NUKLEOSINTEZA VELIKEGA POKA

ALEN GAJER

Fakulteta za matematiko in fiziko Univerza v Ljubljani

Nukleosinteza velikega poka je teorija, ki razloži, kako in v kakšnem številu so nastala prvotna jedra po velikem poku. V prvem delu članka bomo predstavili teorijo in njene napovedi. V drugem delu pa bomo prikazali meritve in njihove rezultate primerjal z napovedmi. Na koncu pa bomo izpostavili še danes nerešen problem in možne, a še nepotrjene rešitve.

BIG BANG NUCLEOSYNTHESIS

Big Bang nucleosynthesis is a theory that explains how the first nuclei after the Big Bang were made and what were their primordial abundances. In the first half of the article we will explain the theory and its predictions. In the second half we will present the measurements and compare the results with the predictions of the theory. At the end we will also touch on the still unsolved problem of the theory and some possible solutions.

1. Uvod

Začetki teorije velikega poka oziroma prapoka segajo vse do leta 1912, ko je ameriški astronom Vesto Slipher ugotovil, da se večina spiralnih galaksij oddaljuje od Zemlje. Sledila so različna odkritja, ki so postopoma sestavljala zgodbo o začetku našega vesolja. Med drugim so to bila odkritja Alberta Einsteina, ki je leta 1916 objavil splošno teorijo relativnosti. Leta 1927 je belgijski kozmolog Lemaître predlagal, da se je vesolje razširilo iz singularnosti, ki jo je poimenoval prvobitni atom. Ameriški astronom Edwin Hubble je leta 1922 dokazal zakonitosti razširjanja vesolja (Hubblov zakon). Zaslugo za ime teorije pa pripisujejo angleškemu astronomu Fredu Hoylu, ki je leta 1949 v radijski oddaji uporabil izraz veliki pok, ko je dejal: "These theories were based on the hypothesis that all the matter in the universe was created in one big bang at a particular time in the remote past"[1, 2].

Danes je teorija velikega poka ali prapoka vodilna teorija, ki zelo dobro razloži in opiše nastanek našega vesolja. Poenostavljeno teorija pravi, da se je vesolje začelo v neskončno majhni točki ali singularnosti, iz katere se je zelo hitro in pospešeno začelo širiti naše vesolje. V procesu pa so nastali osnovni delci, atomi, zvezde in galaksije, ki jih vidimo danes. Teorija velikega poka je hkrati iztočnica za številne druge teorije. Ena izmed njih bo predstavljena v tem članku, in sicer teorija nukleosinteze velikega poka (angl. *Big Bang Nucleosynthesis, BBN*). V tabeli 1 je predstavljen in na grobo pojasnjen potek velikega poka in dogodkov po njem, obarvana vrstica pa je glavna tema tega članka. Namen tabele je opisati kronološki potek glavnih dogodkov, ki so ustvarili naše vesolje, in uvrstiti na to časovnico tudi obdobje BBN. Slika 1 pa je namenjena shematičnemu prikazu časovnega, temperaturnega in energijskega razvoja vesolja.

Zgodovina BBN se je začela z izračuni ameriškega kozmologa Ralpha Alpherja, ki je skupaj z Georgeom Gamowom in Hansom Bethejem leta 1948 objavil članek [3]. BBN opisuje in napoveduje nastanek najlažjih elementov in njihove prvotne pogostnosti. Prvotna pogostnost je besedna zveza, ki se veliko uporablja v kontekstu BBN, zato je treba definirati, kaj pravzaprav to je. Ponavadi je pogostnost definirana kot razmerje med številsko gostoto opazovanega elementa in številsko gostoto vodika (npr. pogostnost devterija je označena z D/H = n_D/n_H). Prvotna pogostnost pa je pogostnost elementa takoj po BBN. Takšna definicija je uporabna tudi s stališča meritev, saj za noben element ne moremo izmeriti števila vseh jeder v vesolju. Ker se lahko osredotočimo le na določen

objekt oziroma področje v vesolju, je potrebno izmeriti vsebnost želenega elementa in vodika posebej, nato pa podati rezultat kot razmerje, ki je definirano kot prvotna pogostnost. Meritve pa se izvajajo s pomočjo teleskopov, ki merijo intenzitete spektrov.

Cilj tega članka je predstaviti teorijo BBN in njene napovedi za prvotne pogostnosti najlažjih elementov (H, D,³ He,⁴ He,⁷ Li). Opisana bosta tudi dva zelo pomembna parametra, in sicer razmerje med prvotnimi nevtroni in protoni, ter razmerje med barioni in prvotnimi fotoni. Ti dve razmerji sta ključni za napovedi teorije BBN. Predstavljene bodo tudi meritve, s katerimi se dokazuje oziroma se poskuša dokazati teorijo BBN. Seveda pa ima teorija tudi nekaj pomanjkljivosti, zato bo predstavljen še vedno nerešen problem litija. Za konec pa še na kratko spregovorim o protiargumentih in novih predlogih za teorijo BBN.



Slika 1. Shematičen prikaz razvoja vesolja od velikega poka do danes. Na abscisni osi so hkrati prikazani čas, temperatura in energija. Vir: [3].

2. Nukleosinteza velikega poka

Standardna teorija nukleosinteze velikega poka (BBN, *Big Bang Nucleosynthesis* ali SBBN, *Standard Big Bang Nucleosynthesis*) privzema, da veljajo standardni modeli jedrske fizike in fizike osnovnih delcev. Med drugim to pomeni, da privzema, da je število nevtrinskih okusov $N_{\nu} = 3$.

V tem razdelku bom razložil, kakšno je bilo dogajanje in potek dogodkov v času BBN, torej v obdobju približno 1 s po velikem poku in do približno 20 min po tem. Preden se lahko pogovarjamo o nukleosintezi, pa je potrebno omeniti razmerje med barioni in fotoni, ter razmerje med nevtroni in protoni v zgodnjem času vesolja, saj nam ta razmerja omogočajo boljše razumevanje teorije BBN in pa prvotne pogostnosti najlažjih elementov v vesolju.

2.1 Razmerje med nevtroni in protoni

Pomembnost razmerja med nevtroni in protoni si lahko razlagamo tako: več imamo protonov glede na nevtrone, več bo vodikovih jeder in manj bo jeder drugih elementov. Drugi elementi za stabilnost potrebujejo poleg protonov še nevtrone, vodikovo jedro pa je samo en proton.

Tabela 1. Časovni in temperaturni razvoj našega vesolja. Obarvana vrstica predstavlja obdobje BBN. Povzeto po viru [4].

Dogodki kronološko			
Ime obdobja	Čas	Temperatura	Opis
Veliki pok	$0 - 10^{-43} \mathrm{s}$	∞	Neskončno majhna točka, iz katere je nastalo vesolje (1 sila, supergravitacija).
Planckov čas	$10^{-43} \mathrm{s}$	$10^{32} { m K}$	Prvi možen čas, ki se ga da opisati z moderno fiziko (2 sili, gravitacija in teorija velikega poenotenja).
Konec teorije veli- kega poenotenja	$10^{-35} \mathrm{s}$	$10^{27} { m K}$	Nastanek kvarkov in lep- tonov (3 sile, gravitacija, močna in elektrošibka).
Konec poenotenih sil	$10^{-12} \mathrm{s}$	10 ¹⁵ K	Iz kvarkov se začenjajo tvoriti protoni in nevtroni (4 sile).
Težki delci	$10^{-7} { m s}$	10 ¹² K	Tvorba nevtronov in proto- nov je v polnem teku.
Nukleosinteza	100 s	$10^9 - 10^7 \mathrm{K}$	Nastanek devterija, helija in drugih lahkih elementov.
Nastanek galaksij	$500 \times 10^6 \text{ let}$	10 K	Tvorijo se galaksije in druge večje strukture v ve- solju.
Sedanjost	$14 \times 10^9 \text{ let}$	3 K	Življenje kot ga poznamo danes in človeštvo, ki lahko razmišlja o vesolju.

Razmerje med nevtroni in protoni napoveduje standardni model. Razmerje se je skoraj ustalilo že pred začetkom obdobja nukleosinteze, približno eno sekundo po velikem poku. Nevtroni lahko reagirajo s pozitroni ali pa z elektronskimi nevtrini in tvorijo protone s stranskimi produkti po naslednjih dveh reakcijah:

$$n + e^+ \rightleftharpoons \overline{\nu_e} + p,$$

 $n + \nu_e \rightleftharpoons p + e^-.$

Ob časih veliko pred 1. sekundo so te reakcije potekale zelo hitro. Razmerje n/p ob tem času je bilo blizu 1/1. Kasneje se je zaradi ohlajanja vesolja to razmerje prevesilo v prid protonom, saj imajo le ti nekoliko manjšo maso kot nevtroni ($m_{\rm p} = 938.28 \ MeV/c^2$, $m_{\rm n} = 939.57 \ MeV/c^2$).

Razmerje n/p je sledilo ravnovesni vrednosti, ki jo izpeljemo s pomočjo Maxwell–Boltzmannove porazdelitve, od katere so odvisne številske gostote protonov in nevtronov n_p in n_n

$$n_{\rm n} = g_{\rm n} \left(\frac{m_{\rm n}kT}{2\pi\hbar^2}\right)^{3/2} \exp\left(-\frac{m_{\rm n}c^2}{kT}\right),$$
$$n_{\rm p} = g_{\rm p} \left(\frac{m_{\rm p}kT}{2\pi\hbar^2}\right)^{3/2} \exp\left(-\frac{m_{\rm p}c^2}{kT}\right),$$
$$\frac{n}{p} = \frac{n_{\rm n}}{n_{\rm p}} = \frac{g_{\rm n}}{g_{\rm p}} \left(\frac{m_{\rm n}}{m_{\rm p}}\right)^{3/2} \exp\left(-\frac{(m_{\rm pn} - m_{\rm p})c^2}{kT}\right)$$

Na tej točki vpeljemo še nekaj poenostavitev. Vzamemo $g_n = g_p = 2$, $(m_n/m_p)^{3/2} = 1.002$ in $(m_n - m_p)c^2 = \Delta m = 1.29 MeV$. Torej lahko ravnovesno razmerje n/p izrazimo kot:

$$\frac{n}{p} = \exp\left(-\frac{\Delta m}{kT}\right). \tag{1}$$

Padanje vrednosti razmerja se je nadaljevalo, dokler nista temperatura in gostota postali premajhni in posledično so reakcije postale prepočasne. To se je zgodilo pri času $t \approx 1 s$ in temperaturi približno $kT \approx 0.8 \, MeV$, na točki, ki jo imenujemo "freeze out". Ob tem času je bilo razmerje približno $n/p \approx 1/5$ [5]. Opazimo, da tukaj prava vrednost razmerja n/p začne odstopati od ravnovesne vrednosti (slika 2).

To razmerje pa še ni končno, saj so nevtroni nestabilni in razpadajo z razpadom beta,

$$n \rightarrow p + e^- + \overline{\nu_e},$$

ki ima razpadni čas $\tau \approx 880$ s. Nekateri nevtroni so torej v naslednjih minutah razpadli. Razmerje n/p pade do vrednosti približno 1/7, nato pa nastopi BBN [5]. Opisan temperaturni razvoj razmerja n/p prikazuje slika 2.



Slika 2. Temperaturni razvoj razmerja n/p. Prava vrednost najprej sledi ravnovesni vrednosti (črtkana črta) in se pri vrednosti približno 1/5 odcepi. Nato sledi vrednosti za razpad prostih nevtronov (polna črta) dokler ne pade na končno vrednost 1/7. Vzeto iz vira [6].

2.2 Razmerje med barioni in fotoni

V tem podpoglavju bo na kratko opisano, kaj je razmerje med barioni in fotoni in zakaj je pomembno za teorijo BBN. Barion je delec, ki je sestavljen iz treh kvarkov. Za ta članek in v kontekstu teorije BBN nas bosta najbolj zanimala proton in nevtron. Zelo pomemben parameter ob opisu BBN je razmerje med barioni in fotoni, predvsem začetno razmerje, označeno z η .

Prvotna pogostnost jeder, ki so nastala med BBN, je odvisna od barionske gostote in od hitrosti širjenja vesolja. Tudi temperaturne fluktuacije prasevanja (angl. *Cosmic Microwave Background*, CMB, slika 3) so med drugim odvisne od enakih parametrov (torej od hitrosti širjenja vesolja in barionske gostote) in dobro napovejo barionsko gostoto. Zato $\eta = n_{\rm B}/n_{\gamma}$ označuje razmerje med številsko gostoto barionov (n_B) in številsko gostoto fotonov CMB (n_{\gamma}), torej fotonov, ki so nastali v času prasevanja. Pred BBN je bilo več energije v obliki fotonov kot v obliki delcev. Ker jedra potrebujejo energijo za tvorbo, in so jo v času pred BBN lahko dobili skoraj izključno od fotonov, nam razmerje η veliko pove o tem, koliko jeder je sploh lahko nastalo.

Ker je to razmerje izjemno majhno, je pogosto uporabljena količina tudi η_{10} , ki predstavlja prejšnje razmerje, pomnoženo z 10^{10} , torej

$$\eta_{10} = 10^{10} \ \eta = 10^{10} \ \frac{n_B}{n_\gamma}.$$

Razmerje η_{10} igra zelo pomembno vlogo ob začetku BBN, saj nam pove, koliko jeder je sploh imelo možnost tvorbe. Prvo takšno jedro je jedro devterija. Kot bomo videli, nam meritve pogostnosti devterija dajo zelo dobro oceno, kakšno je bilo razmerje η_{10} ob začetku BBN. Več o eksperimentih, ki so izmerili količino η , povem v poglavju 4.5.



Slika 3. Slika temperaturnih fluktuacij v prasevanju. Vir [7].

2.3 Lahki elementi

V tem razdelku bodo predstavljene napovedi prvotnih pogostnosti jeder lahkih elementov, kot jih napoveduje teorija BBN.

Teorija BBN napoveduje le nastanek jeder najlažjih elementov in nekaterih njihovih izotopov, kot so H, ²H oziroma D, ³He, ⁴He, ⁷Li in ⁶Li. Nastala sta tudi ³H oziroma T in ⁷Be, a sta nestabilna in sta kasneje razpadla na bolj stabilna jedra. Na sliki 4 je na periodnem sistemu prikazano, s katerimi procesi so nastali elementi. Vidimo, da so le nekateri najlažji elementi in njihovi izotopi (H, D, T, ³He, ⁴He, ⁷Li, ⁶Li in ⁷Be) nastali z BBN.



Slika 4. Periodni sistem, v katerem so označeni procesi, s katerimi so nastali elementi. Z modro so označeni elementi, ki so nastali z BBN. Vir: [8].

Teoretične napovedi prvotne pogostnosti jeder lahkih elementov so predvsem odvisne od hitrosti širjenja vesolja in od razmerja barionov in fotonov η . Reakcije v zgodnjih trenutkih BBN so potekale zelo hitro v primerjavi s hitrostjo širjenja vesolja. Nekatere izmed teh reakcij so:

$$p + n \rightarrow D + \gamma,$$

$$p + D \rightarrow {}^{3}\text{He} + \gamma,$$

$$D + D \rightarrow {}^{3}\text{He} + n,$$

$$D + D \rightarrow {}^{3}\text{He} + p,$$

$${}^{3}\text{He} + D \rightarrow {}^{4}\text{He} + p,$$

$${}^{3}\text{H} + D \rightarrow {}^{4}\text{He} + n$$
(2)

Slika 5 prikazuje te reakcije bolj vizualno.



Slika 5. Prikaz jedrskih reakcij, ki so potekale med BBN. V oklepajih na puščicah je na prvem mestu faktor, ki se veže (torej na levi strani puščice v enačbi (2)), na drugem mestu pa stranski produkt (na desni strani puščice v enačbi (2)). Vir: [9].

Zdaj si poglejmo značilnosti in potek fuzije teh najlažjih elementov še podrobneje.

2.3.1 Devterij

Jedro devterija je bilo eno izmed prvih, ki je začelo nastajati, saj ima, poleg vodika z enim protonom, najenostavnejšo sestavo (en proton in en nevtron). Devterij je na začetku nastajal z reakcijo:

$$p + n \rightarrow D + \gamma.$$

Te reakcije potekajo že, ko je razmerje n/p = 1/5. Kot sem omenil zgoraj, se ta trenutek imenuje, freeze out", temperatura pa je takrat bila približno $T \approx 0.8 MeV$. Pojavi pa se problem, saj se vsako jedro, ki se sintetizira na tak način, znajde v okolici visoko energijskih žarkov gama. Pri takšni temperaturi imajo žarki gama povprečno energijo 3 MeV, kar je več kot vezavna energija devterija $Q_D = 2 MeV$. Zato žarki gama jedro fotodisocirajo (razdrejo), preden bi se uspelo vezati z drugimi nukleoni v težja jedra. Zaradi tega učinka se BBN za trenutek zaustavi (ta pojav imenujemo devterijevo ozko grlo", angl. *deuterium bottleneck*), dokler se vesolje ne ohladi na temperaturo, pri kateri imajo žarki gama energijo, ki je manjša od Q_D . Takrat je vesolje staro nekaj minut in ohlajeno na približno 65 keV. Gostota in energija žarkov gama sta premajhni, da bi fotoni fotodisocirali devterijevo ozko grlo je vključena v dodatku.

Ta prehod je zelo očiten na sliki 6, ki prikazuje prvotno pogostnost devterija v odvisnosti od časa in hkrati od temperature oziroma energije, ki je bila lokalno na voljo v vesolju ob tistem času. Na sliki 6 različne barve krivulj označujejo napovedi pri različnih vrednostih razmerja η_{10} . Vidimo, da na začetek nastajanja devterija razmerje η_{10} skoraj nič ne vpliva, saj je, kot smo omenili, za začetek tvorbe glavni razlog temperatura in količina visoko energijskih žarkov gama. Vpliv razmerja η_{10} se vidi šele ob koncu BBN, do razlike pa pride, ker se ob večjem številu barionov sintetizira več jeder ⁴He, ki za sintezo potrebujejo devterij.



Slika 6. Prikaz nastanka devterija. Prikazana je pogostnost jeder D v odvisnosti od časa in temperature. Različno obarvane krivulje prikazujejo napovedi za različne vrednosti razmerja η_{10} , ki so zapisane na krivuljah. Vir: [10].

2.3.2 Helij-4

Podobno obravnavamo nastanek jeder ⁴He. Kot vidimo na sliki 7, krivulja za nastanek ⁴He hitro naraste in se nato ustali. Hitro naraščanje krivulje dobro sledi krivulji za devterij, saj je devterij potreben pri reakcijah nastajanja ⁴He:

$$\begin{split} \mathbf{p} + \mathbf{D} &\rightarrow {}^{3}\mathrm{He} + \gamma, \\ \mathbf{D} + \mathbf{D} &\rightarrow {}^{3}\mathrm{He} + \mathbf{n}, \\ \mathbf{D} + \mathbf{D} &\rightarrow {}^{3}\mathrm{H} + \mathbf{p}, \\ {}^{3}\mathrm{He} + \mathbf{D} &\rightarrow {}^{4}\mathrm{He} + \mathbf{p}, \\ {}^{3}\mathrm{H} + \mathbf{D} &\rightarrow {}^{4}\mathrm{He} + \mathbf{n}. \end{split}$$

⁴He je najmočneje vezano jedro izmed lahkih elementov, prav tako pa ne obstaja stabilno jedro s petimi nukleoni. Torej se večina (skoraj vsi) preostalih nevtronov veže v ⁴He, hkrati pa se ⁴He ne veže v stabilne težje elemente. Količina nastalih jeder ⁴He je torej navzgor omejena le s količino razpoložljivih nevtronov oziroma z razmerjem n/p. Tudi razmerje η_{10} skoraj nič ne vpliva na prvotno pogostnost in nastajanje ⁴He. Na sliki 7 je, iz zgodovinskih razlogov, pogostnost ⁴He prikazana kot

funkcija Y, ki predstavlja masni delež jeder 4 He. Ker se skoraj vsi nevtroni porabijo za nastajanje 4 He, lahko masni delež definiramo kot

$$Y = \frac{2n}{n+p} = \frac{2(n/p)}{(1+(n/p))}$$

Če zdaj vstavimo v to enačbo končno razmerje n/p = 1/7, dobimo Y ≈ 0.25 .

Kot na sliki 6, ki prikazuje razvoj prvotne pogostnosti devterija, so tudi na sliki 7 z različnimi barvami označene različne vrednosti razmerja η_{10} [10].



Slika 7. Prikaz nastanka ⁴He. Prikazan je masni delež Y jeder ⁴He v odvisnosti od časa in temperature. Različno obarvane krivulje prikazujejo napovedi za različne vrednosti razmerja η_{10} , ki so zapisane na krivuljah. Vir: [10].

2.3.3 Litij

Malo število reakcij uspe preskočiti nestabilna jedra s petimi nukleoni in tvoriti ⁷Li in ⁷Be (v tisočkrat manjših količinah tudi ⁶Li). Kasneje, ko se vesolje še bolj ohladi, lahko ⁷Be zajame elektron in razpade na ⁷Li z razpolovnim časom $t_{1/2} \approx 53 \, dni$.

Litij nastaja z reakcijo, ki dominira pri nižjih razmerjih, $\eta_{10} < 3:$

$${}^{3}\mathrm{H} + {}^{4}\mathrm{He} \rightarrow {}^{7}\mathrm{Li} + \gamma.$$

Berilij pa nastaja z reakcijo, ki dominira pri višjih razmerjih $\eta_{10} > 3$:

$${}^{3}\text{He} + {}^{4}\text{He} \rightarrow {}^{7}\text{Be} + \gamma.$$

Slika 8 prikazuje časovni in temperaturni razvoj prvotnih pogostnosti ⁷Li in ⁷Be. Na grafu razpad ⁷Be na ⁷Li ni viden zaradi izbrane časovne skale.





Slika 8. Prikaz nastanka ⁷Li in ⁷Be. Prikazano je razmerje števila jeder ⁷Li in ⁷Be v primerjavi s številom vodikovih atomov v vesolju v odvisnosti od časa in temperature. Različno obarvane krivulje prikazujejo napovedi za različne vrednosti razmerja η_{10} , ki so zapisane na krivuljah. Vir: [10].

2.3.4 Celotna slika

Oglejmo si sedaj še kako izgleda celotna slika, ki jo napove teorija BBN. Na sliki 9 je prikazano nastajanje najlažjih jeder, torej jeder, ki so nastala z BBN ob nekem določenem razmerju η . Na tej sliki je prikazano tudi število nevtronov, ki se očitno manjša zaradi njihove pomembnosti pri tvorbi novih jeder. Iz te slike je še bolj očitno, da je resnično prvi nastajal devterij.

Kot smo že omenili, igra zelo pomembno vlogo razmerje η , in kot smo videli, razmerje η vpliva na časovni in temperaturni razvoj prvotne pogostnosti elementa. Zato si lahko ogledamo graf, ki prikazuje prvotne pogostnosti jeder lahkih elementov po BBN pri različnih vrednostih razmerja η . Ta graf se pogosto imenuje Schrammov diagram in je prikazan na sliki 10.

Odvisnost od η lahko razumemo z zgoraj razloženimi poteki jedrskih reakcij. Končna prvotna pogostnost devterija in ³He z večanjem parametra η pada. Do tega pride zato, ker se devterij in ³He, po ciklu opisanem v enačbi (2), kombinirata v ⁴He. Vemo pa, da se pri večji vrednosti η nukleosinteza prične hitreje in se zato lahko več jeder kombinira v ⁴He. Iz istega razloga vidimo tudi rahlo večjo vrednost masnega deleža Y. Poleg tega pa spreminjanje parametra η nima velikega vpliva na prvotno pogostnost ⁴He, saj je ta veliko bolj odvisna od začetnega razmerja nevtronov proti protonom oziroma od števila nevtronov.

Iz grafa je razvidno, da izstopa prvotna pogostnost ⁷Li, ki ima lahko za dve različni vrednosti parametra η enako vrednost. Do tega pride zato, ker sta v krivuljo litija vključena dva kanala, po katerih nastajajo jedra z maso 7, in sicer za ⁷Li, ki dominira pri nižjih vrednostih razmerja η , in za ⁷Be, ki dominira pri višjih vrednostih razmerja η , kot je bilo povedano zgoraj.

Vredno je omeniti tudi razlog za tem, da imajo na sliki 9 krivulje nekaterih elementov (D, T, ⁷Li in ⁶Li) očiten vrh in nato padec. Do tega pride, ker se del nastalih jeder porabi za tvorbo drugih elementov kot prikazuje slika 5.



Slika 9. Nastajanje jeder najlažjih elementov v odvisnosti od časa in temperature. Prikazano je tudi število nevtronov. Puščice ob T in ⁷Be nakazujejo radioaktivni razpad teh jeder na bolj stabilna jedra. Vir: [11].

Schrammov diagram se bo pojavil ponovno v poglavju o primerjavi teorije in meritev.



Slika 10. Prvotne pogostosti jeder lahkih elementov, kot jih napove BBN, v odvisnosti od razmerja η (Schrammov diagram). Vir: [12].

3. Meritve

V tem poglavju bo glavni cilj predstaviti glavne načine merjenja in opazovanja prvotnih pogostnosti lahkih elementov.

Za meritev, ki bi dokazala BBN, moramo opazovati prvotno pogostnost lahkih elementov, ki so nastali ob zgodnjih časih našega vesolja, in jih ločiti od tistih, ki so nastali kasneje (npr. z zvezdno nukleosintezo). Torej nas zanima, kateri del vesolja moramo opazovati. Odgovor na to vprašanje se razlikuje za vse prej naštete lahke elemente, saj so tekom življenja vesolja nastajali z različnimi procesi in v različnih količinah. V tem poglavju bo predstavljeno, kako in kje so izmerili prvotne pogostnosti lahkih elementov.

S pomočjo teorije BBN se da izračunati prvotne pogostnosti lahkih elementov v odvisnosti od parametra η_{10} , seveda pa je tudi to razmerje imelo neko določeno numerično vrednost. Eksperimenta, ki sta to izmerila, sta Wilkinson Microwave Anisotropy Probe (WMAP) in satelit Planck. Tudi ta dva eksperimenta bosta predstavljena v tem poglavju.

3.1 Meritve helija-4 in pritlikave galaksije

Najboljša potrditev teorije BBN pride ravno iz meritve ⁴He. Ker ⁴He nastaja tudi s procesom zvezdne nukleosinteze, je treba poiskati del vesolja, kjer je takšne aktivnosti bilo čim manj. Zato moramo opazovati pogostnost kisika in dušika, saj nastajata s fuzijo v zvezdah, v nukleosintezi velikega poka pa nikakor nista nastala. Iščemo torej področja s čim manj kisika in dušika, saj je na tista področja zvezdna nukleosinteza najmanj vplivala.



Slika 11. Na levi je oblak plazme, ki je v večini sestavljen iz protonov in elektronov, v veliko manjši meri pa tudi iz drugih jeder in ionov (na sliki je prikazan le helij). Na desni pa je prikazana rekombinacija prostega elektrona z vrzelijo ioniziranega helija, ki izseva karakteristični foton.

Za meritev ⁴He opazujejo pritlikave galaksije, saj so glede na količine kisika in dušika dokaj primitivne. V takšnih galaksijah se nahajajo področja z oblaki plazme, ki so v večini sestavljeni iz protonov in elektronov. Če je tak oblak dovolj vroč, pride do reakcij, kjer helijevi atomi pridobijo prej izgubljeni elektron (rekombinacija). Takšne reakcije sevajo točno določene in poznane karakteristične žarke. Ta proces je prikazan na sliki 11. Iz intenzitet teh karakterističnih črt na opazovalnem spektru lahko določimo pogostnost ⁴He na tem področju. Na podoben način merijo tudi pogostnosti kisika in dušika.

Čeprav iz takšnega tipa meritev (v preveč oddaljenih astronomskih objektih) ne moremo ločiti med ⁴He in ³He, pa vemo iz meritev v naši galaksiji Rimski cesti, da količina ³He predstavlja le 0.001% celotne količine helija, zato lahko brez škode delež ³He pri teh meritvah zanemarimo.

Na grafu, ki ga prikazuje slika 12, je prikazan masni delež Y v odvisnosti od števila kisikovih atomov na milijon vodikovih atomov. Iz meritev je razvidno, da je odvisnost linearna, tako da lahko z ekstrapolacijo v točko, kjer je pogostnost kisika enaka nič, napovemo pogosntost ⁴He, ko je količina kisika enaka nič (torej, prvotno pogostnost ⁴He, ki je bila prisotna po koncu BBN). Izmerjena vrednost za masni delež ⁴He je Y = 0.240 ± 0.006 .



Slika 12. Točke na grafu prikazujejo različne meritve količine ⁴He. Na ordinatni osi je prikazan masni delež ⁴He, na abscisni osi pa količina kisikovih atomov na miljon vodikovih atomov. Vir: [13].

3.2 Meritve helija-3 in plinskih oblakov v Mlečni cesti

Prvotna jedra ³He so najtežje merljiva. V lahkih zvezdah nastane velika količina ³He, v težkih zvezdah pa se podobna količina ³He porabi za tvorbo težjih jeder. Zato je meritve enega samega astronomskega objekta težko interpretirati. Prav tako so lastnosti ³He in ⁴He zelo podobne, zato je skoraj nemogoče zaznavanje ³He izven naše galaksije, saj ločljivost meritev z razdaljo pada.

Iz meritev spektrov različnih elementov vemo, da je bližje sredini galaksije vpliv zvezdne nuklosinteze večji. Zato bi, glede na trenutne modele zvezdne nukleosinteze, pričakovali, da bo tudi izmerjena pogostnost ³He odvisna od razdalje opazovanega astronomskega objekta do sredine galaksije. Nepričakovano pa je bilo opaženo, da je ta odvisnost izjemno majhna, kar pomeni, da ima zvezdna nukleosinteza zelo majhen vpliv na povprečno pogostnost ³He [13].

Čeprav je meritve pogostnosti ³He težko interpretirati, pa vemo, da bo izmerjena vrednost kvečjemu zgornja meja za prvotno pogostnost ³He. Zgornja meja, ki so jo na podlagi meritev določili astronomi, je ³He/H = $(1.1 \pm 0.2) \times 10^{-5}$.

Na sliki 13 so prikazane različne meritve pogostnosti ³He v odvisnosti od razdalje med sredino galaksije in opazovanim astronomskim objektom. Vidimo, da je korelacija zelo slaba. Veliko znanstvenikov (zaradi zelo velike napake) dosedanjih meritev ³He ne priznava in trdijo, da izmerjene vrednosti nikakor ne morejo biti prvotne, spet drugi trdijo, da dobro sovpadajo z napovedmi teorije [14].



Slika 13. Točke na grafu prikazujejo različne meritve količine ³He. Na ordinatni osi je prikazano razmerje pogostnosti jeder ³He, na abscisni osi pa razdalja od sredine galaksije do opazovanega objekta. Vir: [13].

3.3 Meritve devterija in zelo oddaljenih kvazarjev

Pri meritvi devterija je nekoliko drugače kot pri ³He in ⁴He, saj se v fuzijskih procesih znotraj zvezd vsak devterij (novonastali in prvotni) hitro spremeni v ³He. Torej je devterija lahko kvečjemu vedno manj in ne bomo zaznali devterija, nastalega z zvezdno nukleosintezo. To pa pomeni, da bo vsaka meritev količine devterija dala spodnjo mejo prvotne pogostnosti devterija ob koncu BBN.

Najboljše meritve za pogostnost jeder devterija lahko dobimo iz opazovanja zelo oddaljenih kvazarjev, ki so eni izmed najstarejših vidnih objektov v vesolju. Oddaljeni so približno 10 milijard svetlobnih let, torej mi vidimo svetlobo, ki je zapustila tisto območje pred 10 milijardami let. Opazujemo sevalni spekter teh zelo oddaljenih kvazarjev in iščemo karakteristične sevalne črte devterija in vodika. Tako določimo pogostnost devterija. Najboljša izmerjena ocena do danes je $D/H = (3 \pm 0.4) \times 10^{-5}$. Negotovost je morda večja, če je med nami in opazovanim kvazarjem bil kakšen astronomom neznan kozmični oblak [13].

Problem je le, kako ločiti spektre atomov vodika in devterija. Kontaminacija z vodikom igra veliko vlogo pri nepravilnosti izmerjenega devterija, saj dobimo večje razmerje D/H, če zaznamo vodik in ga beležimo kot devterij. Kontaminacija z vodikom je problematična, ker je absorbcija vodika zelo podobna absorbciji devterija. Vodik je tudi 30000-krat bolj pogost kot devterij. Ocenjeno je, da bi potrebovali okrog 50 meritev različnih kvazarjev, da bi našli en primer, kjer je malo kontaminacije z vodikom.

Po analiziranju številnih različnih modelov so avtorji v viru [14] sklenili, da je poraba devterija v sistemih z nizko vsebnostjo kovin, kot so kvazarji, zanemarljiva. Iz tega sklepamo, da bo izmerjena pogostnost devterija zelo blizu prvotni pogostnosti, če seveda ni preveč kontaminacije z vodikom.

3.4 Meritve litija

Ujemanje meritev litija s teorijo je še vedno nerešen problem v fiziki. V tem odseku bom predstavil, na kakšen način so izmerili pogostnost litija, v naslednjem poglavju pa si bomo pogledali še nerešen problem litija.

Pri meritvah litija lahko opazujemo nekatere stare zvezde, tudi iz naše galaksije. Ker imajo zvezde lupinasto strukturo, pri čemer so zunanje lupine starejše, lahko v najbolj zunanji lupini zaznamo elemente, iz katerih je nastala zvezda. Zato bo pri opazovanju starih zvezd zaznana pogostnost blizu dejanske vrednosti prvotne pogostnosti litija, ki je nastal z BBN. Podobno kot je bil zgoraj parameter za določanje starosti zvezde količina kisika in dušika, je zdaj dodatno tudi železo parameter za določanje starosti zvezde (ponovno več železa pomeni mlajšo zvezdo) [13].

Na sliki 14 je prikazana pogostnost ⁷Li v odvisnosti od količine železa relativno glede na količino železa v našem soncu. Na sliki 14 na levi je prikazana zaznana pogostnost ⁷Li v mlajših zvezdah. Razvidno je, da pri mlajših zvezdah ni mogoče določiti korelacije med pogostnostjo ⁷Li in starostjo zvezde, saj na nastanek ⁷Li vpliva več faktorjev, kot so masa, temperatura in začetna sestava zvezde. Edino, kar lahko povemo, je, da je razpršenost pogostnosti litija večja, če je zvezda mlajša. Pri opazovanju starejših zvezd (slika 14 na desni) pa je ta razpršenost vedno manjša in lahko ocenimo možno območje prvotne pogostnosti ⁷Li pri izhodišču grafa, torej po BBN, ko še ni bilo zvezd. Skoraj konstantna prisotnost ⁷Li v starejših zvezdah je le še dodaten dokaz, da so zunanje lupine zvezd res najstarejše in dobro ohranjene. Nekatere izmed opazovanih zvezd so stare med 10 in 13 miljard let, kar pomeni, da so najstarejše bile prisotne 95% obstoja našega vesolja. Prvotna pogostnost ⁷Li je torej nekje med 1.3×10^{-10} in 2.5×10^{-10} .

3.5 Meritve berilija

Prvotnega berilija še niso našli. Glede na BBN bi moralo razmerje ⁹Be/H biti manj kot 10^{-17} , a izmerjen ⁹Be/H ne sovpada z napovedmi in je za nekaj redov velikosti večji. Opazujejo pa ga v okolici različnih zvezd, nekaterih tudi istih kot za ⁷Li/H [14].



Slika 14. Točke na grafu prikazujejo različne meritve pogostnosti ⁷Li v okolici mlajših (na levi) in starejših zvezd (na desni). Na ordinatni osi je prikazana pogostnost jeder ⁷Li, na abscisni osi pa količina železa relativno glede na količino železa v našem soncu. Vzeto iz vira [13].

3.6 Meritve parametra η

Satelita Wilkinson Microwave Anisotropy Probe in Planck sta nosilca eksperimentov, s katerimi so merili temperaturne anizotropije v CMB. Za BBN najpomembnejša meritev pa je bila meritev prej omenjenega razmerja η , torej razmerja barionov proti fotonom CMB.

WMAP je satelit, ki ga je v vesolje poslala NASA. Deloval je od leta 2001 do leta 2010 in zbiral podatke o temperaturnih razlikah v CMB. Med drugim je iz meritev WMAP bilo mogoče določiti tudi gostoto barionov oziroma prej omenjeno razmerje η . Po zelo natančnih meritvah je bilo določeno število $\eta = (6.1 \pm 0.2) \times 10^{-10}$, kar je na slikah v naslednjem poglavju prikazano z rumenim vertikalnim pasom [7].

Satelit Planck pa je deloval od leta 2009 do leta 2013 in močno izboljšal meritve WMAP. Določena je bila količina $\eta = (6.108 \pm 0.060) \times 10^{-10}$ [15].

Še en način določanja prvotnega parametra η je iz meritev prvotne pogostnosti devterija. Ker je ta močno odvisna od parametra η in ker je zelo natančno izmerjena, je pogostnost devterija dober kriterij za določanje prvotne vrednosti parametra η . Na tak način določena vrednost je $\eta = (5.1 \pm 0.5) \times 10^{-10}$.

Zaradi različno starih virov literature so, kljub večji natančnosti satelita Planck, na naslednjih grafih prikazani podatki iz meritev WMAP.



Slika 15. Satelit Wilkinson Microwave Anisotropy Probe (WMAP) na levi (vzeto iz vira [7]) in satelit Planck na desni (vzeto iz vira [16]).

4. Sovpadanje teorije in meritev

Po primerjavi meritev z napovedmi modela BBN dobimo rezultate, ki se večinoma dobro ujemajo. Na naslednjem grafu (slika 16) so na abscisi prikazane vrednosti parametra η , na ordinati pa prvotne pogostnosti posameznih elementov v vesolju, le pri heliju je na ordinati prikazana funkcija Y(⁴He), ki predstavlja masni delež helija (torej bi na primer vrednost 0.25 pomenila, da je masa vseh jeder ⁴He 25% mase vseh jeder v vesolju). Z obarvanimi vodoravnimi pasovi so prikazani rezultati meritev pogostnosti elementov, z rumenim navpičnim trakom je prikazano izmerjeno razmerje η (izmerjeno z WMAP), s krivuljami pa so prikazane napovedi prvotnih pogostnosti elementov (ki jih napove BBN). Na sliki 16 so prikazane primerjave za vse tipe jeder, ki so nastali z BBN.

Če si torej pobliže pogledamo območje, ki prikazuje helij, opazimo, da se napovedi dobro ujemajo z meritvami, saj se krivulja napovedi (modra krivulja) nahaja v okvirčku, kjer se sekata meritvi pogostnosti helija in parametra η . Modri vodoravni pas je zelo tanek, kar pomeni, da so meritve zelo natančne. Tudi meritve devterija in ³He se zelo dobro skladajo z napovedmi.

Bolj problematičen je ⁷Li, saj se napovedi ne ujemajo najbolje z meritvami. Vidimo, da so dokaj blizu, a vseeno niso v okvirčku, ki ga določata meritev WMAP in meritev pogostnosti ⁷Li v starih zvezdah. Nesoglasnost meritev in napovedi za ⁷Li lahko najverjetneje pripišemo temu, da še ne vemo dovolj o zvezdah. Zato lahko na podlagi meritev sklepamo, da je BBN zelo dobra in trenutno najbolj natančna teorija, ki napove prvotne pogostnosti lahkih elementov.

4.1 Problem litija

Trn v peti teorije BBN je prvotna pogostnost ⁷Li, saj se meritve ne skladajo z napovedmi teorije (slika 16). Obstaja več predlogov za rešitev tega problema, možno je na primer, da pride do nesoglasij zaradi napak pri merjenju jedrskih reakcij, možno je, da so meritve pogostnosti litija premalo natančne, rešitev se morda skriva tudi v fiziki zvezd, lahko pa, da je treba spremeniti teorijo BBN [18]. Problem litija je do danes še vedno nerešen problem v fiziki.



Slika 16. Slika prikazuje graf, ki primerja prvotne pogostnosti najlažjih elementov z rezultati meritev. Ordinatna os prikazuje prvotne pogostnosti, abscisna os pa različne vrednosti parametra η . Z vodoravnimi obarvanimi pasovi so prikazani rezultati meritev prvotnih pogostnosti najlažjih elementov, z rumenim navpičnim pasom pa meritev razmerja η , kot ga je izmeril WMAP. Širine pasov predstavljajo mersko napako. Krivulje pa predstavljajo napovedi BBN oziroma že prej omenjeni Schrammov diagram. Vzeto iz vira [17].

4.2 Nestandardni BBN

Ker se pri nekaterih meritvah pojavljajo nesoglasja z napovedmi, bi lahko bila ena izmed možnosti za ta nesoglasja tudi napačna napoved standardne teorije BBN. Zato so se razvile alternativne oziroma nestandardne teorije o nukleosintezi velikega poka. Nekatere izmed nestandardnih teorij vključujejo nehomogeno porazdelitev barionov med obdobjem BBN, dodatne relativistične delce, velike kemijske potenciale nevtrinov, sterilne nevtrine, magnetna polja, vplive anti-snovi in alternativne teorije gravitacije [14].

5. Zaključek

Teorija nukleosinteze velikega poka nam omogoča vpogled v začetne trenutke obstoja našega vesolja. Z analizami različnih jedrskih reakcij lahko napove prvotne pogostnosti najlažjih elementov. Meritve izvajajo z različnimi teleskopi, ki merijo intenzitete spektrov elementov in iz tega določijo njihovo pogostnost. Interpretacija meritev in pot do prvotne pogostnosti se razlikujeta za posamezne ele-

mente. V vsakem primeru najdemo še neko drugo odvisnost pogostnosti (vsebnost kisika, dušika ali razdalja od sredine galaksije) in nato podatke primerno analiziramo, da pridemo do pogojev, kot so bili takoj po BBN. Na žalost pa se vse meritve ne ujemajo z napovedmi teorije, kar pomeni, da na tem področju še vedno obstajajo odprti problemi. Eden glavnih je problem litija. Pojavljajo se številne zanimive rešitve za te probleme. Nekatere vključujejo tudi nove teorije in tako imenovane nestandardne teorije BBN.

6. Dodatek

6.1 Devterijevo ozko grlo

Kot sem omenil v poglavju o napovedi prvotne pogostnosti devterija, je devterij nastajal z reakcijo

$$p + n \rightarrow D + \gamma.$$

Podobno, kot smo to storili v poglavju o razmerju n/p, bomo tudi tukaj s pomočjo Maxwell– Boltzmannove porazdelitve definirali pogostnost devterija

$$\begin{split} n_{\rm n} &= g_{\rm n} \left(\frac{m_{\rm n} kT}{2\pi\hbar^2}\right)^{3/2} \exp\left(-\frac{m_{\rm n} c^2}{kT}\right),\\ n_{\rm p} &= g_{\rm p} \left(\frac{m_{\rm p} kT}{2\pi\hbar^2}\right)^{3/2} \exp\left(-\frac{m_{\rm p} c^2}{kT}\right),\\ n_{\rm D} &= g_{\rm D} \left(\frac{m_{\rm D} kT}{2\pi\hbar^2}\right)^{3/2} \exp\left(-\frac{m_{\rm D} c^2}{kT}\right),\\ \frac{n_{\rm D}}{n_{\rm p} n_{\rm n}} &= \frac{g_{\rm D}}{g_{\rm p} g_{\rm n}} \left(\frac{m_{\rm D}}{m_{\rm p} m_{\rm n}}\right)^{-3/2} \exp\left(\frac{(m_{\rm p} + m_{\rm n} - m_{\rm D})c^2}{kT}\right). \end{split}$$

Sedaj upoštevamo nekaj poenostavitev:

- $g_D = 3, g_n = g_p = 2,$
- $\bullet \ m_p=m_n=m_D/2,$
- $(m_p + m_n m_D)c^2 = Q_D = 2MeV.$

Na koncu dobimo poenostavljen izraz

$$\frac{n_{\rm D}}{n_{\rm p}n_{\rm n}} = 6 \left(\frac{m_{\rm n}kT}{\pi\hbar^2}\right)^{-3/2} \exp\left(\frac{Q_{\rm D}}{kT}\right).$$

Vidimo torej, da bo gostota devterija prevladala pri nizkih temperaturah $kT \to 0$, gostota prostih protonov in nevtronov pa pri visokih temperaturah $kT \to \infty$.

Ker ni natančne meje, ko se devterijevo ozko grlo konča, definiramo ta trenutek, in sicer s pogojem, da mora biti $n_{\rm D}/n_{\rm n} = 1$. Takrat se bo polovica vseh nevtronov vezala v devterij in lahko zapišemo

$$\frac{n_{\rm D}}{n_{\rm n}} = 6n_{\rm p} \left(\frac{m_{\rm n}kT}{\pi\hbar^2}\right)^{-3/2} \exp\left(\frac{Q_{\rm D}}{kT}\right) = 1$$

Če privzamemo, da je takrat razmerje n/p = 1/5, lahko izrazimo gostoto protonov

Matrika 9 (2022) 2

$$n_{\rm p} \approx 0.8 n_{\rm B} = 0.8 \eta n_{\gamma} = 0.8 \eta \left[0.243 \left(\frac{kT}{\hbar c} \right)^3 \right].$$

Sedaj lahko zapišemo poenostavljen izraz

$$\frac{n_D}{n_n} \approx 6.5 \left(\frac{kT}{m_n c^2}\right)^{3/2} \exp\left(\frac{Q_D}{kT}\right) = 1. \label{eq:nn}$$

Če vstavimo v enačbo $\eta = 6.1 \times 10^{-10}$ in $Q_{\rm D} = 2.2$ MeV, dobimo kT = 0.065 MeV. Pri takšni temperaturi se bo obdobje devterijevega ozkega grla končalo in BBN bo v polnem teku [5].

LITERATURA

- Wikipedia, Prapok, Wikipedia, the free encyclopedia, http://sl.wikipedia.org/w/index.php?title=Prapok& oldid=5768252, 2022, [ogled 14.4.2022].
- [2] _____, Big Bang, Wikipedia, the free encyclopedia, http://en.wikipedia.org/w/index.php?title=Big% 20Bang&oldid=1112277666, 2022, [ogled 14.4.2022].
- [3] OpenStax CNX, Evolution of the early universe, LibreTexts, OpenStax, sep 2022, [ogled 14.4.2022].
- [4] Dr. Siobahn M. Morgan, Big bang timeline, https://sites.uni.edu/morgans/astro/course/Notes/section3/ bigbang.html, 2022, [ogled 14.4.2022].
- [5] J. Willis, Lecture 4 big bang nucleosynthesis, http://www.astro.uvic.ca/~jwillis/teaching/astr405/ astr405_lecture4.pdf, 2022, [ogled 9.5.2022].
- [6] Richard Cyburt, Brian Fields, Keith Olive, and Tsung-Han Yeh, Big bang nucleosynthesis: Present status, Reviews of Modern Physics 88 (2016), no. 1.
- [7] Wikipedia, Wilkinson Microwave Anisotropy Probe, Wikipedia, the free encyclopedia, http://en.wikipedia. org/w/index.php?title=Wilkinson%20Microwave%20Anisotropy%20Probe&oldid=1102211697, 2022, [ogled 14.4.2022].
- [8] _____, Big Bang nucleosynthesis, Wikipedia, the free encyclopedia, http://en.wikipedia.org/w/index.php? title=Big%20Bang%20nucleosynthesis&oldid=1099463406, 2022, [ogled 14.4.2022].
- [9] Achim Weiss, Equilibrium and change: The physics behind big bang nucleosynthesis, Einstein Online 02 (2006), no. 1018, [ogled 14.4.2022].
- [10] Gary Steigman, Primordial nucleosynthesis in the precision cosmology era, Annual Review of Nuclear and Particle Science 57 (2007), no. 1, 463.
- [11] Maxim Pospelov and Josef Pradler, Big bang nucleosynthesis as a probe of new physics, Annual Review of Nuclear and Particle Science 60 (2010), no. 1, 539–568.
- [12] Richard Cyburt, Brian Fields, Keith Olive, and Tsung-Han Yeh, Big bang nucleosynthesis: Present status, Reviews of Modern Physics 88 (2016), no. 1.
- [13] Achim Weiss, Elements of the past: Big bang nucleosynthesis and observation, Einstein Online 02 (2006), no. 1019.
- [14] David Tytler, John M. O'Meara, Nao Suzuki, and Dan Lubin, Review of big bang nucleosynthesis and primordial abundances, Physica Scripta T85 (2000), no. 1, 12.
- [15] Wikipedia, Planck (spacecraft), Wikipedia, the free encyclopedia, http://en.wikipedia.org/w/index.php? title=Planck%20(spacecraft)&oldid=1111607075, 2022, [ogled 14.4.2022].
- [16] Drejc Kopač, Prvi podatki s satelita planck, https://www.portalvvesolje.si/index.php?option=com_ content&view=article&id=741:prvi-podatki-iz-satelita-planck&catid=1:novice&Itemid=11, mar 2013, [ogled 14.4.2022].
- [17] Achim Weiss, Big bang nucleosynthesis: Cooking up the first light elements, Einstein Online 02 (2006), no. 1017.
- [18] Richard Cyburt, Brian Fields, Keith Olive, and Tsung-Han Yeh, Big bang nucleosynthesis: Present status, Reviews of Modern Physics 88 (2016), no. 1.