

NEGATIVNI LOM SVETLOBE

JAN GNAMUŠ

Fakulteta za matematiko in fiziko
Univerza v Ljubljani

Lom svetlobe je eden od osnovnih optičnih pojavov. V vseh izotropnih prosojnih snoveh v naravi se svetloba lomi pozitivno. Negativni lom svetlobe je mogoče doseči z optičnimi metamateriali, ki so umetno ustvarjene strukture, zgrajene iz zelo majhnih gradnikov. Članek predstavi teorijo negativnega loma in primere metamaterialnih struktur.

NEGATIVE REFRACTION OF LIGHT

Refraction of light is one of the basic optical phenomena. In all isotropic transparent materials in nature, light refracts positively. Negative refraction of light can be achieved with optical metamaterials, which are artificially created structures made from very small building blocks. This article presents the theory of negative refraction and examples of metamaterial structures.

1. Uvod

Lom svetlobe je eden izmed osnovnih optičnih pojavov. Opazimo ga lahko, če z usmerjenim laserskim snopom posvetimo skozi plastično ploščico. Pri tem se snop na meji med zrakom in ploščico prelomi. Zlom snopa svetlobe na meji med sredstvoma je posledica dejstva, da svetloba v različnih snoveh potuje različno hitro.

Lomni zakon je prvi zapisal Johannes Kepler leta 1611 [1]. V današnji obliki ga je desetletje pozneje zapisal nizozemski znanstvenik Snell, zato lomni zakon marsikje še vedno imenujejo po njem. Dandanes je lom v običajnih snoveh dobro znana stvar. Svetloba se na meji med običajnima sredstvoma lomi na drugo stran vpadne pravokotnice. Vendar vse do leta 1967 nihče ni resno razmišljal o možnosti, da bi se svetloba na meji med sredstvoma lahko lomila negativno. Leta 1967 je ruski teoretični fizik Viktor Veselago prvi objavil članek v zvezi s tem. V njem je pokazal, da obstoj snovi, v kateri bi se svetloba lomila negativno, ne nasprotuje fizikalnim zakonom [2]. Predvidel je, da bi pri prehodu svetlobe iz zraka v snov z določenima vrednostma dielektričnosti ϵ in magnetne permeabilnosti μ prišlo do negativnega loma svetlobe. Obenem je napovedal nekaj nenavadnih pojavov, do katerih bi prišlo v takih snoveh. Njegova teorija pa je vsebovala ključno pomanjkljivost: zahtevala je takšne vrednosti ϵ in μ , ki v naravi do tedaj še niso bile odkrite. Zato njegov članek sprva ni požel veliko uspeha in je za 30 let odšel v pozabo.

Leta 1999 se je zgodil preobrat. Skupina raziskovalcev iz Univerze v San Diegu v Kaliforniji je eksperimentalno potrdila, da je negativen lom svetlobe zares mogoč [3, 4]. V eksperimentu niso uporabili navadnih, v naravi najdenih snovi, temveč umetno ustvarjeno strukturo - metamaterial. Ta je bil zgrajen iz zelo majhnih osnovnih gradnikov, dosti manjših od valovne dolžine uporabljene svetlobe. Zaradi svoje posebne strukture se je na mikrovalovno svetlobo v ozkem frekvenčnem območju odzival z učinkovitim negativnim lomnim količnikom. S to eksperimentalno potrditvijo negativnega loma svetlobe je zaživelo področje optičnih metamaterialov (grško *meta* pomeni 'onkraj').

Znanost o optičnih metamaterialih se ukvarja s snovanjem novih struktur z optičnimi lastnostmi, ki jih ne najdemo v naravi. Med takimi strukturami je najbolj znan metamaterial z negativnim lomnim količnikom (na kratko negativni metamaterial).

V članku se najprej idejno lotimo negativnega loma. Nato izpeljemo, kakšne lastnosti ima snov, v kateri se svetloba lomi negativno. Potem predstavimo eksperimentalne dosežke in tipične implementacije metamaterialnih struktur. Nazadnje predstavimo izzive, ki so danes v ospredju razvoja metamaterialov z negativnim lomnim količnikom.

V članku bomo imeli ves čas opravka z linearno, izotropno in homogeno snovjo, zato se privzame, da je snov taka, kadar to ni eksplicitno poudarjeno.

2. Teoretična obravnava

2.1 Ideja negativnega loma

Lomni količnik n pove, za kolikšen faktor je hitrost svetlobe v snovi manjša od hitrosti svetlobe v vakuumu. Definiran je kot

$$c = \frac{c_0}{n}, \quad (1)$$

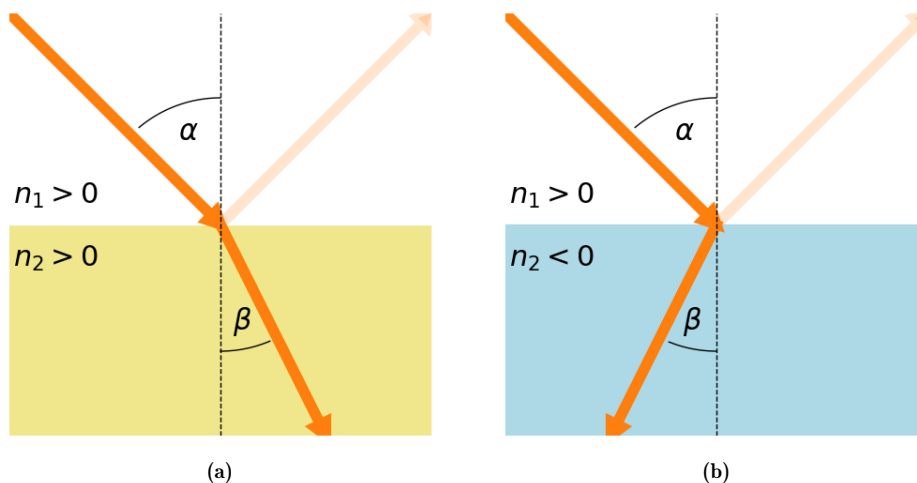
kjer sta c_0 in c hitrost svetlobe v vakuumu in v snovi.

Poglejmo si, kaj nas napelje na misel, da bi lahko obstajal negativni lom svetlobe. Zamislimo si svetlobni žarek, ki vpada na mejo med dvema sredstvom z lomnima količnikoma n_1 in n_2 . Na meji med sredstvom pride zaradi razlike lomnih količnikov do loma svetlobe. Tega za linearne, izotropne in homogene snovi opiše lomni zakon [1]

$$n_1 \sin \alpha = n_2 \sin \beta, \quad (2)$$

kjer sta α in β kota med smerjo širjenja svetlobe in vpadno pravokotnico v prvi in drugi snovi (slika 1). Obravnavajmo lom svetlobe na prehodu iz zraka ($n_1 > 0$) v drugo snov, ki naj ima v prvem primeru pozitivni lomni količnik, v drugem pa negativnega.

Naj sprva svetlobni žarek vpada pod kotom α glede na vpadno pravokotnico na mejo s sredstvom, ki ima pozitivni lomni količnik, $n_2 > 0$. V tem primeru se svetloba lomi na drugo stran vpadne pravokotnice (slika 1a). Tak lom svetlobe je najbolj pogost, zato ga imenujemo navadni ali pozitivni lom. V vseh transparentnih snoveh, ki so bile do sedaj odkrite v naravi, se svetloba lomi na ta način.

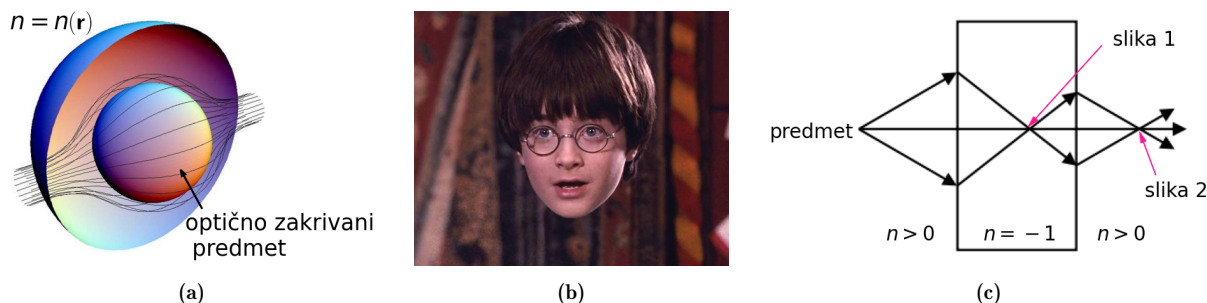


Slika 1. Lom svetlobe na meji med zrakom in sredstvom s pozitivnim lomnim količnikom (a) in lom na meji s sredstvom z negativnim lomnim količnikom (b). Svetlobni žarek vpada od zgoraj.

Naj sedaj svetlobni žarek vpada na mejo s sredstvom, ki ima negativni lomni količnik, $n_2 < 0$. V tem primeru iz lomnega zakona sledi, da je lomni kot β negativen (slika 1b). Svetloba se torej lomi na isto stran vpadne pravokotnice, in ne na drugo stran, kot se to zgodi pri navadnih snoveh. Z drugimi besedami, na meji med zrakom in sredstvom z negativnim lomnim količnikom pride do negativnega loma svetlobe.

2.2 Novi pojavi in potencialna uporaba

Ideja, da bi se lahko svetloba na meji med sredstvom lomila negativno, napoveduje nekatere optične pojave, ki jih v naravi sicer ne opazimo [5, 6]. Najbolj znana potencialna uporaba metamaterialov so plašči nevidnosti, v katerih bi s prostorsko odvisnostjo lomnega količnika lahko vodili svetlobo mimo objekta (slika 2a) [5]. Tako bi svetloba potovala mimo objekta, kot da ga ne bi bilo tam in



Slika 2. Pot svetlobe okoli optično zakrivane objekta (a), Harry Potter v svojem plašču nevidnosti (b) in skica delovanja superleče (c). Prirejeno po: [5, 7, 8].

objekt bi bil optično neviden. Za izdelavo takega plašča bi bila potrebna zanesljiva prostorska manipulacija z vrednostjo lomnega količnika v želenem frekvenčnem območju. Pri tem sicer ne potrebujemo negativnega lomnega količnika. Kljub temu plašč omenimo, saj je to najbolj znan primer uporabe metamaterialov. Plašč nevidnosti je mnogim znan tudi iz knjižne oz. filmske serije Harry Potter (slika 2b).

Druga potencialna raba metamaterialov so superleče [8]. To bi bile ravne ploščice, izdelane iz snovi z vrednostjo lomnega količnika $n = -1$. Svetloba, ki izhaja iz točkastega predmeta, bi se pri prehodu iz zraka v ploščico lomila negativno (slika 2c). Žarki bi se prvič sekali že znotraj ploščice, zato bi tam nastala prva slika. Po izhodu iz ploščice bi se žarki še drugič sekali v eni točki, kjer bi nastala druga slika. To sliko bi opazovali. Glavne prednosti takih leč napram navadnim geometrijskim lečam bi bile enostavnejša oblika, teoretično neomejena ločljivost in manjša masa [8].

3. Lomni količnik

Če bi želeli v realnem življenju opaziti negativni lom svetlobe, bi bilo ključno zagotoviti negativen lomni količnik sredstva. Težava je, da do danes še nihče ni odkril snovi v naravi, v kateri bi se svetloba lomila negativno. Tako načeloma ne obstaja naraven način, kako doseči negativen lom. Izkáže se, da lahko negativen lomni količnik dosežemo z umetno ustvarjenimi strukturami oz. metamateriali. Tem se posvetimo kasneje (poglavje 5.2). V tem poglavju izpeljemo, kako je lomni količnik odvisen od snovnih konstant dielektričnosti ϵ in permeabilnosti μ . S tem vedenjem bomo lahko ugotovili, pri katerih vrednostih ϵ in μ je lomni količnik zares negativen. To nam bo na koncu nakazalo, kako naj zgradimo negativni metamaterial, ki bo omogočal negativni lom svetlobe.

Zvezo med n , ϵ in μ izpeljemo v valovni sliki svetlobe - upoštevamo, da je svetloba elektromagnetno valovanje. Predpostavimo, da je obravnavano sredstvo linearno, izotropno in homogeno. Tako sta konstitutivni relaciji za električno polarizacijo in magnetizacijo v tem sredstvu linearni

$$\mathbf{D} = \epsilon_0 \epsilon \mathbf{E}, \quad (3)$$

$$\mathbf{B} = \mu_0 \mu \mathbf{H}. \quad (4)$$

Polji \mathbf{E} in \mathbf{B} , ki sestavljata elektromagnetno valovanje, sta pogojeni z Maxwellovimi enačbami. Te

v snovi zapišemo kot

$$\nabla \cdot \mathbf{D} = 0, \quad (5)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0, \quad (6)$$

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}, \quad (7)$$

$$\nabla \times \mathbf{H} = \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t}, \quad (8)$$

kjer smo privzeli, da v prostoru ni izvorov polja. Gostota prostega naboja ρ in gostota prostega toka \mathbf{j} sta torej enaki 0. Če delujemo z rotorjem na enačbo (7) in upoštevamo enačbo (8) ter predpostavko o linearni konstitutivni relaciji, lahko izpeljemo valovno enačbo za električno polje

$$\nabla^2 \mathbf{E} - \mu_0 \mu \varepsilon_0 \varepsilon \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} = 0. \quad (9)$$

Na podoben način izpeljemo valovno enačbo za gostoto magnetnega polja

$$\nabla^2 \mathbf{B} - \mu_0 \mu \varepsilon_0 \varepsilon \frac{\partial^2 \mathbf{B}}{\partial t^2} = 0. \quad (10)$$

V konstantnem faktorju pred časovnim odvodom prepoznamo fazno hitrost potovanja elektromagnetnega valovanja

$$c^2 = \frac{1}{\mu_0 \mu \varepsilon_0 \varepsilon} = \frac{c_0^2}{n^2}, \quad (11)$$

kjer smo uvedli hitrost svetlobe v vakuumu $c_0^2 = 1/(\mu_0 \varepsilon_0)$ in lomni količnik sredstva n :

$$n = \pm \sqrt{\varepsilon \mu}. \quad (12)$$

Z izpeljavo valovne enačbe smo torej dobili zvezo med lomnim količnikom n in dielektričnostjo ε ter permeabilnostjo μ . Na ta način se tudi sicer formalno vpelje lomni količnik svetlobe v dani snovi.

Zveza (12) torej določa lomni količnik svetlobe v sredstvu z dielektričnostjo ε in permeabilnostjo μ . Opazimo, da je lomni količnik določen do predznaka natančno. To sledi iz definicije lomnega količnika. Tudi sicer noben fizikalni zakon ne nasprotuje temu, da v enačbi (12) izberemo negativni predznak. Taka izbira predznaka seveda še ne zagotavlja, da v realnem svetu snov s takim lomnim količnikom dejansko obstaja. Prav tako ne da vedeti, od česa je odvisen predznak lomnega količnika. Vseeno pa opazka o možnosti, da bi lomni količnik lahko zavzel negativno vrednost, predstavlja osnovo za nadaljnji razmislek.

Kako torej izvemo, kdaj je izbira negativnega predznaka lomnega količnika smiselna? Izkaže se, da je predznak n enolično določen s predznakoma ε in μ [1]. Z obravnavo loma svetlobe v valovni sliki namreč ugotovimo, da je kvalitativen potek loma odvisen od predznakov ε in μ . Če sta tako dielektričnost kot permeabilnost pozitivna, $\varepsilon, \mu > 0$, se svetloba lomi pozitivno. Če sta nasprotno predznačena, je lomni količnik imaginaren in svetloba se popolnoma odbije. Če pa sta oba negativna, $\varepsilon, \mu < 0$, se svetloba lomi negativno [2, 9]. Zadnja trditev je ključnega pomena. Pove, da je v definiciji lomnega količnika treba izbrati negativen predznak, če ima snov $\varepsilon, \mu < 0$. Z drugimi besedami, svetloba se na meji med zrakom in takim sredstvom lomi negativno. Do te trditve smo prišli brez dokaza. Sedaj pokažimo, da tudi zares drži.

4. Negativni lom

Pokažimo, da se svetloba na meji med zrakom in sredstvom z $\varepsilon, \mu < 0$ lomi negativno [1, 10]. S tem bomo pokazali, da je lomni količnik take snovi negativen. Obravnavajmo svetlobo, ki vpada na

mejo med sredstvoma, kot ravni elektromagnetni val

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = \mathbf{E}_0 e^{i(\mathbf{k}\cdot\mathbf{r} - \omega t)}, \quad (13)$$

$$\mathbf{B}(\mathbf{r}, t) = \mathbf{B}_0 e^{i(\mathbf{k}\cdot\mathbf{r} - \omega t)}, \quad (14)$$

kjer smo uvedli valovni vektor \mathbf{k} in kotno frekvenco ω , ki sta povezana prek fazne hitrosti: $|\mathbf{k}| = \omega/c$. Polji \mathbf{E} in \mathbf{B} smo zapisali v kompleksnem - privzeto je, da le realni del predstavlja fizikalno rešitev.

Poglejmo, kako se obnaša svetloba pri prehodu iz zraka v sredstvo z $\epsilon, \mu < 0$. Svetloba je elektromagnetno valovanje, zato morata polji \mathbf{E} in \mathbf{D} ob prehodu v drugo snov zadostiti robnim pogojem, ki veljajo zanj. Iz Maxwellovih enačb (5) in (7) sledi, da se pri prehodu v drugo snov ohranjata tangenta komponenta jakosti električnega polja \mathbf{E}_{\parallel} in normalna komponenta gostote električnega polja \mathbf{D}_{\perp} :

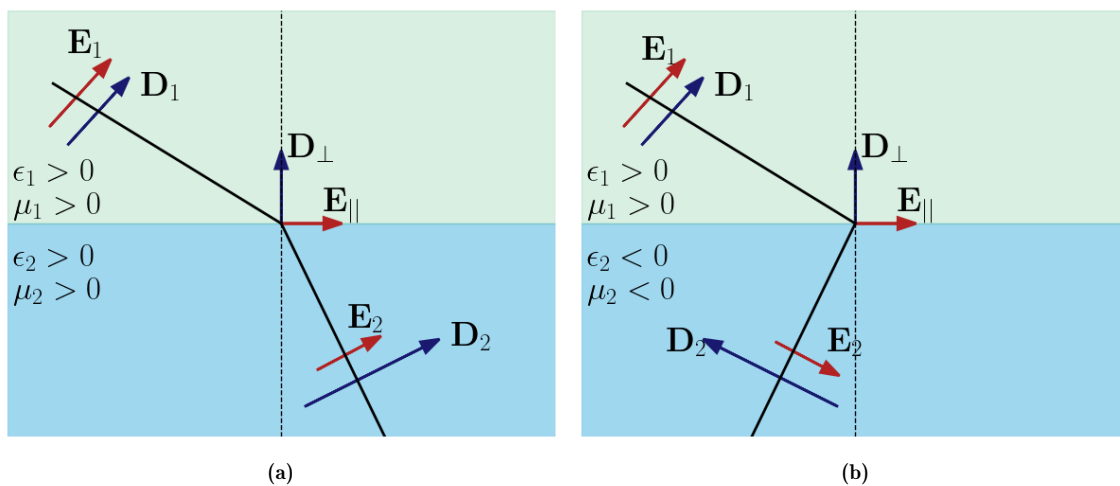
$$\mathbf{E}_{1\parallel} = \mathbf{E}_{2\parallel}, \quad (15)$$

$$\mathbf{D}_{1\perp} = \mathbf{D}_{2\perp}. \quad (16)$$

Poleg tega sta smeri vektorjev \mathbf{E} in \mathbf{k} pravokotni, kar sledi iz enačb (13), (3) in (5):

$$\begin{aligned} 0 &= \nabla \cdot \mathbf{D}(\mathbf{r}, t) \\ &= \epsilon_0 \epsilon \nabla \cdot \mathbf{E}(\mathbf{r}, t) \\ &= \epsilon_0 \epsilon (\mathbf{k} \cdot \mathbf{E}_0) e^{i(\mathbf{k}\cdot\mathbf{r} - \omega t)} \\ &\implies \mathbf{k} \perp \mathbf{E}. \end{aligned} \quad (17)$$

Velja tudi $\mathbf{k} \perp \mathbf{D}$, saj sta v linearni snovi polji \mathbf{E} in \mathbf{D} bodisi vzporedni bodisi nasprotno vzporedni. Obravnava sprva navadno snov z $\epsilon, \mu > 0$. Naj polji \mathbf{E} in \mathbf{D} v zraku kažeta v smeri desno-navzgor (slika 3a).



Slika 3. Polja pri lomu svetlobe, pozitivni lom (a) in negativni lom (b).

Pri prehodu svetlobe v drugo snov se ohranjata komponenti \mathbf{E}_{\parallel} in \mathbf{D}_{\perp} . To vlevata robna pogoja (15) in (16). V tem konkretnem primeru kaže \mathbf{E}_{\parallel} vselej v desno, \mathbf{D}_{\perp} pa gor. Hkrati polji \mathbf{E} in \mathbf{D} povezuje konstitutivna relacija (3), ki za navadno snov s pozitivno dielektričnostjo ϵ pravi, da vektorja \mathbf{E} in \mathbf{D} kažeta v isto smer. Ta ugotovitev skupaj z robnimi pogoji narekuje, da morata polji \mathbf{E} in \mathbf{D} tudi v drugi snovi obe kazati v smeri desno-navzgor. Kakršna koli druga orientacija teh dveh vektorjev bi kršila bodisi enega izmed robnih pogojev bodisi konstitutivno relacijo. Če upoštevamo še pogoj (17), ugotovimo, da je edini možni način loma svetlobe na meji med zrakom

in sredstvom z $\varepsilon, \mu > 0$ pozitiven (v 4. kvadrant). To, pod kakšnim kotom se svetloba lomi, pa določajo konkretne vrednosti ε in μ .

V sredstvu z $\varepsilon, \mu < 0$ je slika drugačna. Naj polji \mathbf{E} in \mathbf{D} v zraku zopet kažeta v smeri desno-navzgor (slika 3b). Zopet na meji med sredstvom veljata robna pogoja, ki vevata ohranitev komponent \mathbf{E}_{\parallel} in \mathbf{D}_{\perp} . Polji \mathbf{E} in \mathbf{D} sta tudi v tem primeru povezani preko konstitutivne relacije (3). Vendar pride tu do ključne razlike: konstitutivna relacija pove, da polji \mathbf{E} in \mathbf{D} v snovi z $\varepsilon, \mu < 0$ kažeta v nasprotnih si smereh, ne v isti smeri kot je to pri navadnih snoveh. Elektromagnetno valovanje mora zadostiti tako robnima pogojema kot konstitutivni relaciji, iz česar sledi, da po prehodu svetlobe v drugo snov \mathbf{E} lahko kaže le desno-navzdol, medtem ko \mathbf{D} lahko kaže le levo-navzgor. Kakršna koli druga orientacija teh dveh vektorjev bi kršila bodisi enega izmed robnih pogojev bodisi konstitutivno relacijo. Če upoštevamo še pogoj (17), ugotovimo, da je edini možni način loma svetlobe na meji med zrakom in sredstvom z $\varepsilon, \mu < 0$ negativen (v 3. kvadrant).

Do te točke je izpeljava neodvisna od vrednosti permeabilnosti μ . Kateri pogoj zahteva, da mora biti tudi $\mu < 0$? Izkáže se, da se svetloba ne more širiti skozi sredstvo z nasprotno predznačenima ε in μ . Tako mora v primeru z $\varepsilon < 0$ veljati tudi $\mu < 0$, če naj se svetloba sploh širi skozi to sredstvo. O tem se lahko prepričamo na naslednji način. Naj bo $\varepsilon < 0$ in $\mu > 0$. Upoštevajmo disperzijsko relacijo. Velja

$$\begin{aligned} k &= \omega/c \\ &= \omega n/c_0 \\ &= \omega(\pm\sqrt{\varepsilon\mu})/c_0 \\ &= \omega\left(\pm i\sqrt{|\varepsilon|\mu}\right)/c_0. \end{aligned} \tag{18}$$

Vstavimo izraz (18) v nastavek za ravni val (13)

$$\begin{aligned} \mathbf{E}(\mathbf{r}, t) &= \mathbf{E}_0 e^{i(\mathbf{k}\cdot\mathbf{r} - \omega t)} \\ &= \mathbf{E}_0 e^{ikr \cos\theta} e^{-i\omega t} \\ &= \mathbf{E}_0 e^{\mp\omega\sqrt{|\varepsilon|\mu} r \cos\theta/c_0} e^{-i\omega t}, \end{aligned} \tag{19}$$

kjer je θ kot med valovnim vektorjem \mathbf{k} in radij vektorjem \mathbf{r} . V enačbi (19) je fizikalno smiselna le izbira negativnega predznaka. Svetloba se v sredstvu z $\varepsilon < 0$ in $\mu > 0$ očitno ne more širiti. Električno polje namreč v taki snovi pojema eksponentno z razdaljo. Podobno bi veljalo v primeru z $\varepsilon > 0$ in $\mu < 0$. Svetloba se torej lahko širi le skozi sredstvo z enako predznačenima ε in μ . S tem smo pokazali, da mora v sredstvu z $\varepsilon < 0$ zares biti tudi $\mu < 0$, da se svetloba lahko skozenj sploh širi. Povzemimo. Z valovno obravnavo loma svetlobe smo pokazali, da se svetloba na meji med zrakom in snovjo z $\varepsilon, \mu < 0$ lomi negativno. Tako smo dokazali, da je v definiciji lomnega količnika (12) potrebno izbrati negativen predznak, če ima snov $\varepsilon, \mu < 0$. Z drugimi besedami: zadosten pogoj, da na meji med zrakom in neko snovjo pride do negativnega loma svetlobe, je ta, da ima snov $\varepsilon, \mu < 0$.

5. Eksperimentalna uresničitev

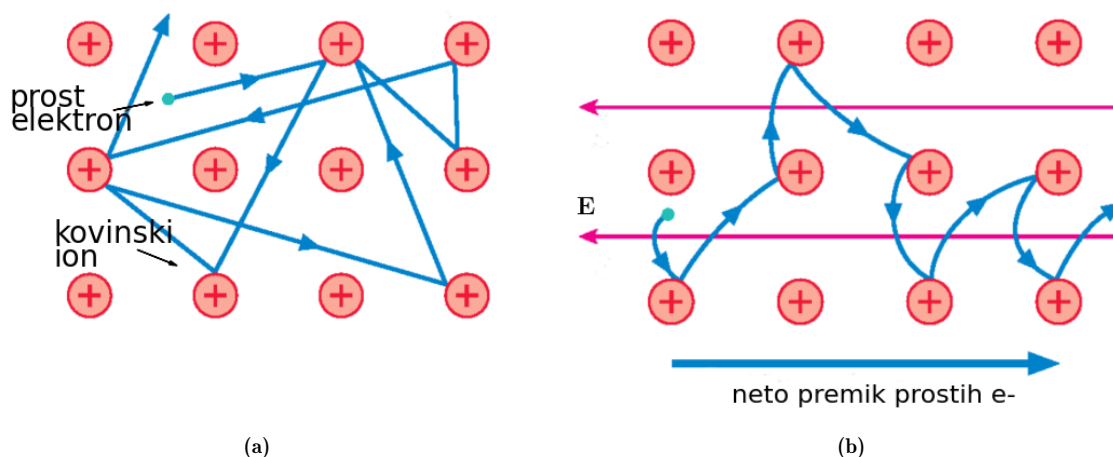
5.1 Negativna ε in μ v naravi

Ključen rezultat zgornje teoretične razprave je naslednji. Če bi obstajala snov, ki bi se na elektromagnetno valovanje odzivala z negativnima ε in μ , potem bi na meji med zrakom in to snovjo opazili negativni lom svetlobe. Vendar taka snov v naravi kot kaže ne obstaja, saj negativnega loma v navadnih snoveh še nismo opazili [11]. To pomeni, da nobena do sedaj odkrita snov nima hkrati negativnega ε in μ [2, 12].

Obstajajo pa snovi v naravi, ki v omejenem frekvenčnem območju dosežejo bodisi $\varepsilon < 0$ bodisi $\mu < 0$, ne pa obeh hkrati. Negativna dielektričnost se pojavi tako v kovinah kot tudi v dielektrikih v določenem frekvenčnem območju [10, 13]. Kot zgled si pogledjmo, kako. V ta namen izpeljimo frekvenčno odvisnost dielektričnosti za oba tipa snovi.

S poznavanjem mikroskopske slike kovine in dielektrika lahko zapišemo model gibalne enačbe za nosilce naboja v obeh snoveh. Z rešitvijo te enačbe lahko nato ugotovimo, kakšna je frekvenčna odvisnost dielektričnosti v kovini in dielektriku. V tej funkcijski odvisnosti nato uvidimo, na katerem frekvenčnem območju je $\varepsilon < 0$.

Najprej obravnavamo kovino [6, 14]. Ta je tipično sestavljena iz pozitivnih kovinskih ionov, vezanih v kristalno mrežo, in 'morja' prostih elektronov, ki se prosto gibljejo po kristalu (slika 4). Elektroni trkajo v ione kristalne mreže, kar predstavlja dušenje (slika 4a). Trkanje je tem bolj pogosto, tem večja je hitrost elektronov. Če se kovina nahaja v zunanjem električnem polju, se prosti elektroni še vedno naključno gibljejo, vendar imajo poleg tega še povprečno hitrost v nasprotni smeri zunanjega polja (slika 4b). Električno polje tako predstavlja gonilo za deloma usmerjeno gibanje prostih elektronov.



Slika 4. Mikroskopska slika kovine brez zunanjega električnega polja (a) in v zunanjem električnem polju (b).

S tem poznavanjem mikroskopske slike kovine lahko zapišemo gibalno enačbo za proste elektrone v kovini, ki se glasi [14]

$$m \frac{d^2 \mathbf{r}}{dt^2} = -m\gamma \frac{d\mathbf{r}}{dt} + e\mathbf{E}(\mathbf{r}, t), \quad (20)$$

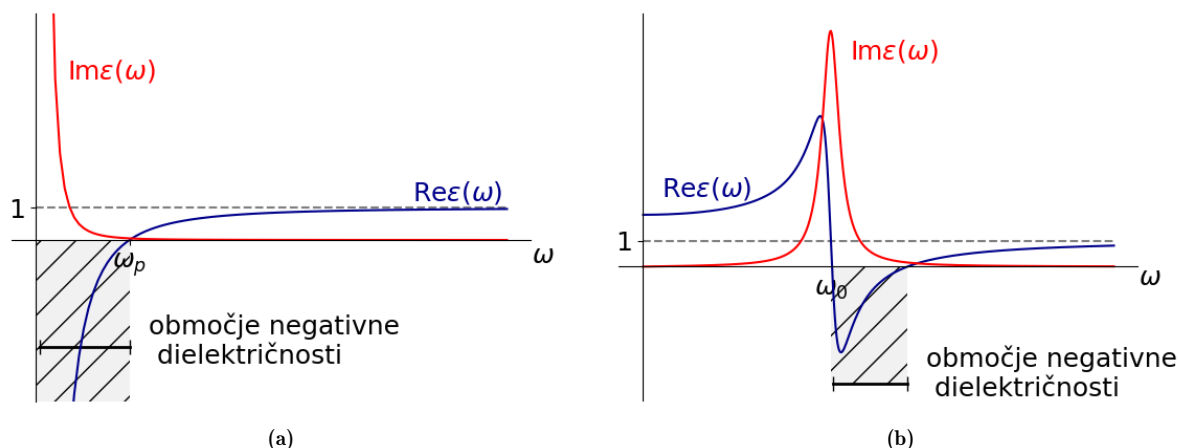
kjer so γ , \mathbf{r} , m in e koeficient dušenja, odmik, masa in naboj prostih elektronov.

S prepisom gibalne enačbe v frekvenčni prostor jo lahko rešimo algebraično za $\mathbf{r}(\omega)$. Z upoštevanjem, da je polarizacija materiala po eni definiciji enaka gostoti dipolnega momenta $\mathbf{P}(\omega) = ner(\omega)$, kjer je n številska gostota prostih elektronov, po drugi definiciji pa je enaka $\mathbf{P}(\omega) = \varepsilon_0(\varepsilon(\omega) - 1)\mathbf{E}(\omega)$, dobimo frekvenčno odvisnost dielektričnosti za kovine

$$\varepsilon(\omega) = 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega(\omega + i\gamma)}, \quad (21)$$

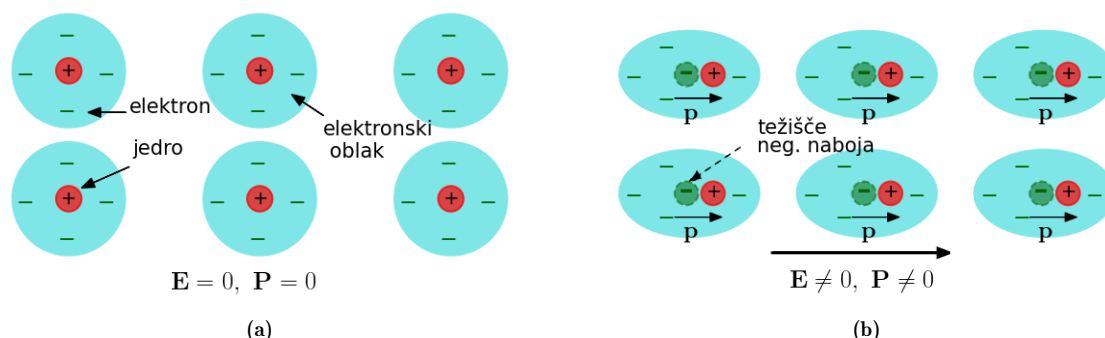
kjer je $\omega_p = ne^2/(\varepsilon_0 m)$ plazemska frekvenca, odvisna od snovi. Plazemska frekvenca ω_p je frekvenca zunanjega električnega polja, pri kateri je nihanje elektronov v kovini maksimalno. Je naravna frekvenca nihanja elektronov v kovini, če bi razmaknili elektrone in ione, ki kovino tvorijo [15]. Izpeljana zveza predstavlja odziv prostih elektronov v kovini na zunanje električno polje (slika 5a). Realni del dielektrične funkcije je v zvezi z lomom in odbojem, imaginarni del pa je povezan z

absorpcijo. V našem primeru je torej relevanten predvsem realni del dielektrične funkcije. Ta za frekvence vse do plazemske frekvence zaseda negativne vrednosti.



Slika 5. Dielektrična funkcija kovine (a) in dielektrika (b). Posebej sta označeni območji, v katerih realni del dielektričnosti zavzame negativne vrednosti.

Sedaj obravnavamo dielektrik. Ta je sestavljen iz atomov ali molekul, ki so sami sestavljeni iz jedra in vezanih elektronov (slika 6).



Slika 6. Mikroskopska slika dielektrika brez zunanjega električnega polja (a) in v zunanjem električnem polju (b).

Ko se dielektrik ne nahaja v zunanjem električnem polju, se težišči pozitivnega in negativnega naboja v atomih prekrivata (slika 6a). Ko pa se dielektrik nahaja v zunanjem električnem polju, na vezane elektrone deluje električna sila, zato se težišče negativnega naboja malo premakne v nasprotni smeri polja (slika 6b). S tem se težišči pozitivnega in negativnega naboja ne prekrivata več. Atomi imajo tako neničeln dipolni moment \mathbf{p} . Dipolni momenti večih atomov se v povprečju orientirajo tako, da skupni dipolni moment kaže v smeri zunanjega polja - pojavi se polarizacija.

S tem poznavanjem mikroskopske slike dielektrika lahko zapišemo gibalno enačbo za vezane naboje, ki se glasi [14]

$$m \frac{d^2 \mathbf{r}}{dt^2} = -m\gamma \frac{d\mathbf{r}}{dt} - m\omega_0^2 \mathbf{r} + e_v \mathbf{E}(\mathbf{r}, t), \quad (22)$$

kjer sta γ in ω_0 koeficient dušenja in resonančna frekvenca, odvisna od snovi, \mathbf{r} , m in e_v pa odmik, masa in naboj vezanih elektronov. Faktor dušenja pride na primer od viskozne trenja, harmonski člen pa izhaja iz dejstva, da so elektroni vezani.

Po isti poti kot za kovine izpeljemo frekvenčno odvisnost dielektrične funkcije za dielektrike

$$\varepsilon(\omega) = 1 + \frac{\omega_0^2}{(\omega_0^2 - \omega^2) - i\gamma\omega}, \quad (23)$$

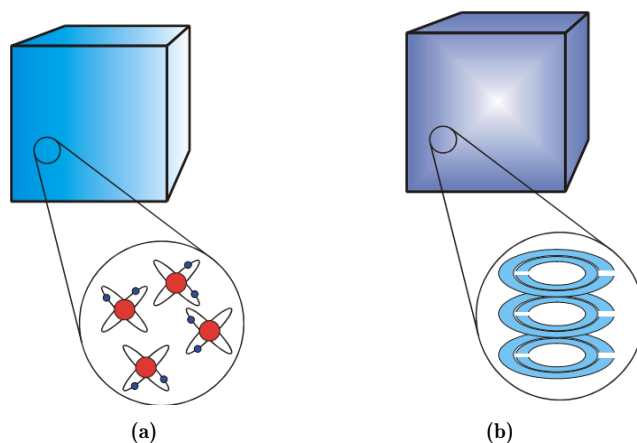
kjer je ω_0 resonančna frekvenca, odvisna od snovi. Izpeljana funkcijska odvisnost se imenuje tudi Lorentzova relaksacija (slika 5b). Dielektrična funkcija tudi v tem primeru lahko zavzame negativne vrednosti, in sicer v relativno ozkem frekvenčnem pasu nad resonančno frekvenco ω_0 . Negativna dielektričnost se torej pogosto pojavlja v naravi. Vendar negativna vrednost dielektričnosti sama po sebi še ni zadosten pogoj za negativni lom svetlobe. Snov mora hkrati imeti tudi negativno permeabilnost v istem frekvenčnem območju. Te pa kovine in dielektriki ne morejo doseči [13].

Podobno obstajajo tudi snovi, ki imajo v določenem frekvenčnem območju negativno permeabilnost, na primer antiferomagnetni [16, 17, 18]. Vendar pa se v teh snoveh zelo težko doseže negativno dielektričnost.

Tako odpadejo vsi upi, da bi lahko z naravnimi materiali direktno demonstrirali negativni lom. Kljub temu da v naravi obstajajo snovi, ki imajo v omejenem frekvenčnem območju bodisi $\varepsilon < 0$ bodisi $\mu < 0$, ne obstajajo snovi, ki bi imele hkrati $\varepsilon < 0$ in $\mu < 0$.

5.2 Optični metamateriali

Naravni materiali sami po sebi ne morejo izkazovati negativnega loma svetlobe. Vendar to še ne pomeni, da ta ni dosegljiv. Pomeni le, da v naravi ni snovi, ki bi imela negativni lomni količnik. Za praktično uresničitev negativnega loma obstaja druga pot. Ta temelji na ideji, da lahko snov z željenimi lastnostmi kar zgradimo, namesto da jo iščemo v naravi. Taki umetno zgrajeni strukturi se reče tudi metamaterial [6, 13]. Sestoji iz majhnih umetnih gradnikov, imenovanih tudi 'meta-atomi' [13], in je pogosto periodična (slika 7).



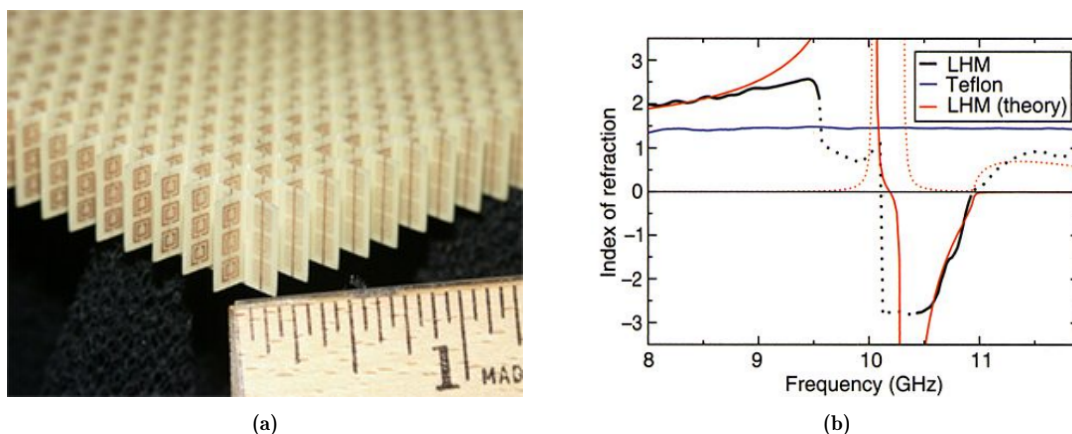
Slika 7. Osnovni gradniki navadnih materialov so atomi ali molekule (a), osnovni gradniki metamaterialov pa so umetno zgrajeni (b). Vir: [19].

Meta-atomi so lahko kovinske ploščice, obroči, žice, dielektrične kroglice ali kaj drugega [13]. Njihove tipične velikosti znašajo med 10^{-8} m in 10^{-3} m [20]. Ključno pri izdelavi metamateriala je, da so njegovi osnovni gradniki dovolj majhni, da mu lahko pripišemo makroskopske snovne parametre kot sta npr. dielektričnost in permeabilnost. V primeru izdelave metamateriala z negativnim lomnim količnikom mora biti velikost osnovnega gradnika dosti manjša od valovne dolžine svetlobe. Če so osnovni gradniki primerljive velikosti kot je valovna dolžina svetlobe, s katero metamaterial interagira, pride do valovnih pojavov kot sta uklon in interferenca, ki pa si jih ne želimo. Metamaterial se mora za svetlobo obnašati kot efektivna snov, torej tako, da njegova mikroskopska struktura ne vpliva direktno na interakcijo s svetlobo. S primerno izgradnjo metamateriala torej v principu lahko dosežemo, da se ta na svetlobo odziva s 'poljubnima' efektivnima ε in μ . Pri tem se izkaže, da na ciljne snovne lastnosti vpliva le geometrija osnovnih gradnikov, ne pa tudi njihova kemijska

sestava [4, 21, 22]. V nadaljevanju si konkretno pogledamo, kako je zgrajen tipičen metamaterial.

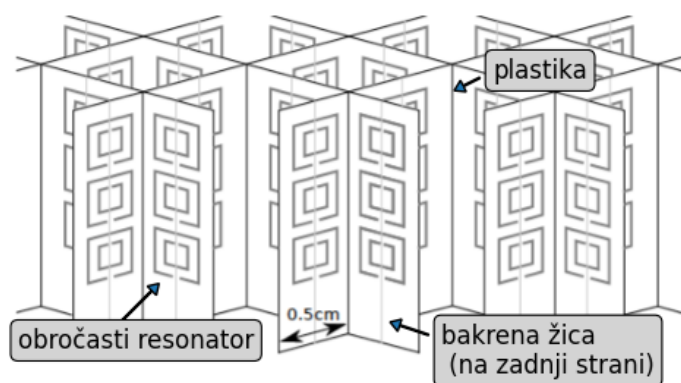
5.3 Prvi metamaterial

Prva eksperimentalna potrditev negativnega loma je bila dosežena leta 1999, torej 30 let po teoretični napovedi. Skupina z Univerze v San Diegu pod vodstvom raziskovalca Davida Smith-a je tistega leta sestavila 2D prizmatično strukturo (slika 8a), na kateri so potrdili negativni lom za mikrovalovne frekvence [4]. Njena posebna zasnova je povzročila efektivno negativna ε in μ na ozkem delu mikrovalovnega



Slika 8. Prvi metamaterial z negativnim lomom na osnovi obročastih resonatorjev z režo (a). Rezultati originalnih meritev (b). Teflon ni relevanten. LHM pomeni left-handed material. Tako se takim metamaterialom pogosto reče v literaturi. Črtkani del predstavlja področja, v katerih je vrednost lomnega količnika bodisi izven meje mogoče meritve ($|n| > 3$) bodisi prevladuje imaginarna komponenta in posledično lomni količnik ni mogel biti zanesljivo določen. Vir: [4, 10].

frekvenčnega območja. Na ploščice s steklom ojačane plastike so nalepili več parov kvadratnih bakrenih obročastih resonatorjev z režo (ang. *split ring resonators, SRR*) (slika 9). Na drugo stran ploščic so nalepili bakrene žice. Velikost ene osnovne celice je znašala 5 mm. Ploščice so zlepili v periodično prepleteno strukturo.



Slika 9. Skica mreže obročastih resonatorjev z režo. Prirejeno po: [6].

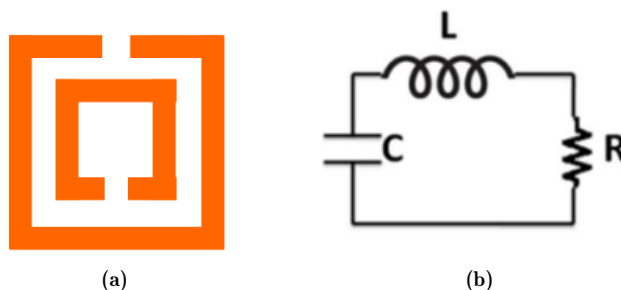
Kako deluje taka struktura? Izkaže se, da mreža žičk zagotavlja primeren električni odziv ($\varepsilon < 0$), obročasti resonatorji z režo pa primeren magnetni odziv ($\mu < 0$) na istem frekvenčnem območju. Izpeljali so analitično vrednost $\varepsilon(\omega)$ in $\mu(\omega)$ [4, 21, 22]. Podrobna izpeljava presega ta članek. Za občutek le opišemo idejo izpeljave in navedemo izračunani efektivni vrednosti dielektričnosti

in permeabilnosti takega metamateriala. Izkaže se, da je mrežo kovinskih žičk možno opisati kot plazmo, tako kot tudi kovino za dovolj visoke frekvence. V tej sliki se izpelje dielektričnost [21, 22]

$$\varepsilon_{\text{ef}}(\omega) = 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega(\omega + i\varepsilon_0 a^2 \omega_p^2 / \pi r^2 \sigma)}, \quad \omega_p^2 = \frac{2\pi c_0^2}{a^2 \ln(a/r)},$$

kjer so a , r , σ , ω_p razdalja med žicami, radij žic, prevodnost uporabljene kovine in plazemska frekvenca.

Željen magnetni odziv dobimo preko mreže obročastih resonatorjev z režo. Ko svetlobo pošljemo skozi ta metamaterial, se skozi presek obročev spreminja magnetni pretok. Zato se v obročih inducira tok, ki pa ne more neprestano teči, saj so obroči na izbranem mestu prekinjeni. Namesto tega se na mestu prekinitve nabere naboj. Magnetno polje se s časom in krajem spreminja, zato se ves čas spreminja tudi magnetni pretok. Tako se tudi inducirani tokovi in naboj na režah spreminjajo s časom. Izkaže se, da je odziv obročev možno opisati kot odziv RLC nihajnega kroga (slika 10). Pri tem kapaciteto C predstavljajo prekinitvene reže obročev, induktivnost L obročasta oblika, upor R



Slika 10. Shema obročastega resonatorja z režo (a), ki se obnaša kot RLC nihajni krog (b). Vir: [23].

pa sama kovina. Odziv RLC kroga je resonančen - pri lastni frekvenci doseže največji odziv in tipično odvisnost resonančne krivulje. Pri frekvencah malo nad resonančno frekvenco takega nihajnega kroga pride do $\mu < 0$. Izpeljana frekvenčna odvisnost permeabilnosti za okrogel resonator se glasi [24]

$$\mu_{\text{ef}} = 1 - \frac{\pi r^2 / a^2}{1 - 3l / \pi^2 \mu_0 \omega^2 C r^3 + i(2l\rho / \omega r \mu_0)}, \quad (24)$$

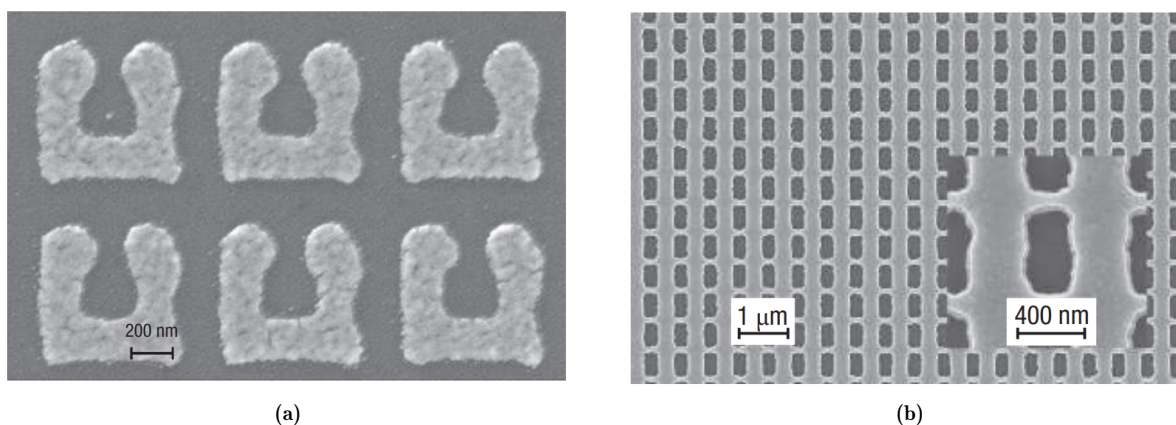
kjer so ρ , l , a , r in C upor na dolžinsko enoto obroča, razmik med nosilnimi plastičnimi ploščicami, efektivni parameter ploščice, notranji polmer notranjega obroča in kapaciteta, povezana z režami v obročih.

Pomembno je dejstvo, da sta tako frekvenčna odvisnost dielektričnosti ε_{ef} kot frekvenčna odvisnost permeabilnosti μ_{ef} odvisna izključno od geometrije osnovnih gradnikov in strukture metamateriala, ne pa tudi od njegove kemijske sestave. Kemijska sestava se zrcali le v imaginarnem delu ε_{ef} (preko prevodnosti σ), ki je povezan z absorpcijo. Drugo pomembno dejstvo je to, da sta $\varepsilon(\omega)$ in $\mu(\omega)$ resonančne oblike. Odvisnost mora biti resonančna, da je zadoščeno kavzalnosti [4].

V eksperimentu so z merjenjem loma svetlobe pri različnih kotih izračunali efektivni lomni količnik strukture (slika 8b). Pri izhodnem kotu 61° so izmerili efektivni lomni količnik $n = -2.7 \pm 0.1$ [4]. Valovna dolžina uporabljene svetlobe je znašala 3 cm, približno 6-krat več kot je velikost osnovne celice. Torej za te valovne dolžine približno velja, da so dosti večje od velikosti gradnikov, zato se struktura obnaša efektivno kot homogena snov. Lomni količnik takega sredstva je bil negativen med frekvencama 10.2 in 10.8 GHz, kar ustreza valovnim dolžinam 2.8-2.9 cm [4].

Prvi metamaterial je torej deloval pri mikrovalovnih frekvencah, kjer je bil njegov negativni lomni količnik večkrat potrjen [10]. Seveda pa bi z metamateriali želeli doseči negativni lom pri višjih frekvencah, npr. vidnih (okoli 500 THz) [10, 13]. En izmed načinov doseganja višjih frekvenc

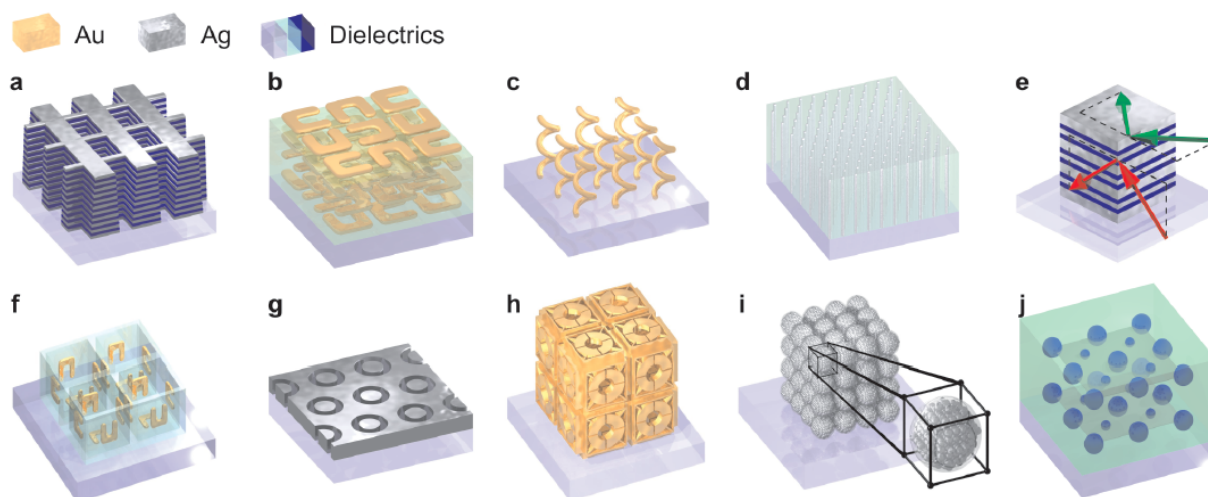
je manjšanje osnovnih gradnikov. Ti morajo namreč vedno biti dosti manjši od valovne dolžine uporabljene svetlobe. S pomočjo enačbe (24) lahko ugotovimo, da je resonančna frekvenca obročev tem višja, tem manjši so obroči. Z manjšanjem obročev so lahko dosegli frekvence vse do infrardeče svetlobe, 100 THz (slika 11) [10, 25, 26, 27, 28].



Slika 11. Primera metamaterialov, ki delujeta v infrardečem delu spektra. Obročasti resonatorji iz zlata z $\mu < 0$ pri valovni dolžini $\lambda = 3.5 \mu\text{m}$ (a). Struktura ribiške mreže (ang. *fishnet*) iz srebra z $n < 0$ pri $\lambda = 1.4 \mu\text{m}$ (b). Vir: [26, 27, 28].

5.4 Različne strukture

Od leta 1999 do danes je bilo narejenih že več deset različnih vrst negativnih metamaterialov (slika 12) [6, 25]. Njihovo delovanje je tipično napovedano teoretično (za dovolj enostavne strukture) in/ali z numeričnimi simulacijami, nato jih dejansko zgradijo in preverijo eksperimentalno [29]. Struktura ribiške mreže kot primer je sestavljena iz kovinskih mrežic, zloženih druga na drugo (slika 12a). Velikosti kvadratnih luknjic so reda velikosti mikrometer. Drugi primeri so še struktura iz zavitih zlatih palčk (slika 12c), koaksialna valjasta struktura iz srebra (slika 12g) in povsem dielektričen metamaterial iz dveh tipov dielektričnih kroglic, zloženih v enostavno kubično mrežo (slika 12j).



Slika 12. Nekaj primerov metamaterialov z negativnim lomnim količnikom. Ribiška mreža (a), kiralni (b,c), žičnati (d), slojeviti (e), 3D obročasti resonatorji (f), koaksialni (g), povezani kubični (h), gruščasti (i), povsem dielektrični (j). Vir: [6].

Vsi ti metamateriali na določen način izkoristijo geometrijo mikrostrukture, da ustvarijo efektivni negativni lomni količnik, podobno kot v primeru obročastih resonatorjev z režo. Pri vseh

negativna permeabilnost izvira iz resonančne odvisnosti dipolne sklopitve med periodično postavljenimi gradniki metamateriala [10].

5.5 Izzivi prihodnosti

Področje optičnih metamaterialov je še precej mlado - nastalo je pred dobrimi 20 leti. Eden izmed glavnih ciljev na tem področju je narediti uporaben metamaterial z negativnim lomnim količnikom za celoten viden del spektra [25]. Do danes so že uspeli narediti negativne metamateriale za optične frekvence, vendar le v ozkem frekvenčnem območju [30, 31, 32, 3]. Poleg tega današnji metamateriali delujejo le za določeno smer širjenja svetlobe ali pa določeno polarizacijo svetlobe. Pereči izzivi v razvoju optičnih metamaterialov so naslednji [6]:

- Optične frekvence: metamaterial, ki deluje pri optičnih frekvencah, mora biti zgrajen iz zelo majhnih gradnikov (reda velikosti nm), kar je tehnološko težko doseči [6].
- Pasovna širina. večina metamaterialov deluje le v omejenem frekvenčnem območju. Iz praktičnih razlogov je cilj razširiti njihovo delovanje na širše območje, npr. da bi pokrile celoten viden spekter [33].
- Absorpcija: v metamaterialih, ki temeljijo na uporabi kovin, je absorpcija znatna. Največja absorpcija se zgodi prav v frekvenčnem območju negativnega loma (slika 5a). Predlogi za zmanjšanje absorpcije so vključitev ojačevalnih snovi ali uporaba tekočih kristalov [11, 26].
- Nastavljivost: v nekaterih primerih bi si želeli po želji prilagajati lomni količnik metamateriala (npr. pri lečah) [26].
- Masovna izdelava in cena: trenutno so izdelani metamateriali na voljo kvečjemu v gramskih količinah [25]. Če naj bi se metamateriali uporabljali tudi za praktične aplikacije, mora biti njihova izdelava dovolj enostavna in poceni.

Obstajajo tudi drugi načini doseganja negativnega loma. V anizotropnih snoveh pride do dvoletnosti, pri čemer se različno polarizirana svetloba različno lomi. Ta pojav je možno izkoristiti za doseganje negativnega loma, vendar tudi v anizotropnih snoveh negativen lom ni običajen. [6].

6. Zaključek

Negativni lom svetlobe je precej mlad pojav, teoretično napovedan leta 1967 in eksperimentalno potrjen leta 1999. Področje optičnih metamaterialov, ki se ukvarja z načrtovanjem in izdelavo struktur z negativnim lomnim količnikom, je danes v polnem zagonu. V prihodnosti lahko na tem področju pričakujemo znaten napredek.

LITERATURA

- [1] I. Drevenšek Olenik and M. Vilfan, *Optika*, Fizika : zbirka fizikalnih učbenikov and monografij, Fakulteta za matematiko in fiziko Univerza v Ljubljani, 2022.
- [2] Viktor G Veselago, *Electrodynamics of substances with simultaneously negative values of ϵ and μ* , Usp. Fiz. Nauk **92** (1967), no. 7, 517.
- [3] Janez Strnad, *Negativni lomni količnik*, Obzornik Mat. Fiz. **vol. 55** (2008), no. 176.
- [4] Richard A Shelby, David R Smith, and Seldon Schultz, *Experimental verification of a negative index of refraction*, Science **292** (2001), no. 5514, 77–79.
- [5] John B Pendry, David Schurig, and David R Smith, *Controlling electromagnetic fields*, Science **312** (2006), no. 5781, 1780–1782.
- [6] Anja Pusovnik, *Flow of light and metamaterials based on nematic fluids: doktorska disertacija*, Univerza v Ljubljani, Fakulteta za matematiko in fiziko, 2020.

- [7] *Who gave Harry Potter the invisibility cloak and why is it important?*, <https://www.looper.com/1332256/who-gave-harry-potter-the-invisibility-cloak/>, Accessed: 24. 2. 2024.
- [8] John Brian Pendry, *Negative refraction makes a perfect lens*, Phys. Rev. Lett. **85** (2000), no. 18, 3966.
- [9] Vladimir M Shalaev, Wenshan Cai, Uday K Chettiar, Hsiao-Kuan Yuan, Andrey K Sarychev, Vladimir P Drachev, and Alexander V Kildishev, *Negative index of refraction and optical metamaterials*, Opt. Lett. **30** (2005), no. 24, 3356–3358.
- [10] Anja Pusovnik, *Negativni lom na ravni površini optičnega metamateriala: magistrsko delo*, Univerza v Ljubljani, Fakulteta za matematiko in fiziko, 2015.
- [11] A Bregar, TJ White, and M Ravnik, *Refraction of light on flat boundary of liquid crystals or anisotropic metamaterials*, Liq. Cryst. Rev. **5** (2017), no. 1, 53–68.
- [12] E. Hecht, *Optics*, Pearson Education, Incorporated, 2017.
- [13] W. Cai and V. Shalaev, *Optical metamaterials: Fundamentals and applications*, Springer New York, 2009.
- [14] R. Podgornik and A. Vilfan, *Elektromagnetno polje*, DMFA-založništvo, 2014.
- [15] A Meyers Robert and RA MEYERS, *Encyclopedia of physical science and technology*, Academic Press Inc. New York, 1997.
- [16] R Macêdo and T Dumelow, *Tunable all-angle negative refraction using antiferromagnets*, Phys. Rev. B **89** (2014), no. 3, 035135.
- [17] Vasiliï Dmitrievich Buchel'nikov and VV Rive, *Antiferromagnetic material with the magnetoelectric effect as an example of a left-handed medium*, JETP Lett. **84** (2006), 395–399.
- [18] Alexandra V Bogomolova, Sergei A Nikitov, Feodor Yu Ogrin, and Sergei V Grishin, *Magnetic bias field driven ferro-and antiferromagnetic semiconductors as double negative media for microwave and terahertz ranges*, J. Magn. Magn. Mater. **587** (2023), 171278.
- [19] John B Pendry, *Negative refraction*, Contemp. Phys. **45** (2004), no. 3, 191–202.
- [20] Jade E Holliman, H Todd Schaefer, B Peter McGrail, and Quin RS Miller, *Review of foundational concepts and emerging directions in metamaterial research: design, phenomena, and applications*, Mater. Adv. (2022).
- [21] John B Pendry, AJ Holden, WJ Stewart, and I Youngs, *Extremely low frequency plasmons in metallic mesostructures*, Phys. Rev. Lett. **76** (1996), no. 25, 4773.
- [22] John B Pendry, AJ Holden, DJ Robbins, and WJ Stewart, *Low frequency plasmons in thin-wire structures*, J. Condens. Matter Phys. **10** (1998), no. 22, 4785.
- [23] Zoran Jakšić, Slobodan Vuković, Jovan Matovic, and Dragan Tanasković, *Negative refractive index metasurfaces for enhanced biosensing*, Mater. **4** (2010), no. 1, 1–36.
- [24] David R Smith, Willie J Padilla, DC Vier, Syrus C Nemat-Nasser, and Seldon Schultz, *Composite medium with simultaneously negative permeability and permittivity*, Phys. Rev. Lett. **84** (2000), no. 18, 4184.
- [25] Costas M Soukoulis and Martin Wegener, *Past achievements and future challenges in the development of three-dimensional photonic metamaterials*, Nat. Photonics **5** (2011), no. 9, 523–530.
- [26] Vladimir M Shalaev, *Optical negative-index metamaterials*, Nat. Photonics **1** (2007), no. 1, 41–48.
- [27] Stefan Linden, Christian Enkrich, Martin Wegener, Jiangfeng Zhou, Thomas Koschny, and Costas M Soukoulis, *Magnetic response of metamaterials at 100 terahertz*, Science **306** (2004), no. 5700, 1351–1353.
- [28] Gunnar Dolling, Christian Enkrich, Martin Wegener, Costas M Soukoulis, and Stefan Linden, *Low-loss negative-index metamaterial at telecommunication wavelengths*, Opt. Lett. **31** (2006), no. 12, 1800–1802.
- [29] S Anantha Ramakrishna, *Physics of negative refractive index materials*, Rep. Prog. Phys. **68** (2005), no. 2, 449.
- [30] Mayte Gómez-Castaño, Juan Luis Garcia-Pomar, Luis Alberto Pérez, Sharvina Shanmugathan, Serge Ravaine, and Agustín Mihi, *Electrodeposited negative index metamaterials with visible and near infrared response*, Adv. Opt. Mater. **8** (2020), no. 19, 2000865.
- [31] Qijian Jin, Gaofeng Liang, Weijie Kong, Ling Liu, Zhongquan Wen, Yi Zhou, Changtao Wang, Gang Chen, and Xiangang Luo, *Negative index metamaterial at ultraviolet range for subwavelength photolithography*, Nanophotonics **11** (2022), no. 8, 1643–1651.
- [32] Hanlyun Cho, Younghwan Yang, Dasol Lee, Sunae So, and Junsuk Rho, *Experimental demonstration of broadband negative refraction at visible frequencies by critical layer thickness analysis in a vertical hyperbolic metamaterial*, Nanophotonics **10** (2021), no. 15, 3871–3877.
- [33] Hongsheng Chen, Zuoqia Wang, Runren Zhang, Huaping Wang, Shisheng Lin, Faxin Yu, and Herbert O Moser, *A meta-substrate to enhance the bandwidth of metamaterials*, Sci. Rep. **4** (2014), no. 1, 5264.