

RAZBOJNIŠKI VALOVI

DAVID TOBIAS

Fakulteta za matematiko in fiziko
Univerza v Ljubljani

Valovom, ki se iznenada pojavijo na vodni gladini in so nenavadno visoki v primerjavi z valovi, ki jih običajno opazimo, pravimo razbojniški valovi (ang. *rogue waves*). V prvem delu članka je na kratko povzeta zgodovina njihovega preučevanja in možni mehanizmi njihovega nastanka, v drugem delu pa je podrobneje predstavljeno, kako lahko razbojniški valovi nastanejo zaradi fokusiranja, ki je posledica disperzije.

ROGUE WAVES

Waves that suddenly emerge on the surface and are unusually high compared to the surrounding waves are referred to as rogue waves. The first part of the article focuses on the history of rogue waves research and physical mechanisms that could explain their formation. The second part provides a detailed explanation how rogue waves can be formed due to constructive interference, which is a consequence of dispersion.

1. Uvod

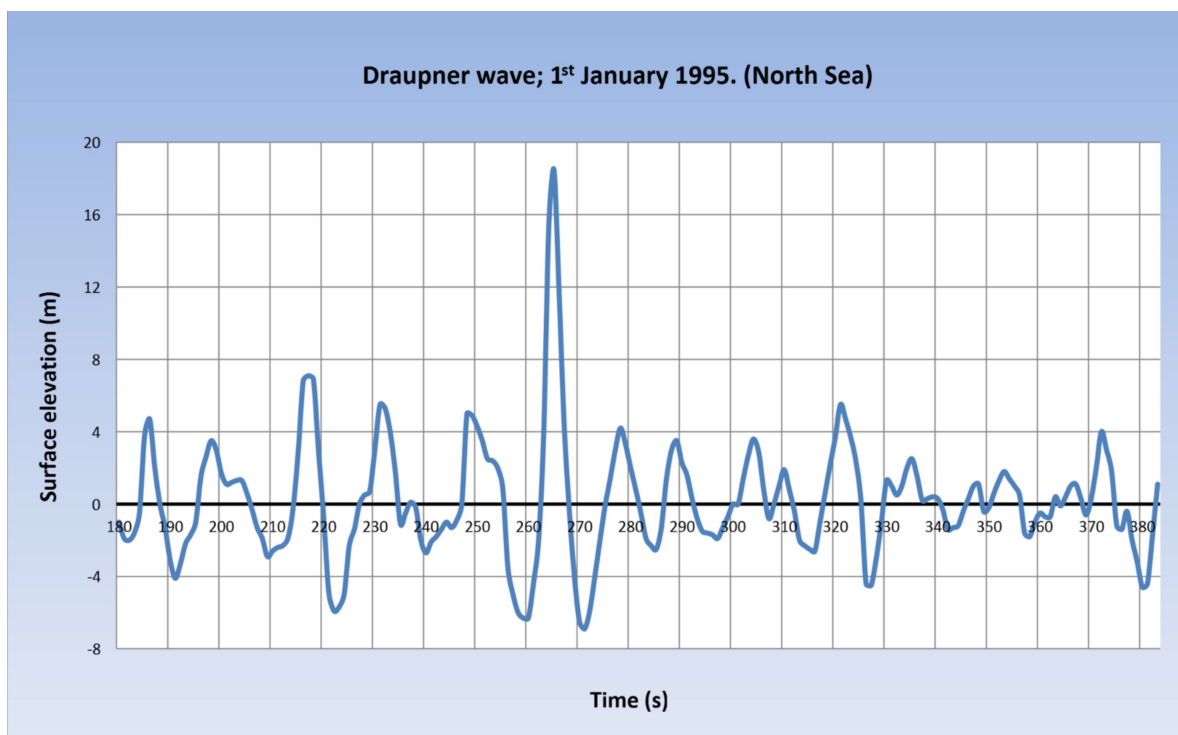
V preteklosti so verjeli, da so razbojniški valovi zgolj plod domišljije mornarjev, katerih pričevanja so bila takrat edini vir, ki je potrjeval njihov obstoj. Razlog za to je seveda očiten - pojav je namreč tako redek, da ga razen mornarjev, ki so velik del svojega življenja preživeli na morju, nihče ni videl na lastne oči. Tudi mehanizmi, ki pojasnjujejo nastanek razbojniških valov, še niso bili dobro raziskani. Šele kasneje so obstoj razbojniških valov potrdili s pomočjo satelitskih slik ter posnetkov, ki so nastali na različnih plovilih in ploščadah sredi oceanov [1]. Čeprav fizika v ozadju tvorbe razbojniških valov še ni v celoti pojasnjena, je raziskanih kar nekaj razlogov, ki lahko povzročijo njihov nastanek. Na to, da se za tem pojavom skriva več različnih mehanizmov, kaže tudi dejstvo, da so razbojniške valove opazili na različnih koncih sveta [1].

Razbojniški val je definiran kot val, ki za dvakrat ali več preseže tipično višino valov, definirano kot povprečno višino najvišje tretjine valov [2, 3]. Od tsunamijev se razlikujejo predvsem po nastanku - slednje običajno povzročijo potresi, medtem ko se razlogi za nastanek razbojniških valov skrivajo drugje.

Pričevanja o njihovem obstoju segajo že v devetnajsto stoletje. O njih je leta 1826 poročal francoski raziskovalec Jules Dumont d'Urville, ki naj bi na svojem potovanju po Indijskem oceanu videl valove višin nad 30 metrov. Kljub svojemu ugledu in drugim pričam je bil podvržen zasmehovanju drugih znanstvenikov [1]. Od devetnajstega stoletja naprej so meteorologi, oceanografi in drugi znanstveniki uporabljali Gaussovo statistiko kot model za napovedovanje višine valov. Po tem modelu sodeč bi se val višine nad 30 metrov pojavil le enkrat na deset tisoč let. Čeprav so se znanstveniki tistega časa zavedali, da gre le približek, je bil model dobro sprejet. Zato ni čudno, da so vse zgodbe o obstoju razbojniških valov, ki so jih pripovedovali mornarji, označili za lažne [1].

Pomemben dan v zgodovini preučevanja razbojniških valov je bil 1. januar 1995, ko je pojav zaznal merilni instrument. Meritev je izvedel laserski detektor na norveški plinski ploščadi Draupner v Severnem morju, potrdili so jo pa tudi drugi instrumenti in škoda, ki jo je ploščad utrpela ob trku z valom. Val, ki se po ploščadi imenuje Draupnerjev val (ang. *Draupner wave*), je dosegel maksimalno višino 25,6 metrov. Časovni potek višine morske gladine je prikazan na sliki 1. Po tem dogodku so znanstveniki začeli množično raziskovati razbojniške valove in njihov nastanek. Prav tako so njihov obstoj eksperimentalno potrdili v laboratorijskih bazenih [4]. Podatki, ki so nam na voljo, kažejo na to, da se razbojniški valovi pojavljajo povsod po svetu in da nastajajo v najrazličnejših pogojih - globoki in plitvi vodi, v prisotnosti in odsotnosti morskih tokov, itd. [1] Namen

tega članka je opisati nekaj možnih mehanizmov njihovega nastanka, nato pa podrobneje razložiti, kako lahko razbojniški valovi nastanejo zaradi konstruktivne interference in kako jih lahko naredimo v laboratorijih.



Slika 1: Graf prikazuje časovno odvisnost višine morske gladine pri Draupnerjevem valu. Višina vala od doline do grebena je znašala 25,6 metrov, greben sam pa se je vzdignil 18,7 metrov visoko [6].

2. Mehanizem nastanka razbojniških valov

2.1 Možni razlogi za nastanek

Čeprav pojav še ni v celoti raziskan, je znanih kar nekaj razlogov, ki lahko povzročijo tvorbo razbojniških valov. Mednje sodijo:

- **Morski tokovi in atmosferski procesi.** Primer vpliva obeh lahko najdemo ob obali Južne Afrike, kjer z zahoda proti vzhodu teče Agulhaški tok, v njemu nasprotni smeri pa pihajo zahodni vetrovi. Ko valovi, ki jih ustvari veter, interagirajo z nasprotno usmerjenim morskim tokom, se njihova valovna dolžina zmanjša. Kot posledica ohranitve energije se mora njihova amplituda povečati [7]. Primer razbojniškega vala, ki je nastal v Južni Afriki, prikazuje slika 2.
- **Nelinearnost enačb, ki opisujejo dinamiko tekočin.** Sem sodi na primer nelinearna Schrödingerjeva enačba, ki ob določenih pogojih dobro opiše valovanje na vodni gladini. Ena izmed njenih rešitev je Peregrinov soliton, ki ima lastnosti razbojniškega vala [8].
- **Valovni spekter.** Možno je tudi, da so razbojniški valovi povsem običajen del valovnega spektra, ki ga običajno modeliramo z Rayleighovo verjetnostno porazdelitvijo. V dovolj dolgo trajajočem viharju je realno pričakovati valove, ki dosegajo dvakratno tipično višino valov [8].
- **Konstruktivna interferenca oz. fokusiranje zaradi disperzije.** Zaradi disperzijske relacije, ki jo bomo izpeljali v nadaljevanju, potujejo valovi z različnimi valovnimi dolžinami z različnimi

faznimi hitrostmi. Če se zgodi, da se ti valovi srečajo na istem mestu, se bodo njihovi odmiki po načelu superpozicije sešteli. Nastal bo en visok val, katerega obstoj bo pa kratkotrajen, saj se bodo valovi kmalu spet ločili. Do takšnega fokusiranja lahko pride v različnih primerih:

- ob srečanju valov, ki sta jih ustvarila dva različna viharja,
- če se na neki lokaciji hitro spreminja smer in hitrost vetra,
- ob ustrezni krajevni odvisnosti globine morskega dna (disperzijska relacija za valovanje na vodi je odvisna od globine) [8].

Do fokusiranja pa lahko pride tudi, če morsko dno in obala usmerjata valove na način, da se ti v neki točki združijo v fazi. Ta pojav lahko vidimo v portugalskem mestu Nazaré, kjer ima vlogo usmerjanja valov velik podvodni kanjon [5]. Zaradi velikih valov je Nazaré priljubljena destinacija za srfanje.

V nadaljevanju se bomo posvetili zadnjemu izmed teh razlogov - fokusiranju kot posledici disperzije.



Slika 2: Razbojniški val, ki ga je leta 1980 posnel Philippe Lijour, prvi častnik supertankerja Esso Languedoc. Fotografija je nastala v Južni Afriki, ko je ladja plula skozi nevihto [9].

2.2 Disperzijska relacija

Da bomo razumeli, kako lahko konstruktivna interferenca povzroči nastanek razbojniškega vala, moramo poznati disperzijsko relacijo za valovanje na vodi. Z nekaj predpostavkami se lahko do nje dokoplremo z analitičnim izračunom. Za začetek privzemimo brezvrtinčnost in nestisljivost ter da tekočina ni viskozna. Brezvrtinčnost nam pove, da je rotor hitrostnega polja \mathbf{v} enak 0 in da lahko \mathbf{v} zapišemo kot gradient neke skalarne funkcije φ :

$$\nabla \times \mathbf{v} = 0 \rightarrow \mathbf{v} = \nabla \varphi.$$

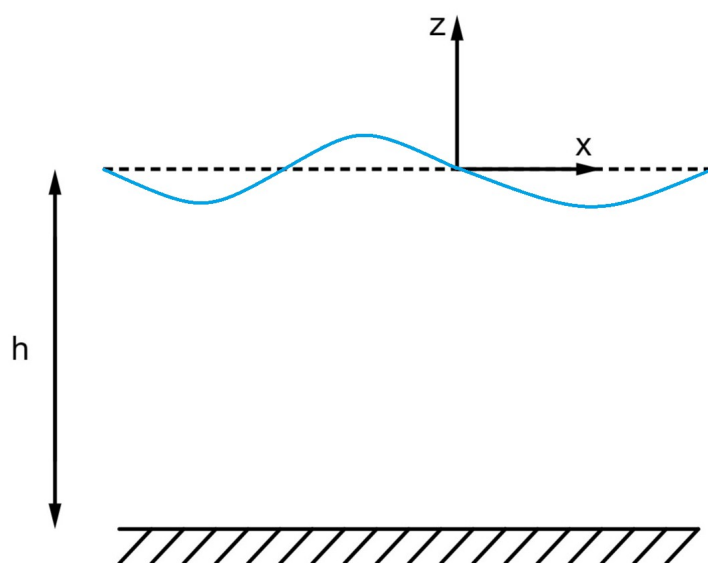
Pogoj nestisljivosti upoštevamo tako, da pogledamo kontinuitetno enačbo za maso

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{v}) = 0.$$

Če je tekočina nestisljiva, mora biti njena gostota neodvisna od kraja in časa, kar da

$$\nabla \cdot \mathbf{v} = 0 \rightarrow \nabla \cdot (\nabla \varphi) = \nabla^2 \varphi = 0. \quad (1)$$

V splošnem bi morali reševati Navier-Stokesovo enačbo, če pa predpostavimo brezvrtinčnost in nestisljivost, se ta reducira na Laplaceovo enačbo za potencial φ . Seveda moramo upoštevati tudi ustrezne robne pogoje. Predpostavimo, da je dno ravno in neprepustno (na dnu mora biti komponenta hitrosti v smeri normale na dno enaka 0), kar nam da prvi robni pogoj. Drugega, ki ga bomo potrebovali, bomo dobili iz Eulerjeve enačbe za ohranitev gibalne količine, ki jo bomo zapisali na površini.



Slika 3: Skica k izpeljavi disperzijske relacije.

Zaradi preprostosti se omejimo na računanje v dveh dimenzijah. Obravnavajmo val, ki se širi v smeri x , globino morja pa naj določa koordinata z . Postavitev koordinatnega sistema je lepo razvidna iz slike 3. Reševanja Laplaceove enačbe se lotimo z nastavkom

$$\varphi = f(z)e^{i(kx - \omega t)}, \quad (2)$$

kjer je $f(z)$ neznana funkcija. Delovanje Laplaceovega operatorja zapišemo kot vsoto drugih odvodov po x in z . Vstavimo nastavek (2) v enačbo (1) in dobimo diferencialno enačbo za $f(z)$

$$\frac{d^2}{dz^2} f(z) - k^2 f(z) = 0. \quad (3)$$

Pri tem smo že pokrajšali eksponentni faktor. Hitro se lahko prepričamo, da enačbo (3) reši nastavek

$$f(z) = A \cosh(k(z + \delta)). \quad (4)$$

Za nadaljevanje moramo naše robne pogoje zapisati v matematični obliki. Prvi robni pogoj zahteva, da je normalni odvod potenciala na dnu enak 0. Predpostavimo, da je globina konstantna in ima vrednost $z = -h$. V tem primeru lahko normalni odvod zapišemo kar kot

$$\left. \frac{\partial \varphi}{\partial z} \right|_{z=-h} = Ak \sinh(k(-h + \delta)) = 0. \quad (5)$$

Vidimo, da bo pogoj (5) izpolnjen, če postavimo $\delta = h$. Ostane nam še drugi robni pogoj, ki ga zapišemo na vodni površini, in sicer je to Eulerjeva enačba za ohranitev gibalne količine tekočine

$$\frac{d\mathbf{v}}{dt} = -\frac{1}{\rho}\nabla p + \mathbf{g}. \quad (6)$$

Pri tem \mathbf{v} predstavlja vektor hitrosti, ρ gostoto, ∇p gradient tlaka in \mathbf{g} vektor gravitacijskega pospeška. Odvod, ki nastopa v Eulerjevi enačbi, je v resnici substancialni odvod, katerega zapišemo kot

$$\frac{d\mathbf{v}}{dt} = \frac{\partial\mathbf{v}}{\partial t} + (\mathbf{v} \cdot \nabla)\mathbf{v}.$$

Drugega člena na desni strani enačbe se lahko znebimo, če upoštevamo naslednjo zvezo [10]

$$\mathbf{v} \times (\nabla \times \mathbf{v}) = \frac{1}{2}\nabla v^2 - (\mathbf{v} \cdot \nabla)\mathbf{v}. \quad (7)$$

Leva stran enačbe (7) je zaradi brezvrtinčnosti enaka 0, člen ∇v^2 pa lahko zanemarimo, če upoštevamo, da so odmiki majhni. Torej je tudi $(\mathbf{v} \cdot \nabla)\mathbf{v} = 0$ in lahko substancialni odvod zamenjamo s parcialnim. Atmosferski tlak je na vodni površini približno konstanten, zato lahko njegov gradient zanemarimo. Da bomo lažje prišli do robnega pogoja za φ , zapišimo \mathbf{g} kot negativni gradient nekega skalarnege potenciala

$$\mathbf{g} = -\nabla\Phi.$$

Če upoštevamo, da lahko zamenjamo krajevni in časovni odvod, se enačba (6) poenostavi na

$$\nabla \left(\frac{\partial\varphi}{\partial t} + \Phi \right) = 0. \quad (8)$$

Enačbo (8) integriramo po kraju. Vrednost gravitacijskega potenciala Φ izrazimo z odklikom $\eta(x, t)$ od ravnovesne lege, ki se nahaja pri $z = 0$. Pri tem upoštevamo, da je potencial določen le do konstante natančno, tako da desna stran enačbe ostane enaka 0. Dobimo

$$\eta g + \frac{\partial\varphi}{\partial t} = 0. \quad (9)$$

Sedaj upoštevamo, da je navpična komponenta hitrosti na površini enaka časovnemu odvodu odmika od ravnovesne lege

$$\frac{\partial\eta}{\partial t} = \frac{\partial\varphi}{\partial z}. \quad (10)$$

Enačbo (9) odvajamo po času in vanjo vstavimo zvezo (10). Dobimo drugi robni pogoj

$$g \frac{\partial\varphi}{\partial z} = -\frac{\partial^2\varphi}{\partial t^2},$$

iz katerega bomo dobili disperzijsko relacijo. V zgornjo enačbo vstavimo nastavek (2), kjer za $f(z)$ vzamemo izraz (4). Upoštevamo, da drugi robni pogoj velja pri $z = 0$, pokrajšamo eksponentni faktor in hitro lahko izluščimo disperzijsko relacijo [11]

$$\boxed{\omega(k) = \sqrt{gk \tanh(kh)}}. \quad (11)$$

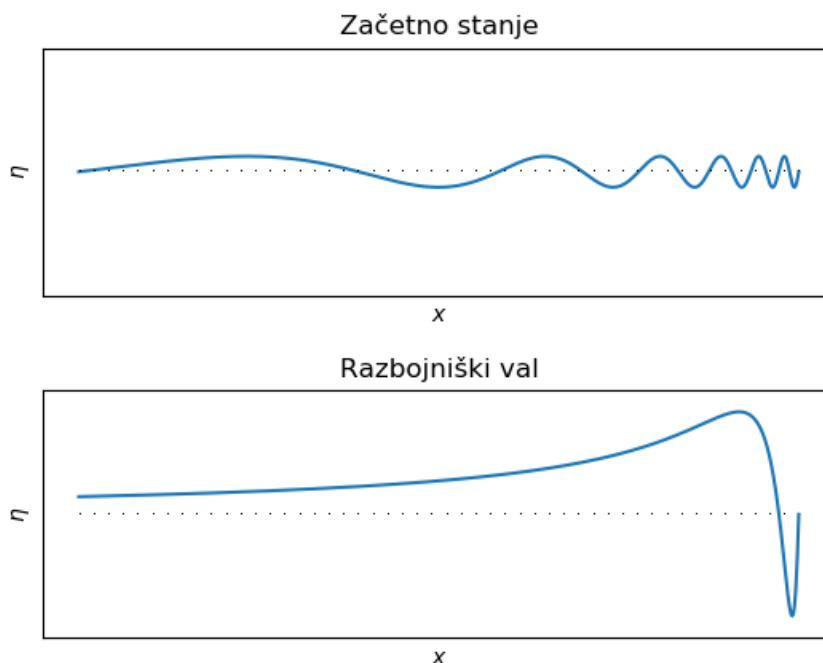
Pri tem k predstavlja valovni vektor, g gravitacijski pospešek, h pa globino vode. Izraz (11) lahko za velike globine poenostavimo. Upoštevamo, da za velike argumente funkcija $\tanh(x)$ limitira proti 1 in dobimo poenostavljeno obliko disperzijske relacije za globoko vodo

$$\omega(k) = \sqrt{gk}. \quad (12)$$

Za lažjo predstavo o tem, kdaj bo prišlo do konstruktivne interference, izračunajmo fazno hitrost valovanja

$$c_p = \frac{\omega}{k} = \sqrt{\frac{g}{k}} = \sqrt{\frac{g\lambda}{2\pi}}. \quad (13)$$

V izrazu (13) smo upoštevali, da velja $k = 2\pi/\lambda$. Vidimo, da imajo valovi z večjo valovno dolžino večjo fazno hitrost. Iz tega že lahko sklepamo, da se bodo valovi ustrezno sešteli, če se bodo v nekem trenutku daljši valovi nahajali za krajšimi. Če se omejimo na eno dimenzijo, mora biti torej valovna dolžina padajoča funkcija kraja, kot je prikazano na sliki 4. Pri ustrezni začetni krajevni odvisnosti valovne dolžine (ali frekvence) bodo vsi daljši valovi hkrati ujeli krajše in skupaj tvorili razbojniški val.



Slika 4: Nastanek razbojniškega vala. Prikazana je krajevna odvisnost odmika od ravnovesne lege η na začetku (zgoraj) in pri razbojniškem valu (spodaj).

2.3 Kinematična enačba za frekvenco

Če želimo ugotoviti, katera začetna krajevna odvisnost frekvence vodi do nastanka razbojniškega vala, moramo najprej izpeljati kinematično enačbo za frekvenco, ki opisuje širjenje frekvence valovanja po prostoru. Da si zadeve nekoliko poenostavimo, se omejimo na računanje v eni dimenziji. Odmik od ravnovesne lege $u(x, t)$ v poljubni točki lahko zapišemo kot

$$u(x, t) = A(x, t) \sin \phi,$$

kjer je faza ϕ enaka $kx - \omega t$, $A(x, t)$ pa predstavlja krajevno odvisno amplitudo. Frekvenco valovanja in valovni vektor (ki sta lahko v splošnem krajevno ali časovno odvisna) lahko enostavno izrazimo kot odvoda funkcije ϕ po času in kraju:

$$\omega = -\frac{\partial \phi}{\partial t}, \quad k = \frac{\partial \phi}{\partial x}.$$

Sedaj izračunajmo še mešane druge odvode. Količino ϕ odvajajmo najprej po času, nato po kraju. Dobimo zvezo

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x \partial t} = -\frac{\partial \omega}{\partial x}. \quad (14)$$

Če zamenjamo vrstni red odvajanja, dobimo enačbo za k

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial t \partial x} = \frac{\partial k}{\partial t}. \quad (15)$$

Če so vsi odvodi zvezni, vrstni red odvajanja ni pomemben in sta levi strani enačb (14) in (15) enaki. Potem morata biti enaki tudi desni strani in velja

$$\frac{\partial k}{\partial t} + \frac{\partial \omega}{\partial x} = 0. \quad (16)$$

Če enačbo (16) pomnožimo z $\partial \omega / \partial k$ in upoštevamo definicijo grupe hitrosti (odvod ω po valovnem vektorju k), dobimo kinematično enačbo za frekvenco [12]

$$\boxed{\frac{\partial \omega}{\partial t} + c_g(\omega) \frac{\partial \omega}{\partial x} = 0.} \quad (17)$$

Enačba (17) je kvazilinearna parcialna diferencialna enačba prvega reda. V nadaljevanju jo bomo rešili s pomočjo metode karakteristik [13].

2.4 Konstruktivna interferenca

Da bomo prišli do pogoja za nastanek razbojniškega vala, se sedaj lotimo reševanja enačbe (17). Preden začnemo, jo še nekoliko preoblikujemo. Želeli bi jo prevesti na reševanje za $c_g(x, t)$. To storimo tako, da enačbo pomnožimo z $dc_g/d\omega$. Dobimo enačbo, ki ji rečemo Burgerjeva enačba:

$$\frac{\partial c_g}{\partial t} + c_g \frac{\partial c_g}{\partial x} = 0. \quad (18)$$

Kot smo že omenili, gre za kvazilinearno parcialno diferencialno enačbo prvega reda. Najlažja metoda za reševanje takih enačb je metoda karakteristik. Zamislimo si, da opazujemo spreminjanje c_g v nekem gibajočem se sistemu. Zanima nas časovni odvod c_g , kot ga vidimo v tem sistemu. Pri tem je treba paziti, da postane koordinata x časovno odvisna in moramo pisati

$$\frac{dc_g(x(t), t)}{dt} = \frac{\partial c_g}{\partial x} \frac{dx}{dt} + \frac{\partial c_g}{\partial t}. \quad (19)$$

V zgornji enačbi predstavlja dx/dt hitrost, s katero se giblje naš koordinatni sistem. Sedaj opazimo, da če se gibljemo s hitrostjo c_g , postane desna stran enačbe (19) ravno enaka levi strani enačbe (18). Torej lahko enačimo tudi drugi strani enačbe, kar da

$$\frac{dc_g}{dt} = 0. \quad (20)$$

V tem posebnem koordinatnem sistemu se torej parcialna diferencialna enačba (18) prevede na navadno diferencialno enačbo. Krivulji, kjer se to zgodi, pravimo karakteristika (od tod tudi ime metode). Rešitev enačbe (20) lahko brez težav zapišemo, upoštevati pa moramo, da je lahko vrednost c_g odvisna od koordinate x_0 , kjer se je nahajal naš sistem ob $t = 0$:

$$c_g = c_0(x_0),$$

kjer c_0 predstavlja krajevno odvisnost grupne hitrosti ob začetnem času. Pri tem lahko vrednost x_0 določimo iz karakteristike. Integracija je preprosta, saj je na karakteristiki c_g kar konstanta.

$$\frac{dx}{dt} = c_g \rightarrow x = x_0 + c_g t,$$

kar da končno rešitev

$$c_g(x, t) = c_0(x - c_g(x, t)t). \quad (21)$$

Enačba (21) je implicitna enačba za $c_g(x, t)$. O c_0 nismo povedali ničesar, saj je lahko odvisna od najrazličnejših dejavnikov v okolju. Da bomo lažje razumeli, katera c_0 vodi do ustrezne konstruktivne interference, si oglejmo odvod enačbe (21) po spremenljivki x . Zaradi lažjega pisanja vpeljimo še novo spremenljivko $\xi = x - c_g t$ in dobimo

$$\frac{\partial c_g}{\partial x} = \frac{dc_0}{d\xi} \frac{\partial \xi}{\partial x} = \frac{dc_0}{d\xi} \left(1 - t \frac{\partial c_g}{\partial x}\right). \quad (22)$$

Iz enačbe (22) lahko izrazimo $\partial c_g / \partial x$ kot

$$\frac{\partial c_g}{\partial x} = \frac{dc_0/d\xi}{1 + t dc_0/d\xi}. \quad (23)$$

Enačba (23) predstavlja naklon funkcije, ki opisuje krajevno odvisnost c_g . Če nam uspe postaviti imenovalca zgornjega izraza na 0, bo $\partial c_g / \partial x$ v neki točki divergiral. Fizikalno gledano to pomeni, da se bodo vsi valovi z različnimi c_g zbrali v tisti točki. To je ravno pogoj fokusiranja, ki bo povzročil nastanek razbojniškega vala. Njegova amplituda ne bo neskončna, kot to nakazuje enačba (23). Treba je upoštevati nelinearne učinke - pri velikih višinah valovanja linearna teorija preprosto odpove.

Najlažji način, kako lahko pogoju fokusiranja zadostimo, je, da zahtevamo, da je odvod $dc_0/d\xi$ enak neki konstanti $-1/T$, kjer ima T pozitivno vrednost. V tem primeru bo ob času $t = T$ prišlo do optimalnega fokusiranja. Velja torej

$$\frac{dc_0}{d\xi} = -\frac{1}{T} \rightarrow c_0(\xi) = \frac{x_0 - \xi}{T}.$$

Pri tem smo vpeljali x_0/T kot konstanto pri nedoločenem integralu. Sedaj upoštevamo pomen ξ in s pomočjo rešitve kinematične enačbe za grupno hitrost (21) pridemo do enačbe

$$c_g(x, t) = \frac{x_0 - x + c_g(x, t)t}{T}.$$

Dobljeni izraz predstavlja implicitno enačbo za grupno hitrost, iz katerega brez težav izluščimo končno rešitev [7]

$$\boxed{c_g(x, t) = \frac{x - x_0}{t - T}}. \quad (24)$$

Razmislimo sedaj, kaj nam ta rešitev pove. T in koordinata x_0 predstavljata čas in kraj tvorbe razbojniškega vala. Preverimo lahko tudi, če je ta rešitev v skladu s trditvijo, ki smo jo naredili po izpeljavi disperzijske relacije. Sklepali smo, da mora biti začetna krajevna odvisnost valovne dolžine po prostoru padajoča funkcija. Da preverimo, ali je to res, izračunajmo grupno hitrost po definiciji $c_g = d\omega/dk$. Upoštevamo limito za globoko vodo (12), kar da

$$c_g = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{g}{k}} = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{g\lambda}{2\pi}}. \quad (25)$$

Ker je c_g torej naraščajoča funkcija λ , mora biti po predpostavki tudi c_0 padajoča funkcija kraja. Če v izraz (24) vstavimo $t = 0$, dobimo

$$c_0(x) = \frac{x_0 - x}{T},$$

kar potrdi našo predpostavko.

Poglejmo si še, kako bi razbojniške valove ustvarili v laboratorijskih pogojih. Mislimo si dolg bazen, ki ima na eni strani izvor valovanja. Takšne poskuse tudi zares izvajajo. Kot izvor si lahko predstavljamo premično steno, ki s svojim gibanjem naprej in nazaj pošilja valove vzdolž bazena. Zanima nas, s kakšno časovno spremenljivo frekvenco se naj stena premika, da se bodo nastali valovi ustrezno sešteli v razbojniški val. Zaradi lažjega računanja bomo spet predpostavili poenostavljeno disperzijsko relacijo, ki velja za globoko vodo. Da pridemo do odvisnosti $c_g(\omega)$, izrazimo k iz (12) in ga vstavimo v (25). Dobimo

$$c_g = \frac{g}{2\omega}.$$

Za izračun zelene časovne odvisnosti frekvence izvora vstavimo zgornjo enačbo v našo rešitev za $c_g(x, t)$ (24). Koordinatno izhodišče postavimo v izvor, tako da računamo frekvenco pri $x = 0$ [14]:

$$\omega(t) = \frac{g(T - t)}{2x_0}. \quad (26)$$

Pridemo torej do zanimive ugotovitve, da lahko razbojniški val naredimo, če linearno zmanjšujemo frekvenco izvora. S parametroma x_0 in T lahko določimo tudi lego in čas nastanka vala. Naprava, s pomočjo katere lahko izvajamo tovrstne poskuse, je prikazana na sliki 5.



Slika 5: Naprava in bazen, v katerem lahko ustvarimo razbojniške valove. Nahajata se v Hannoveru [15].

3. Zaključek

Razbojniški valovi so pomembna tema moderne znanosti. Nastanejo lahko v najrazličnejših pogojih in kot posledica več različnih mehanizmov. V članku smo nekaj izmed njih tudi opisali, podrobneje pa smo se posvetili konstruktivni interferenci. Izpeljali smo disperzijsko relacijo in kinematično enačbo za frekvenco, s pomočjo katerih smo ugotovili, katero začetno stanje vodi do tvorbe razbojniškega vala. Prednost opisa s konstruktivno interferenco je v tem, da lahko shajamo z linearno

teorijo valovanja. Prav tako lahko s pomočjo tega mehanizma najlažje ustvarimo razbojniške valove v laboratorijskih pogojih, in sicer na način, ki ga opisuje enačba (26).

Zaradi njihovih ekstremnih višin in nepredvidljive narave predstavljajo razbojniški valovi precejšnjo nevarnost za ladje, ki zaplujejo vanje. Ta nevarnost ni omejena samo na manjša plovila. Valovi lahko namreč poškodujejo tudi velike ladje, kot so tankerji in letalonosilke. Večkrat so terjali tudi smrtne žrtve [7].

V skladu z vedno večjim številom poročil o njihovem obstoju so bili predpisani ostrejši varnostni standardi za ladje, ki plujejo po oceanih. Poglobljeno razumevanje nastanka razbojniških valov bo morda v prihodnosti omogočilo njihovo napovedovanje, kar bi lahko dalo plovilom dovolj časa za ustrezen odziv. Prav tako lahko znanstveniki s pomočjo razumevanja narave njihovega nastanka ustvarijo razbojniške valove v laboratorijih [1].

Razbojniški valovi pa niso omejeni samo na valovanje morske gladine. Opaziti jih je mogoče tudi v kvantni mehaniki, nelinearni optiki in difuzijskih procesih. Matematične enačbe, ki so v ozadju nastanka razbojniških valov, pa so prisotne tudi v sistemih, ki nimajo popolnoma nobene zveze z valovanjem. Z njimi se da opisati na primer zvijanje proteinov, prenos boleznin in rast živalskih populacij [1, 16].

LITERATURA

- [1] *Rogue wave*. (b. d.). https://en.wikipedia.org/wiki/Rogue_wave
- [2] Häfner, D., Gemmrich, J. in Jochum, M. (2021). Real-world rogue wave probabilities. *Sci Rep* 11, 10084. <https://doi.org/10.1038/s41598-021-89359-1>
- [3] European Centre for Medium-Range Weather Forecasts. (b. d.). *Significant wave height and mean direction*. https://apps.ecmwf.int/webapps/opencharts/products/medium-swh-mwd?base_time=202204020000&projection=opencharts_europe&valid_time=202204020000
- [4] Ouellette J. (2019). *Oxford scientists successfully recreated a famous rogue wave in the lab*. <https://arstechnica.com/science/2019/01/oxford-scientists-successfully-recreated-a-famous-rogue-wave-in-the-lab/>
- [5] *Nazare North Canyon - big waves generator* (b. d.). <https://nazarewaves.com/en/Home/InfoNorthCanyon>
- [6] Straume, I. (2012). *Draupner wave*. https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Draupner_wave.svg
- [7] Kharif, C. in Pelinovsky, E. (2003). Physical mechanisms of the rogue wave phenomenon. *European Journal of Mechanics-B/Fluids*, 22(6), 603–634. <https://doi.org/10.1016/j.euromechflu.2003.09.002>
- [8] Zaplotnik, Ž. (2014). *Razbojniški valovi*. <http://www-f1.ijs.si/~rudi/sola/ZZaplotnik.pdf>
- [9] Lijour, P. (1980). *Ship-sinking monster waves revealed by ESA satellites*. https://www.esa.int/Applications/Observing_the_Earth/Ship-sinking_monster_waves_revealed_by_ESA_satellites
- [10] Kuščer, I. in Kodre, A. (2016). *Matematika v fiziki in tehniki*. DMFA.
- [11] Blandford, R. D. in Kip, S. T. (2013). *Applications of classical physics*. Caltech. <http://www.pnaweb.caltech.edu/Courses/ph136/yr2012/>
- [12] Whitham, G. B. (1974). *Linear and Nonlinear Waves*. Wiley.
- [13] Strauss, W. A. (2002). *First-Order Equations; Method of Characteristics*. Stanford. <https://web.stanford.edu/class/math220a/handouts/firstorder.pdf>
- [14] Pelinovsky, E., Kharif, C., Talipova, T. in Slunyaev, A. Nonlinear wave focusing as a mechanism of the freak wave generation in the ocean. V M. Olagnon in G. Athanassoulis (ur.), *Rogue Waves 2000: Proceedings of a Workshop in Brest, France* (str. 193–204). Actes de Colloques-Ifremer. http://www.ifremer.fr/web-com/molagnon/bv/pelinovsky_010124_w.pdf
- [15] Sia Magazin. (2019). *Rogue wave created by the largest wave generator in the world*. <https://siamagazin.com/rogue-wave-created-by-the-largest-wave-generator-in-the-world/>
- [16] Yiu, Y. (2020). *Rogue waves: freaks of nature studied with math and lasers*. <https://www.insidescience.org/news/rogue-waves-freaks-nature-studied-math-and-lasers>