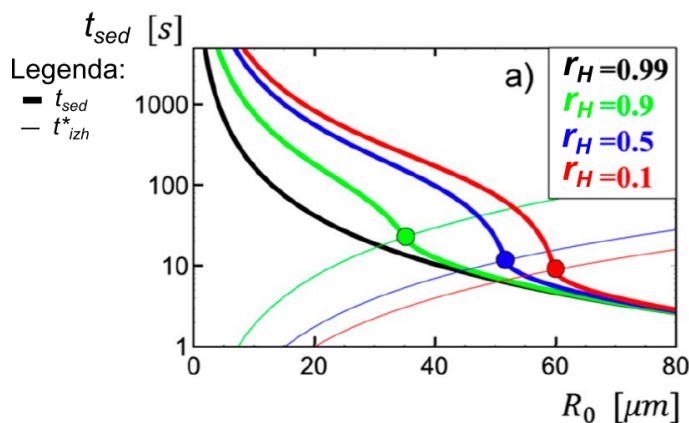
$$t_{sed} = \frac{h}{\xi R_{min}^2} - \frac{t_{izh}}{2} \left( \frac{R_0}{R_{min}} - \frac{R_{min}}{R_0} \right)^2. \quad (18)$$

Ta velja za kapljice, ki med padanjem nehajo izhlapevati in dosežejo končni polmer, za ostale pa še vedno dobro velja enačba (11) (slika 6).

Opazimo, da je prvi člen enake oblike kot v enačbi (2) za padanje kapljice v nasičenem zraku, le da tu nastopa končni in ne začetni polmer kapljice. Kapljica zdaj pada na dva različna načina, najprej se ustavlja zaradi izgubljanja mase, ko se izhlapevanje ustavi, pa z enakomerno hitrostjo doseže tla. Drugi člen enačbe je popravek zaradi začetnega, prehitrega padanja. Za dovolj majhne začetne radije prvi člen prevlada nad drugim, ker kapljica zelo hitro izhlapi.

Iz slike (6) vidimo, da za sobne vrednosti  $r_H$  čas sedimentacije okoli končnega polmera izrazito poskoči, vendar gre tu kvečjemu en velikostni red veliko razliko v časih sedimentacije in ne dobimo več tako fundamentalno drugačnega obnašanja, kot smo ga pri čistih kapljicah in kritičnih polmerih. Dejstvo, da kapljice z dovolj majhnimi radiji ne bodo hlapele, stabilizira čas sedimentacije in prepreči njegov skok v neskončnost. Opazimo, da se z večanjem relativne vlažnosti skok časa sedimentacije manjša, ker je radij izsušene kapljice bližji začetnemu. Najbolj opazna sprememba zaradi prisotnosti topljencev se tako zgodi pri višjih  $r_H$ . Prej bi kapljice pri kritičnem radiju še vseeno izhlapele, sedaj pa vplivov izhlapevanja skoraj ne čutijo in je oblika grafa na celotnem območju precej podobna tisti za nasičen zrak.

Za dovolj majhne polmere kapljic grafi vseh vrednosti  $r_H$  začnejo spominjati na graf za kapljice brez izhlapevanja pri nasičenem zraku. To je smiselno, saj majhne kapljice hitro dosežejo končen polmer in učinkov izhlapevanja ni več, kar se sklada tudi z obliko enačbe (18).



**Slika 6.** Graf s slike 4 (enaki podatki), prilagojen v skladu z enačbo (18) z upoštevanjem topljencev z začetno koncentracijo  $x_{s,0} = 0,01$  v kapljici. Tanke črte zdaj predstavljajo čas, ki je potreben, da kapljica doseže končni radij (tega časa v besedilu sicer nismo izpeljali). [2]

## 5. Število patogenov v zraku

Kužnost zraka v nekem prostoru je neposredno povezana ne s kapljicami samimi, temveč s skupnim številom patogenov v njih. Manjše kapljice bodo sicer v zraku res ostale dlje, vendar bodo zaradi manjšega volumna pri neki koncentraciji patogenov v slini  $c_{pat}$  tudi vsebovale manj patogenov. Iščemo število patogenov samih.

Kapljice se v prostor širijo skupaj s curkom zraka, ustvarjenim pri izdihu. Za podrobnejšo obravnavo širjenja kapljic po prostoru bi morali poznati značilnosti tega curka [4]. Za namen te

ocene bomo privzeli, da so kapljice ves čas enakomerno porazdeljene po prostoru. Bilančna enačba takega sistema za število kapljic v zraku je

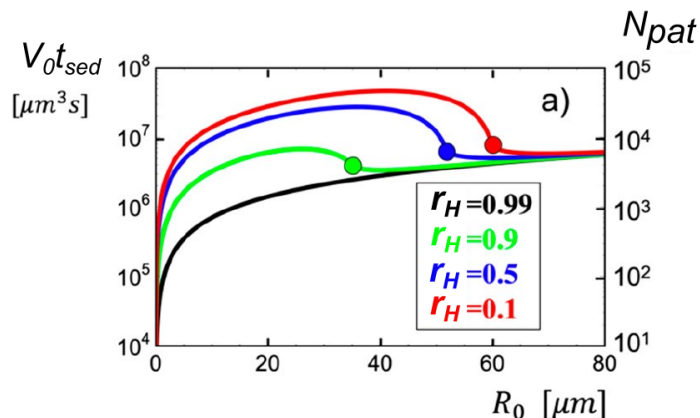
$$\frac{dN_{kap}}{dt} = N_{vir}f_{kap} - \frac{N_{kap}}{t_{sed}} - N_{kap}f_{zrak} \quad (19)$$

kjer je  $f_{kap}$  hitrost produkcije kapljic,  $N_{kap}$  število kapljic v zraku,  $N_{vir}$  število virov za kapljice (torej kužnih ljudi) in  $f_{zrak}$  hitrost izmenjave zraka v prostoru zaradi zračenja in filtracije. Prvi člen na desni torej predstavlja produkcijo kapljic, drugi odstranjevanje kapljic zaradi sedimentacije in tretji odstranjevanje kapljic zaradi izmenjave zraka v prostoru. Vrednosti  $f_{zrak}$  za notranje prostore so običajno med 1/5 h in 1/20 h, torej se zrak zamenja 5-krat do 20-krat na uro [2]. V tej poenostavljeni enačbi zanemarimo vse druge možne efekte, na primer možnost depozicije kapljic na površine zaradi zračnih tokov, ki pri dovolj majhnih kapljicah igra večjo vlogo za izločanje kapljic iz zraka kot gravitacijska sedimentacija [3].

Po daljšem času govorjenja ali na primer konstantnega kihanja se število kapljic ustali pri neki ravnovesni vrednosti. Velja  $dN_{kap}/dt = 0$  in iz enačbe (19) izrazimo število kapljic

$$N_{kap} = N_{vir}f_{kap} \left( \frac{1}{t_{sed}} + f_{zrak} \right)^{-1} = N_{vir}f_{kap}\tau,$$

kjer smo uvedli relaksacijski čas  $\tau = (1/t_{sed} + f_{zrak})^{-1}$ . Iz njegove definicije vidimo, da je manjši tako od  $t_{sed}$  kot tudi od  $f_{zrak}^{-1}$ , predstavlja pa mero za čas, potreben, da se v sobi vzpostavi ravnovesno število kapljic.



**Slika 7.** Zmnožek sedimentacijskega časa glede na graf iz slike 6 in volumna kapljic v odvisnosti od začetnega radija za različne vrednosti  $r_H$ . Desna skala prikazuje še število virionov po enačbi (20) za  $N_{vir} = 1$ ,  $f_{kap} = 10^3 \text{ s}^{-1}$  in  $c_{pat} = 10^6 \text{ mL}^{-1}$ . [2]

Število patogenov v zraku (slika 7) je potem preprosto število patogenov v eni kapljici, pomnoženo s številom kapljic

$$N_{pat} = N_{kap}V_0c_{pat} = N_{vir}f_{kap}\tau \frac{4\pi R_0^3}{3}c_{pat}. \quad (20)$$

S slike 7 lahko pri  $r_H = 0,5$  odčitamo maksimum števila patogenov pri približno  $R_0 = 40 \mu\text{m}$ . Vendar pa vidimo tudi, da je vrh precej širok in zajema vrednosti od približno  $5 \mu\text{m}$  do  $50 \mu\text{m}$ . Kužne kapljice, sproščene v zrak, so tako lahko poljubno porazdeljene po tem območju, število patogenov v zraku pa bo za vse porazdelitve približno enako. Opazimo tudi, da večanje vrednosti  $r_H$  znižuje število patogenov po celotnem območju ter hkrati oža širino platoja. Prvi efekt je posledica zniževanja sedimentacijskega časa, drugi pa manjšanja končnega (minimalnega) polmera.

## 6. Pomembnejši neobravnani dejavniki

S tem zaključujemo formalno obravnavo širjenja kapljičnih okužb, vendar je treba ponovno poudariti, da smo uporabljali močno poenostavljen model, ki služi za poučen oris fenomena in ne za točno kvantitativno analizo. Poleg tega je prenos okužbe odvisen tudi od dejavnikov, ki presegajo fizikalno obravnavo, predvsem od lastnosti patogena, ki se prenaša.

Vrednost  $r_H$  namreč vpliva tudi na sposobnost preživetja patogena samega. Pri  $r_H = 1$  kapljica ne izhlapeva in so pogoji v kapljici približno enaki fiziološkim. Ko vlažnost zraka pada in vedno več kapljice izhlapi, se v splošnem tudi sposobnost preživetja manjša. Specifično za viruse to drži do vrednosti  $r_H = 0,5$ . Izkaže pa se, da se za podmnžico virusov, ki imajo lipidno virusno ovojnico, sposobnost preživetja od te vrednosti navzdol spet povečuje (razlogi za to še vedno niso dobro raziskani). Tako v relevantnem območju vlažnosti sob od vrednosti  $r_H$  0,5 do 0,3 sposobnost preživetja nekaterih vrst virusov narašča, drugih pa pada. Relevantna je tudi temperatura. Za praktično vse patogene velja, da zviševanje temperature znižuje njihovo zmožnost preživetja [3, 18].

Upoštevati je treba tudi odvisnost velikosti in koncentracije patogenov v kapljici od mesta, kjer kapljice nastajajo. V povprečju velja, da višje po respiratorni poti nastajajo večje kapljice. Sluz s patogeni se ponavadi nahaja le na določenih mestih dihalne poti, zato bo porazdelitev koncentracij patogena po velikostih kapljic odvisna od tega, na katerih delih dihalne poti se sprošča največ patogenov.

Končno je treba upoštevati, da morajo tudi patogeni, ki so preživeli pot do zdrave osebe, še vedno doseči pravo mesto v dihalni poti novega gostitelja, da uspešno razširijo okužbo. To, kako daleč se prebijejo, je ponovno obratno sorazmerno z velikostjo kapljice, ki jih nosi. V splošnem so virusi, ki okužijo nižje dele dihalne poti, bolj nevarni [7].

## 7. Zaključek

Spoznali smo glavne fizikalne dejavnike pri širjenju kapljičnih okužb. Izkaže se, da zelo pomembno vlogo igra relativna vlažnost zraka. Ta vpliva tako na velikost kapljičnih delcev, ki nosijo patogene, kot tudi na sposobnost preživetja patogenov v kapljicah. Manjša relativna vlažnost vedno poveča čas sedimentacije.

S temi ugotovitvami lahko v veliki meri razložimo tudi, zakaj se mnogo bolezni intenzivno širi predvsem pozimi. Takrat je zaradi ogrevanja zraka v prostorih ta bolj suh in se njegova relativna vlažnost giblje okoli 30%, za razliko od 50% v toplejših časih. To izboljša obstojnost mnogih virusov, prav tako pa poveča njihovo koncentracijo v zraku. Vse to kaže na pomen ohranjanja vlažnega zraka v notranjih prostorih, na primer s pomočjo vlažilcev zraka.

V splošnem je širjenje kapljičnih okužb zelo široka tema, od katere smo tu uspeli pokriti le košček, za celostno obravnavo pa bi poleg fizike gotovo morali poseči še po drugih področjih.

## LITERATURA

- [1] Megan Molteni, *The 60-year-old scientific screwup that helped covid kill*, Wired, May 13 (2021).
- [2] Roland R Netz, *Mechanisms of airborne infection via evaporating and sedimenting droplets produced by speaking*, The journal of physical chemistry B **124** (2020), no. 33, 7093–7101.
- [3] Anže Božič and Matej Kanduč, *Relative humidity in droplet and airborne transmission of disease*, Journal of Biological Physics **47** (2021), no. 1, 1–29.
- [4] X Xie, Y Li, ATY Chwang, PL Ho, and WH Seto, *How far droplets can move in indoor environments—revisiting the wells evaporation–falling curve.*, Indoor air **17** (2007), no. 3.
- [5] Lidia Morawska, *Droplet fate in indoor environments, or can we prevent the spread of infection?*, Indoor Air 2005: Proceedings of the 10th International Conference on Indoor Air Quality and Climate, Tsinghua University Press, 2005, pp. 9–23.
- [6] Wikipedia, *File:biological and technological scales compared-en.svg*, 2009, [Online; pridobljeno 28.2.2024].
- [7] Jan Gralton, Euan Tovey, Mary-Louise McLaws, and William D Rawlinson, *The role of particle size in aerosolised pathogen transmission: a review*, Journal of infection **62** (2011), no. 1, 1–13.

- [8] Wikipedia, *File:sizes of respiratory droplets.png*, 2020, [Online; pridobljeno 28.2.2024].
- [9] Tania Merhi, Omer Atasi, Clémence Coetsier, Benjamin Lalanne, and Kevin Roger, *Assessing suspension and infectivity times of virus-loaded aerosols involved in airborne transmission*, *Proceedings of the National Academy of Sciences* **119** (2022), no. 32, e2204593119.
- [10] Gorazd Lešničar and Daniel Žerdoner, *Aerogene in kapljčne okužbe v zobozdravstvu*, *TEST-ZV* **72** (2003), no. 7/8.
- [11] Nina Rolih, *Kapljice ali aerosoli - je razlika sploh pomembna?*, Apr 2021, [Online; pridobljeno 22.2.2024].
- [12] Oregon Health Authority, *Routes of transmission*, [Online; pridobljeno 18.2.2024].
- [13] Eckhard Otto and Heinz Fissan, *Brownian coagulation of submicron particles*, *Advanced Powder Technology* **10** (1999), no. 1, 1–20.
- [14] Linda J Utrup and Allan H Frey, *Fate of bioterrorism-relevant viruses and bacteria, including spores, aerosolized into an indoor air environment*, *Experimental Biology and Medicine* **229** (2004), no. 4, 345–350.
- [15] Brij Kumar, Nilotpol Kashyap, Alok Avinash, Ramakrishna Chevvuri, Mylavarapu Krishna Sagar, and Kumar Shrikant, *The composition, function and role of saliva in maintaining oral health: A review*, *Proteins* **220** (2017), 140–640.
- [16] Andrej Jamnik, *Fizikalna kemija: visokošolski učbenik*, 1. izd. ed., Fakulteta za kemijo in kemijsko tehnologijo, 2018, 250 izv.
- [17] Peter Atkins and Julio de Paula, *Physical chemistry*, 8 ed., W.H. Freeman & Company, March 2006.
- [18] Wan Yang and Linsey C Marr, *Mechanisms by which ambient humidity may affect viruses in aerosols*, *Applied and environmental microbiology* **78** (2012), no. 19, 6781–6788.