

PROTONSKA UGANKA

LUKA UMEK

Fakulteta za matematiko in fiziko
Univerza v Ljubljani

Proton je osnovni gradnik snovi. Dobro razumevanje njegovih lastnosti je ključno za razumevanje kompleksnejših sistemov delcev, jeder in snovi nasploh. Kljub temu, da njegovo zgradbo in lastnosti raziskujemo že 60 let, vrsta vprašanj ostaja odprtih. Eno najbolj aktualnih je tisto o nabojnem polmeru protona - rezultati različnih meritev podajajo vrednosti, ki se znatno razlikujejo. Te neskladnosti se je oprijelo ime *protonska uganka*. V tem članku so zbrane osnovne metode določanja nabojnega polmera protona, motivacija za raziskovanje te teme in nekaj izsledkov naj sodobnejših raziskav.

THE PROTON RADIUS PUZZLE

The proton is the basic building block of matter. It is essential to understand its properties well in order to study complex systems of particles, nuclei and matter in general. Despite it being a subject of intense research over the last 60 years, there are still many questions left unanswered. One of the more prominent is the question of the proton charge radius - results of different measurements provide values that differ significantly. Today this discrepancy is known as *the proton radius puzzle*. In this article the main methods of determining the proton charge radius, the motivation for such research, and findings of some latest studies are presented and discussed.

1. Uvod

Ob začetku 20. stoletja je bila ideja, da je snov sestavljena iz atomov, splošno sprejeta. Fiziki tistega časa so tako začeli svoj trud posvečati izpopolnjevanju modelov zgradbe atoma samega. Po odkritju elektrona je J. J. Thomson predstavil sliko atoma kot kroglo, znotraj katere je pozitiven naboj porazdeljen homogeno. Model je leta 1911 izpodrinila Rutherfordova različica, v kateri je pozitiven naboj koncentriran v središču atoma. Za potrebe osnovnih izračunov energijskih nivojev atoma je dovolj predpostaviti, da je jedro kar točkasto, vendar meritve jasno kažejo, da je za natančno rekonstrukcijo energijskih stanj nujno upoštevati njegovo prostorsko razsežnost. To velja za vsa jedra, tudi najlažje, vodikovo jedro, torej sam proton.

Najprej si bomo ogledali, kako nabojni polmer protona določamo z jedrskimi sipalnimi eksperimenti. V poglavju "Spektroskopske meritve" si nato podrobneje ogledamo drugo metodo, ki sloni na meritvi energijskih nivojev vezanih sistemov protona. V poglavju "Protonska uganka" sledi pregled eksperimentov (in raznolikosti njihovih rezultatov), ki so nas privedli do protonske uganke. Nazadnje bomo pregledali še poskuse razlag problema in pretehtali, kako verjetno je, da posamezna razlaga res drži.

2. Sipanje elektrona na jedru

Oglejmo si, kakšni procesi spremljajo poskus, ko jedrsko tarčo obstreljujemo s točkastimi nabitimi delci, kakršni so npr. elektroni (v splošnem rezultat takega eksperimenta odraža tako strukturo tarče kot tudi projektila, zato je zaželeno, da je sipani delec točkast). Ko elektroni potujejo skozi snov, interagirajo z jedri in drugimi elektroni. Ko iščemo radij protona, meritve izvajamo na najlažjem elementu, vodiku. Potek elektromagnetne interakcije med sipanim elektronom in protonom je odvisen od porazdelitve naboja v tarči, ki jo razkrije analiza rezultatov sipalnega eksperimenta. Tak poskus naj bo tudi naše izhodišče. Izpeljava v nadaljevanju je povzeta po knjigi B. Povh: *Particles and Nuclei* [1].



Slika 1. Sipanje elektrona na protonu obravnavamo kot prehod valovne funkcije elektrona iz začetnega stanja ψ_i v končno stanje ψ_f . Pred interakcijo ima elektron gibalno količino \mathbf{p} in po interakciji \mathbf{p}' .

Obravnavamo sistem, v katerem proton miruje (gl. sliko 1). Proti njemu leti elektron z gibalno količino \mathbf{p} . Na interakcijo med delcema gledamo kot na prožni trk. Predpostavimo, da je proton relativno težek, torej da miruje v istem opazovalnem sistemu pred interakcijo in po njej. V tem primeru je pri elastičnem sipanju prenos kinetične energije zanemarljiv in velikost gibalne količine elektrona se ohrani. Po trku ima elektron gibalno količino \mathbf{p}' .

Proces obravnavamo kvantnomehansko. Če elektron dovolj daleč od tarče lahko obravnavamo kot prostega, tako stanje vpadnega in sipanega elektrona opisuje ravni val:

$$\psi_i \propto e^{i\mathbf{p}\mathbf{r}/\hbar}, \quad \psi_f \propto e^{i\mathbf{p}'\mathbf{r}/\hbar}.$$

Tu sta \mathbf{p} in \mathbf{p}' vektorja gibalnih količin elektrona pred in po sipanju. Pri interakciji med protonom in elektronom slednji preide iz ψ_i v ψ_f . Slednje opisuje stanje elektrona, sipanega v del prostorskega kota $d\Omega$. Verjetnost za sipanje v delček prostorskega kota podaja Fermijevo zlato pravilo:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} \propto |\langle \psi_f | V | \psi_i \rangle|^2.$$

Operator V v izrazu je operator potenciala, v katerem se nahaja sipani delec. Meritev sipalnega preseka $\frac{d\sigma}{d\Omega}$ tako neposredno odraža porazdelitev naboja, ki nas zanima. Za matrični element velja

$$\langle \psi_f | V | \psi_i \rangle \propto \int e^{-i\mathbf{p}'\mathbf{r}/\hbar} \phi(\mathbf{r}) e^{i\mathbf{p}\mathbf{r}/\hbar} d^3\mathbf{r},$$

ker je operator V za naboj e_0 v potencialu ϕ enak $e_0\phi$. Vpeljimo vektor prenosa gibalne količine $\mathbf{q} = \mathbf{p} - \mathbf{p}'$. Produkt eksponentnih funkcij tako lahko zapišemo kot $e^{i\mathbf{q}\mathbf{r}/\hbar}$. To nam poenostavi zapis in zmanjša število vhodnih parametrov. Z upoštevanjem Poissonove enačbe v elektrostatici $\nabla^2\phi(\mathbf{r}) = -\frac{\rho(\mathbf{r})}{\epsilon_0}$ in zveze $e^{i\mathbf{q}\mathbf{r}/\hbar} = \frac{-\hbar^2}{|\mathbf{q}|^2} \nabla^2 e^{i\mathbf{q}\mathbf{r}/\hbar}$ ter upoštevanjem Greenove formule¹ lahko zapišemo

$$\langle \psi_f | V | \psi_i \rangle \propto \frac{1}{|\mathbf{q}|^2} \int \rho(\mathbf{r}) e^{i\mathbf{q}\mathbf{r}/\hbar} d^3\mathbf{r},$$

¹Za gladki skalarni polji u in v velja Greenova formula $\int (u\nabla^2 v - v\nabla^2 u) dV = \oint (u\frac{\partial v}{\partial \mathbf{n}} - v\frac{\partial u}{\partial \mathbf{n}}) dS$. V primeru, ko si za u in v izberemo funkciji $\phi(\mathbf{r})$ in $e^{i\mathbf{q}\mathbf{r}/\hbar}$, je vrednost desnega integrala enaka nič.

kjer je $\rho(\mathbf{r})$ prostorska gostota naboja tarče – protona. Zapišemo jo lahko kot $e_0 f(\mathbf{r})$, kjer je f funkcija prostorske porazdelitve naboja. Integralu

$$F(\mathbf{q}^2) = \int f(\mathbf{r}) e^{i\mathbf{q}\mathbf{r}/\hbar} d^3\mathbf{r}$$

pravimo *oblikovni faktor* porazdelitve naboja. Izraz za oblikovni faktor $F(\mathbf{q}^2)$ lahko tudi prepoznamo kot Fourierovo transformacijo prostorske porazdelitve naboja $f(\mathbf{r})$. Izraz za sipalni presek lahko zapišemo kot:

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{\text{izmerjen}} = \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{\text{Mott}} |F(\mathbf{q}^2)|^2.$$

Izmerjen sipalni presek je enak produktu kvadrata oblikovnega faktorja in t.i. *Mottovega sipalnega preseka*, ki opisuje sipanje na brezdimenzijski tarči (Rutherfordovo sipanje) ob upoštevanju vpliva spina elektrona. Vsa informacija o prostorski porazdelitvi naboja se skriva v oblikovnem faktorju.

Z nadaljno analizo izraza za oblikovni faktor lahko pridemo še do enega rezultata. Poglejmo, kakšno je obnašanje funkcije $F(\mathbf{q}^2)$ pri majhnih prenosih gibalne količine. Za majhne vrednosti $\mathbf{q}\mathbf{r}$ lahko eksponentno funkcijo razvijemo v vrsto²:

$$F(\mathbf{q}^2) = \int f(\mathbf{r}) \left(1 + \frac{i\mathbf{q}\mathbf{r}}{\hbar} + \frac{1}{2!} \left(\frac{i\mathbf{q}\mathbf{r}}{\hbar}\right)^2 + \dots \right) d^3\mathbf{r}.$$

Členi z lihimi eksponenti se po integraciji po prostorskem kotu izničijo, imaginarna komponenta pa v preostanku poskrbi za alternirajoč predznak. S prevedbo na integral po sfernih koordinatah in upoštevanjem definicije

$$\langle r^n \rangle = \int r^n f(\mathbf{r}) d^3\mathbf{r}$$

dobimo vrsto

$$F(\mathbf{q}^2) = 1 - \frac{1}{6} \frac{\mathbf{q}^2 \langle r^2 \rangle}{\hbar^2} + \dots,$$

iz katere sledi

$$\langle r^2 \rangle = -6\hbar^2 \left. \frac{\partial F(\mathbf{q}^2)}{\partial \mathbf{q}^2} \right|_{\mathbf{q}^2=0}.$$

S tem smo prišli do drugega momenta porazdelitve naboja protona. Ko razpravljamo o polmeru protona tako govorimo o **kvadratnem korenu povprečja kvadrata nabojnega polmera**, $\sqrt{\langle r^2 \rangle}$. To je tudi osrednja količina, za katero se bomo zanimali v tem članku. Zato od tu naprej pišimo kar $\sqrt{\langle r^2 \rangle} = r_p$.

Za določanje porazdelitve naboja protona začnemo z meritvijo sipalnega preseka $\frac{d\sigma}{d\Omega}$. Protone obstreljujemo s curkom elektronov in merimo hitrost dogodkov $\frac{dN}{dt}$ pri izbranem sipalnem kotu θ . Elektronski fluks, torej število vpadlih elektronov na časovno enoto na enoto površine, označimo s Φ_e . Številsko gostoto delcev tarče označimo z N_t . Verjetnost, da se projektil sipa v majhen del prostorskega kota $\delta\Omega$, je enaka $(\frac{d\sigma}{d\Omega} \delta\Omega)$. Potem za sipanje na jedrih velja

²V splošnem ne moremo trditi, da je produkt $\mathbf{q}\mathbf{r}$ majhen, ker integriramo tudi po območju, kjer $|\mathbf{r}| \rightarrow \infty$. Vendar se izkaže, da je razvoj vseeno upravičen, ker za velike $|\mathbf{r}|$ funkcija $f(\mathbf{r})$ dovolj hitro pada proti nič.

$$\frac{dN}{dt} = \Phi_e N_t \frac{d\sigma}{d\Omega} \delta\Omega.$$

Ker vse preostale količine v enačbi lahko izračunamo ali izmerimo, lahko določimo tudi sipalni presek $\frac{d\sigma}{d\Omega}(\theta)$. Iz tega prek Mottovega sipalnega preseka pridemo do oblikovnega faktorja, ki predstavlja Fourierovo transformacijo porazdelitve naboja. Na tej točki nas lahko zamika, da bi porazdelitev naboja iz oblikovnega faktorja izluščili kar z inverzno Fourierovo transformacijo. Stvar žal ni tako preprosta, ker bi za tak pristop morali izmeriti podatke za vse vrednosti $|\mathbf{q}|$, kar pa eksperimentalno ni izvedljivo. Pri obdelavi podatkov si raje izberemo neki model porazdelitve naboja, za katerega izračunamo ustrezni oblikovni faktor. Temu potem prilagajamo proste parametre za optimalno prilagoditveno funkcijo.

Meritve sipalnega preseka nam posredujejo empirično odvisnost oblikovnega faktorja od prenosa gibalne količine, $F(\mathbf{q}^2)$. Iz te lahko izračunamo protonski radij kot naklon funkcije pri $\mathbf{q}^2 = 0$. Ker v limiti ničelnega prenosa gibalne količine, torej pri majhnih sipalnih kotih, meritve niso mogoče, je v praksi potrebna ekstrapolacija rezultatov proti ničli. Izbira modela, ki ga prilagajamo meritvam, je tu izjemno pomembna, ker različne prilagoditvene funkcije lahko povzročijo težnje k različnim začetnim vrednostim.

Izpeljava je bila do tu nekoliko poenostavljena. Pri sipalnih eksperimentih jedra vodika obstreljujemo z monoenergijskim curkom elektronov pri tipičnih energijah nekaj 100 MeV, kar pomeni, da je potrebna relativistična obravnava in vektorje gibalnih količin moramo zapisati s četverci:

$$\mathbf{q} = \mathbf{p} - \mathbf{p}' \rightarrow q^\mu = p^\mu - p'^\mu.$$

Ob upoštevanju ultrarelativistične limite, $|\mathbf{p}| = \frac{E}{c}$ in $|\mathbf{p}'| = \frac{E'}{c}$, nam izračun kvadrata četverca prenosa gibalne količine da zvezo

$$Q^2 = 4 \frac{EE'}{c^2} \sin^2 \frac{\theta}{2},$$

kjer smo definirali $Q^2 = -(q^\mu)^2$. V izrazu so E in E' energija elektrona pred in po sipanju, θ pa kot, pod katerim se ta siplje. Za določitev prenosa gibalne količine je tako dovolj izmeriti energijo vpadnega elektrona, njegovo energijo po sipanju in odklonski kot.

Če smo povsem korektni, je treba upoštevati še druge faktorje: da začetno in končno stanje elektrona ni čisto raven val, da odziv jedra po interakciji ni zanemarljiv ipd. Do zdaj smo tudi privzeli brezspinsko tarčo, kar proton ni. Zato je namesto enotnega oblikovnega faktorja potrebna uvedba dveh: G_E in G_M , t.i. *električnega* in *magnetnega Sachsovega oblikovnega faktorja*. Za proton se držimo izraza od prej in kot nabojni polmer definiramo

$$r_p^2 = -6\hbar^2 \left. \frac{dG_E(Q^2)}{dQ^2} \right|_{Q^2=0}.$$

Naj na hitro še omenimo, da porazdelitev naboja ni edina lastnost, ki določa proton. Podobno lahko določimo karakteristične radije drugih fizikalnih količin, kot npr. porazdelitve magnetizacije. Je pa električni naboj najbolj izstopajoča lastnost, ki proton ločuje od nevtrona in največ prispeva k stabilnosti atomov in molekul.

Prav tako bi se lahko pri definiciji protonskega radija zanimali za splošni n -ti moment $\sqrt[n]{\langle r^n \rangle}$. Po zgornji izpeljavi pa se je kot polmer protona konvencionalno pač uveljavil kvadratni koren drugega momenta $\sqrt{\langle r^2 \rangle}$.

3. Spektroskopske meritve

V tem poglavju bomo podrobneje spoznali še drugo metodo, s katero določamo protonski radij. Tu postopamo preko analize energijskih nivojev vezanih stanj vodikovega atoma.

3.1 Spektroskopija vodikovega atoma

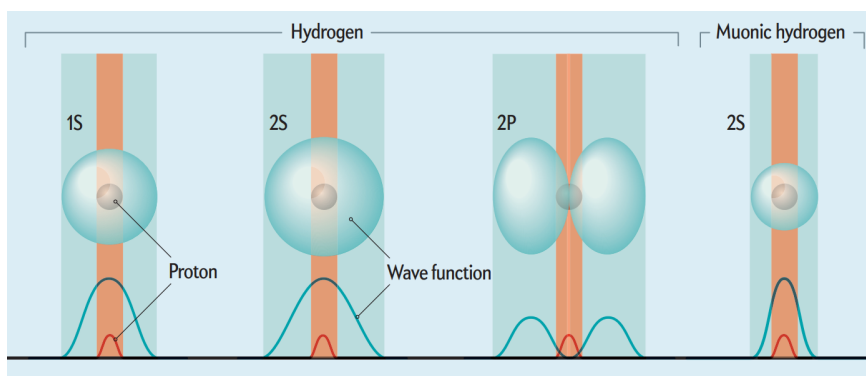
Specifično nas zanimajo popravki k energijskim nivojem, ki jih dobimo kot rešitev Schrödingerjeve enačbe za elektron v potencialu protona. Enemu takemu popravku – premiku spektralnih črt – pravimo *Lambov premik*. Pod tem izrazom sta združena dva glavna prispevka:

- *Prispevek fluktuacij vakuuma*. V teoriji kvantne elektrodinamike prostor obravnavamo kot morje spontano nastajajočih in anihilirajočih se parov virtualnih delcev. Tako obnašanje perturbira elektrostatski potencial okoli jedra, kar povzroči fluktuacije v položaju elektrona in spremembo energijskih nivojev atoma.
- *Prispevek razsežnosti jedra*. Valovna funkcija elektronskih stanj s sega do jedra. Za razsežno jedro to pomeni, da obstaja neničelna verjetnost, da se elektron nahaja znotraj jedra, kjer občuti manjši potencial. Ta fenomen ustrezno zmanjša vezavno energijo stanja. Efekt je za druge oblike orbital šibkejši. Valovna funkcija orbitale p ima v izhodišču ničlo in blizu izhodišča majhno amplitudo, torej je verjetnost, da elektron najdemo v jedru, veliko manjša. Slika 2 prikazuje prekrivanje valovne funkcije elektrona s porazdelitvijo naboja protona za stanja $1s$, $2s$ in $2p$. Ključna je razlika prispevkov med stanji s in p . Tako nesimetričnost popravkov spektralnih črt vodika lahko izkoristimo za meritev protonskega radija.

Izkaže se, da je popravek sorazmeren ravno z r_p^2 . Polmer protona tako lahko določimo z natančno meritvijo energijskih nivojev vodikovih elektronov. V grobem lahko energijske nivoje stanja s izrazimo kot

$$E_s(n) \approx -\frac{R_\infty}{n^2} + \frac{\Delta E_L}{n^3},$$

kjer je n glavno kvantno število, R_∞ Rydbergova konstanta, ΔE_L pa Lambov premik, katerega vrednost je različna za posamezna stanja. Specifično za stanje $1s$ npr. velja $\Delta E_L(1s) \approx h(8,172 + 1,56 r_p^2 \text{fm}^{-2})$ MHz. Prvi člen predstavlja popravek zaradi fluktuacij vakuuma, drugega prispeva razsežnost jedra.



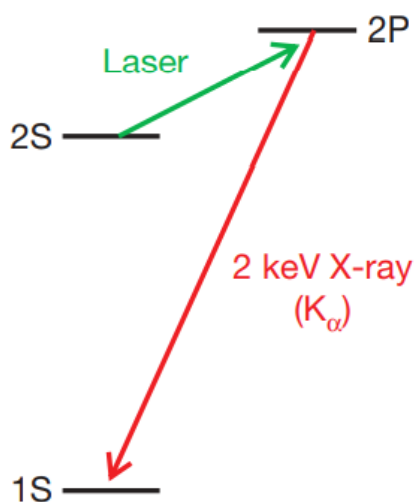
Slika 2. Prekrivanje verjetnostne amplitude elektrona z jedrom za nekaj elektronskih stanj v vodikovem atomu. Vir: [2].

Za meritev Lambovega premika uporabimo standardni spektroskopski postopek: s fotoni vzbujamo elektronske prehode v višja energijska stanja (gl. sliko 3). Do prehoda pride samo v primeru, če se energija vpadlih fotonov natanko ujema z energijsko razliko med opazovanima stanjema s in p . Vzburjen elektron se nato vrne v nižje energijsko stanje in pri tem izseva foton karakteristične valovne dolžine. Z detekcijo izsevanega fotona potrdimo, da je vzbujevalna frekvenca prava in do prehoda res pride. Na podlagi energije fotonov vzbujevalnega žarka, pri katerem zaznamo signal, določimo iskano energijsko režo.

3.2 Mionski vodik

Spektroskopske meritve se v resnici izkažejo za zahtevno nalogo. Lambov popravek je v vodikovem spektru komaj opazen: razsežnost protona relativno zamakne najnižjo spektralno črto $1s$ stanja za zgolj $2 \cdot 10^{-4}$. Energijska reža je tako ozka, da se naravni širini spektralnih črt prekrivata. Meritve bi si znatno olajšali, če bi nam uspelo opazovani fizikalni sistem obdelati tako, da bi povečali energijsko razliko med stanji s in p . To lahko dosežemo z mionskim vodikom.

Mionski vodik dobimo, ko elektron navadnega vodikovega atoma zamenjamo z mionom. Mion v standardnem modelu predstavlja drugo generacijo leptonov. V teoriji je elektronu identičen v vseh lastnostih (naboj, magnetni moment,...), razen v mirovni energiji. Ker imata po večini enake lastnosti, mion s protonom tvori vezan sistem, podoben vodikom. Zaradi večje mirovne mase se v primerjavi z elektronom giblje bližje jedru – mion je približno 200-krat težji od elektrona in je zato v klasični sliki približno 200-krat bližje protonu. V kvantnomehanski sliki to pomeni, da je valovna funkcija miona bolj koncentrirana pri protonu. Verjetnost, da delec najdemo znotraj jedra, je v mionskem vodikom 200^3 -krat večja kot pri navadnem vodikom. Tako se tudi prispevek k Lambovem premiku poveča na 2%. Tak energijski premik pa je precej lažje izmeriti. Ker se energijska reža v primerjavi z naravnimi širinami črt toliko razširi, so take meritve izjemno natančne: v splošnem je interval merske napake pri mionski spektrometriji glede na eksperimente z elektroni izboljššan za cel velikostni red.



Slika 3. Pri spektroskopskih meritvah vzbujamo prehode med stanji s in p . Iz izsevanega karakterističnega fotona sklepamo, da je do prehoda res prišlo. Shema velja za mionski vodik. Slika je povzeta po [3].

Prednosti spektroskopije na mionskem vodikom omejuje kratkoživost opazovanega sistema: povprečni življenjski čas miona znaša 2,2 mikrosekunde. Mioni po rojstvu v pospeševalniku delcev

potujejo do tarčne komore, kjer iz vodikovih atomov izbijajo elektrone in s protoni sami tvorijo vezano stanje. Iz začetnega vzbujenega stanja nato mionski atomi zdrsiijo v nižja stanja, od koder z meritvami postopamo kot pri navadnem vodikju (gl. sliko 3).

Identično lahko pripravimo tudi druge mionske elemente. K raziskavam protonske uganke svoje prispevajo tudi meritve na mionskem devteriju in heliju [4] ter težjih elementih.

4. Protonska uganka

Prve meritve protonskega radija so aktivno potekale od druge polovice prejšnjega stoletja. Prvi pomemben rezultat je leta 1963 doprinesla raziskovalna skupina pod vodstvom L. N. Handa [5]. Protonski radij so določali prek meritve oblikovne funkcije pri sipanju elektrona. Rezultat je znašal $r_p = (0,805 \pm 0,011)$ fm. Kasneje se je izkazalo, da analiza meritev ni bila optimalna in je pravilnejši radij večji, kjub temu pa je ta eksperiment pomenil pomemben mejnik na tem področju.

Kasnejši sipalni in spektroskopski eksperimenti so prinašali le še natančnejše vrednosti polmera. Izmerjeni podatki so se ujemali z veliko natančnostjo in Odbor za podatke v znanosti in tehnologiji (CODATA) je v posodobitvi za leto 2010 kot optimalno združeno vrednost protonskega radija sprejel $r_p = (0,8775 \pm 0,0051)$ fm. Verjeli smo, da dobro poznamo proton. Nadaljnje meritve protonskega radija so služile bolj kot test natančnosti fizikalnih teorij, ki opisujejo sisteme delcev, kot je kvantna elektrodinamika.

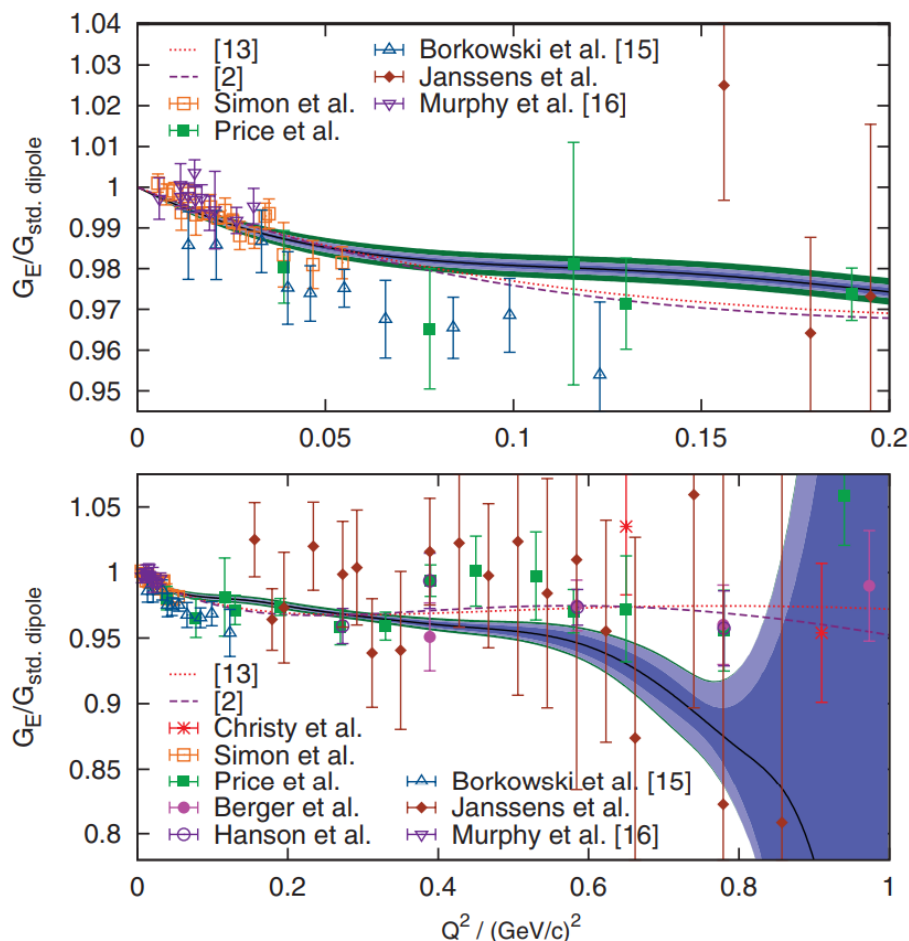
4.1 Bernauerjeve meritve

V letih 2006 in 2007 je Jan C. Bernauer na pospeševalniku delcev v Mainzu izvajal sipalni eksperiment na vodikju. Prvotni namen eksperimenta je bil raziskovati notranjo zgradbo protona, a so projekt nato razširili na meritev protonskega radija. Z meritvami pri energijah vpadnih elektronov 180 MeV, 315 MeV, 450 MeV, 585 MeV, 720 MeV in 855 MeV so pokrili območje Q^2 med $0,004 (\text{GeV}/c)^2$ in $1 (\text{GeV}/c)^2$. Bernauerjeva raziskava je postregla z najboljšežnejšim naborom podatkov doslej: nabor meritev je obsegal okoli 1400 točk, več kot desetkrat toliko kot vse prejšnje meritve skupaj.

Pospeševalnik delcev v Mainzu MAMI je mikrotronskega tipa. V osnovi delce pospešuje linearni pospeševalnik. Ko delec zleti iz pospeševalnika, se njegova trajektorija ukrivi v homogenem magnetnem polju, da naredi obhod in spet vstopi v pospeševalnik. S ponavljanjem ciklov narašča energija delca in njegova trajektorija se širi. Mikrotron je posebej zasnovan za delovanje z delci v ultrarelativistični limiti. Mainški pospeševalnik sestavljajo trije taki zaporedni mikrotroni in en mikrotron z dvema pospeševalnima komponentama. Končna energija delcev po vseh pospeševalnih fazah je 1,6 GeV. Za eksperimente pri nižjih energijah pospeševane delce odvedemo do izhoda že prej, po določenem številu obhodov v tretjem ali četrtem mikrotronu. Vira elektronov, ki jih pospešujejo, izkoriščata fotoelektrični pojav in termično izparele elektrone.

Ko so elektroni pospešeni do zelene energije, potujejo do spektrometerske dvorane, kjer se izvajajo sipalni eksperimenti. Spektrometri merijo gibalno količino (energijo) in kotno porazdelitev sipanih delcev. S scintilatorji določijo časovno referenco in identifikacijo delcev, uklon v magnetnem polju pa določa gibalno količino vpadlih delcev.

Bernauerjeva meritev električnega oblikovnega faktorja je prikazana na sliki 4. Razmerje izmerjenega oblikovnega faktorja in tako imenovane "standardne dipolne parametrizacije"³ je v prvem približku blizu ena (za vrednosti Q^2 do $0,5 \text{ (GeV/c)}^2$ odstopa za kvečjemu 5%), kar pomeni, da za grobo oceno dipolna funkcija precej dobro opiše oblikovni faktor protona. Zanima nas okolica točke $Q^2 = 0$ oz. naklon krivulje v izhodišču (spomnimo se definicije r_p). Analiza rezultatov je dala končni rezultat $r_p = (0,879 \pm 0,015) \text{ fm}$. Vrednost, povsem v skladu s prejšnjimi meritvami.



Slika 4. Meritve Bernauerjeve skupine: izmerjeni oblikovni faktor G_E , normiran na oblikovni faktor standardnega dipola, v odvisnosti od kvadrata četverca prenosa gibalne količine Q^2 . Črna krivulja predstavlja optimalno prilagoditev podatkom, modri področji zajemata statistični interval zaupanja in eksperimentalne napake. Z drugimi barvami so dorisani rezultati nekaj drugih raziskav. Diagrama povzeta po [6].

³Oblikovni faktor, parametriziran z "dipolno funkcijo", ima splošno obliko

$$G^{E,M}_{\text{Dipol}}(Q^2) = \left(1 + \frac{Q^2}{a^{E,M}}\right)^{-2},$$

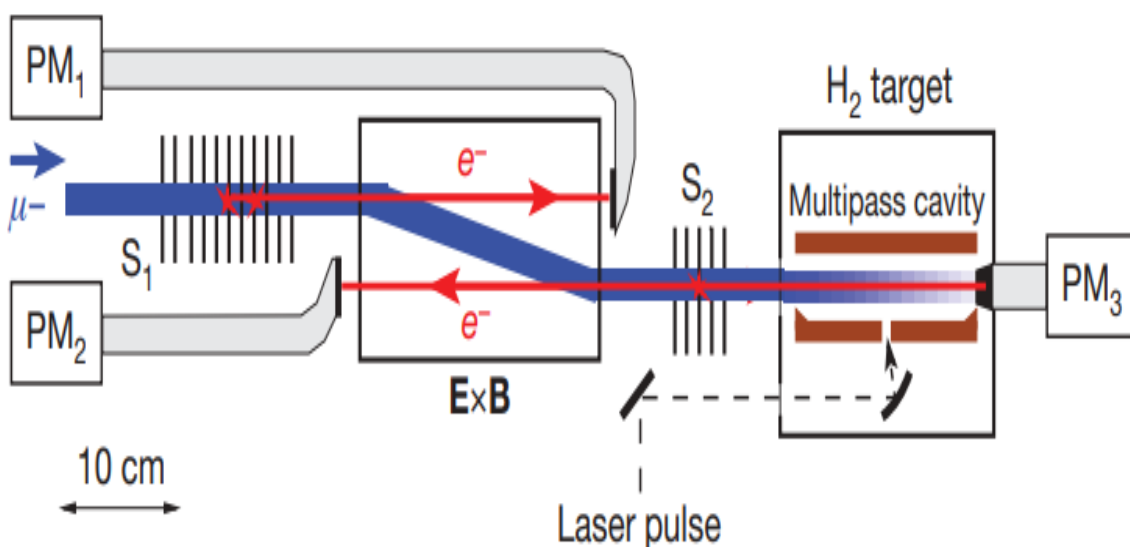
kjer $a^{E,M}$ predstavlja skupino parametrov za električni in magnetni oblikovni faktor. Za t. i. standardni dipol je $a^{E,M} = 0,71 \text{ (GeV/c)}^2$. Imejmo v mislih, da je dipolna funkcija samo ena izmed možnosti, ki jih lahko prilagajamo meritvam.

4.2 Pohlove meritve

Istočasno je skupina pod vodstvom Randolfa Pohla na Inštitutu Paul Scherrer v Švici preizkušala nov pristop: spektroskopijo mionskega vodika. V prid jim je šla široka energijska reža in izboljššan ultranatančen laserski sistem. Pričakovali so lahko izjemno natančne meritve.

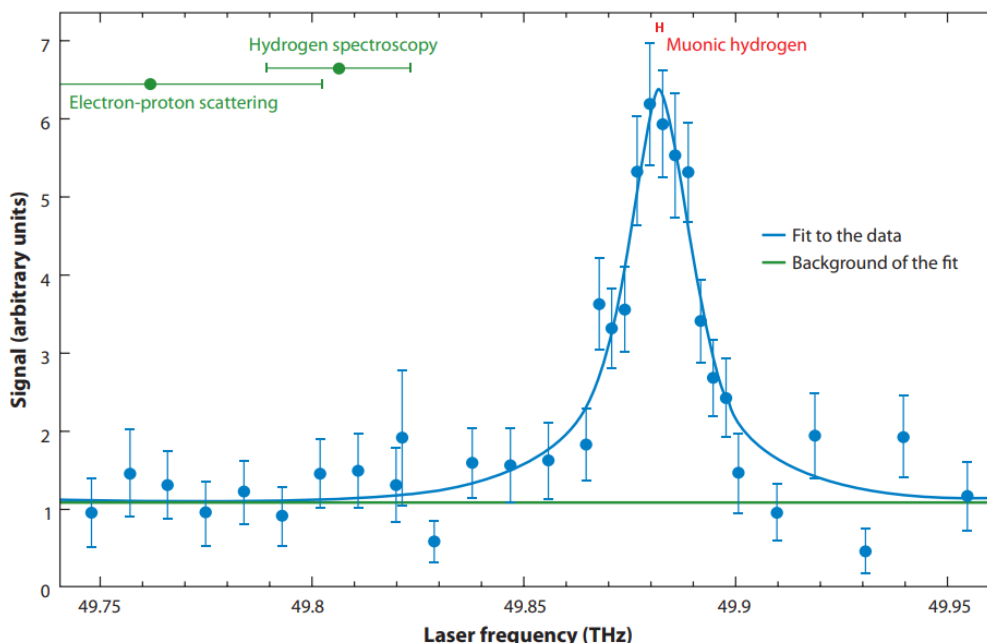
Shema poskusa je prikazana na sliki 5. Nizkoenergijske mione ($W_k \approx 5$ keV) so najprej poslali skozi sklado tankih plasti ogljikove folije, kjer so mioni izbijali elektrone. Curka mionov in elektronov so ločili v elektromagnetnem polju. Detekcija signalnih elektronov je služila kot merilo za čas vstopa posameznega miona v vodikovo komoro. Tlak vodikovega plina v komori je bil skrbno izbran kot kompromis med čim krajšo zavorno dolžino in čim daljšim življenjskim časom miona (zaradi trkov je ta skrajšan iz $\sim 2,2 \mu\text{s}$ na $\sim 1 \mu\text{s}$) ter stanja $2s$ mionskega vodika (pri eksperimentu je znašal $\sim 1 \mu\text{s}$).

V vodikovi celici so mioni trkali v vodikove atome, izgubljali energijo in s protoni tvorili mionski vodik v visokem energijskem stanju ($n \approx 14$). Po deekscitaciji jih večina zdrsi v osnovno stanje, približno odstotek atomov mionskega vodika pa obstane v stanju $2s$. Pri eksperimentu so uporabljali atome v stanju $2s$. Z laserskimi sunki, koordiniranimi s signalom izbitih elektronov, so nato obsevali vodikovo celico. Vzbujevalni fotoni povzročijo prehod $2s-2p$, ki mu takoj sledi deekscitacija $2p-1s$, ob kateri se emitira foton K_α z energijo 1,9 keV. Te fotone so detektirali s skupino fotodiod, nameščeno ob zavorni poti mionov.



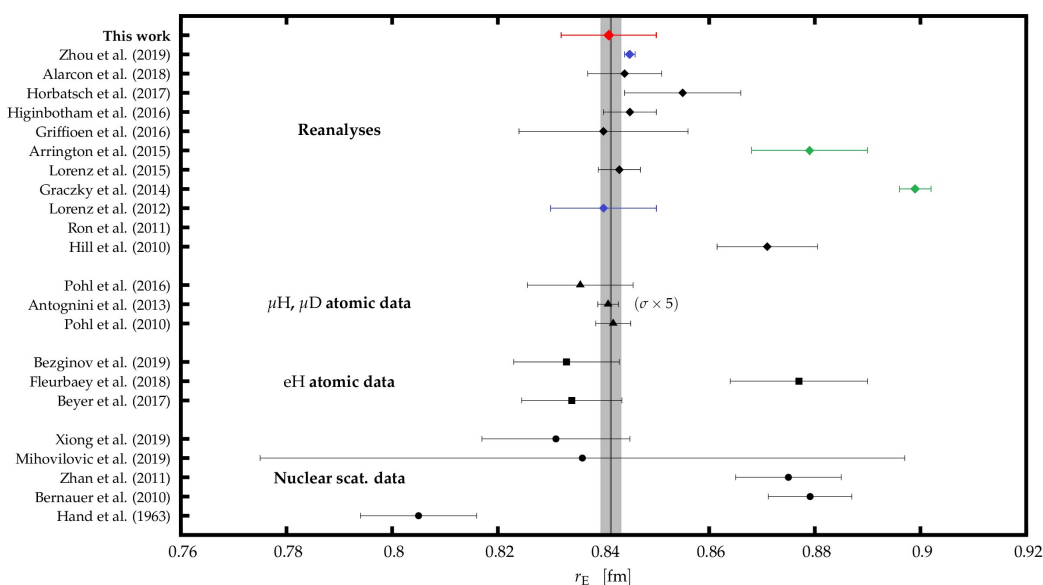
Slika 5. Shema postavitve Pohlovega eksperimenta. Curek mionov vstopa z leve. Zaradi kratkoživosti mionskega vodika je potrebna registracija časa vstopa posameznega miona. V ta namen mioni najprej predrejo dva sklada ogljikove folije (S_1 in S_2), iz katere izbijajo elektrone. Če se časa zaznanih elektronov ujemata s pričakovanim časom preleta miona, laserski sistem spusti sunek v celico (desno), kjer mioni tvorijo mionski vodik. Fotone deekscitiranih vzbujenih stanj detektirajo fotodiode. Diagram povzet po [3].

V iskanju energijske reže med stanjema $2s$ in $2p$ je skupina spreminjala energijo vzbujevalnih fotonov okoli vrednosti, ki je ustrezala pričakovanemu radiju $r_p = 0,88$ fm. Ker dolgo niso zaznali nobenega povratnega odziva, so razširili iskalno območje. Poskusili so s frekvencami, ki ustrezajo manjšemu radiju in res so kmalu dobili jasen signal. Polmer protona se je izkazal za precej manjšega od pričakovanj: $r_p = (0,8409 \pm 0,0004)$ fm (gl. sliko 6).



Slika 6. Meritve Pohlove skupine: intenziteta signala v odvisnosti od vzbujevalne frekvence laserja. Intenziteta (število fotonov, detektiranih po deekscitaciji) je podana v poljubnih enotah. Resonančni vrh se pojavi pri vzbujevalni frekvenci, ki najbolj ustreza energijski reži med stanjema $2s$ in $2p$. Izmerjena resonančna frekvenca znaša 49,88 THz. Označeni so tudi intervali, kjer so pričakovali vrh na podlagi rezultatov drugih meritev. Diagram povzet po [7].

Rezultate svojih raziskav sta obe skupini leta 2010 predstavili na isti fizikalni konferenci v Franciji in takoj so pritegnili pozornost udeležencev. Na eni strani je Bernauerjev rezultat z obsežno bazo podatkov, ki potrjuje do takrat uveljavljeno vrednost 0,88 fm. Na drugi je Pohlov rezultat, 0,84 fm, rezultat z izjemno natančnostjo, ki pa od ostalih odstopa za 4 %, oziroma 5σ . Nenavadno se obnašajo tudi kasnejše meritve in analize, ki se sučejo povečini okoli teh dveh vrednosti (gl. sliko 7 z naborom nekaterih določitev radija protona). To je skrivnost, ki se je oprijelo ime *protonska uganka*.



Slika 7. Nekaj najpomembnejših določitev protonskega radija z intervali napak. Shema je vzeta iz [8].

4.3 Čemu protonski radij?

Treba je razumeti globlji kontekst, zaradi katerega se fiziki zanimamo za protonsko uganko. Poznavanje vrednosti protonskega radija ni pomembno zgolj samo po sebi. Kot smo videli pri spektroskopskih metodah, je končna razsežnost jedra neposredno povezana z energijskimi nivoji atomskih stanj. Morebitna sprememba vrednosti protonskega radija bi zahtevala spremembo vrednosti Rydbergove konstante

$$R_{\infty} = \frac{m_e e_0^4}{8\epsilon_0^2 h^3 c},$$

ki je ena najpomembnejših in najbolj natančno določenih naravnih konstant. Če ne poznamo dobro velikosti protona, ne poznamo dobro Rydbergove konstante, kar pa tudi omaje našo samozavest o poznavanju drugih fizikalnih konstant, kot sta masa elektrona in osnovni naboj, ki sta neposredno odvisni od R_{∞} , ter drugih posredno povezanih količin.

5. Reševanje uganke

Dilema o radiju protona je hitro postala zanimiva tako eksperimentalnim kot teoretičnim fizikom in poskusi razlag so se začeli pojavljati kmalu po predstavitvi problema. Kljub mnogim različnim pristopom in objavljenim člankom na to temo pa še nismo prišli do res prepričljivega argumenta in uganka ostaja nerazrešena. Tu so zbrani nekateri pristopi k reševanju protonske uganke.

5.1 Napake pri meritvah

Rezultati eksperimenta, ki odstopajo od pričakovanj, lahko preprosto nakazujejo nekorektnost izvedbe poskusa ali pa nakazujejo, da se je v eksperimentalni postavitvi in izvedbi pojavila neka sistemska napaka, ki je pri obdelavi podatkov nismo upoštevali. Eksperimentalne metode, uporabljene pri ekstrakciji protonskega radija, so zato temeljito preizkušene in se izkažejo za izjemno natančne. Možnost napak pri poskusih, ki se nagibajo k eni ali drugi vrednosti, je do te točke izključena.

5.2 Dopolnitev standardnega modela

Morda pa neujemanje izmerjenih radijev ni napaka in pri izvedbi različnih eksperimentov v resnici merimo različne količine. Nekateri teoretiki vidijo možnost razlage v popravkih standardnega modela. Eksperimenti na mionskem vodiku so prvi (in dolgo časa edini) nakazovali manjšo vrednost radija, 0,84 fm. Bi bilo mogoče, da meritve z mioni nakazujejo drugačen rezultat, ker mion s protonom interagira drugače, kot interagira elektron s protonom? Ta možnost postavlja pod vprašaj večkrat preverjeni princip leptonske univerzalnosti, torej enakosti leptonov v vseh lastnostih, razen v mirovni energiji. Kasneje se je sicer izkazalo, da tudi novi eksperimenti z elektroni lahko pokažejo manjši radij protona. Fizikalni zakoni onkraj standardnega modela se večini zdijo malo verjetni, je pa možnost še odprta in zelo vznemirljiva.

5.3 Napake v interpretaciji

Privzemimo, da je torej z eksperimenti in teorijo vse v redu. Še pri tako natančnih meritvah moramo biti previdni pri analizi in interpretaciji rezultatov. Spomnimo se poglavja 2, kjer smo obravnavali sipanje elektrona. Protonski radij lahko določimo iz naklona oblikovnega faktorja z ekstrapolacijo proti $Q^2 = 0$. Dobra izbira prilagoditvene funkcije, variacije parametrov in uporaba raznih statističnih prijemov je na tem koraku zelo pomembna, statistična obdelava pa se pogosto

izkaže za težaven postopek, pri katerem pogosto pride do napak. Ponovne analize merilnih rezultatov so priljubljen pristop k reševanju protonske uganke. Glej sliko 7: vse reanalize so določene na podlagi istih, Bernauerjevih meritev. Različne metode vodijo do velikosti protona, ki podpirajo tako vrednost $r_p = 0,84$ fm (npr. Lorenz, Zhou – označena z modro) kot tudi $r_p = 0,88$ fm (npr. Graczyk, Arrington – označena z zeleno). Bernauer je objavil celo podrobnejši članek o pogostih napakah in pasteh pri analizah rezultatov sipalnih eksperimentov [9].

5.4 Nadaljnji poskusi

Reševanje protonske uganke je v znanstveni skupnosti s časom izgubilo začetni zagon. Čeprav je bilo narejenih veliko novih poskusov in več deset ponovnih analiz, v zadnjih desetih letih nismo prišli do posebnega preboja. Za napredek na tem področju bo ključno izvajanje novih, natančnejših eksperimentov. Načrtovani so novi sipalni eksperimenti pri še nižjih vrednostih Q^2 . V projektu CREMA (Charge Radius Experiment with Muonic Atoms) so izvedli meritve spektra mionskega devterija in mionskega helija, na rezultate še čakamo. Na področju elektronske spektroskopije načrtujejo spektroskopijo helija in vodikovih molekul.

Za podrobno preučevanje možnosti razlike med interakcijama elektron-proton in mion-proton so potrebne dodatne meritve z mioni. Nепreizkušena je še možnost meritve sipalnega preseka mionov pri sipanju na protonu. To namerava izvesti kolaboracija MUSE [10] (Muon Scattering Experiment). MUSE bo istočasno meril sipalni presek elektronov in mionov, tako da bodo rezultati ponudili natančnejši vpogled v morebitne razlike pri sipanju različnih okusov leptonov.

6. Zaključek

Kljub vsem naporom, vloženim v reševanje obravnavane dileme, se ne zdi, da bi se znatno približali rešitve protonske uganke. V zadnjih desetih letih izmerjene vrednosti protonskega radija ob stalnemu izboljševanju eksperimentalnih metod še kar nočejo konvergirati k eni sami vrednosti. Zato bodo prihodnji eksperimenti ključni. Do takrat pa je o pravi vrednosti protonskega radija najbrž prezgodaj soditi.

LITERATURA

- [1] B. Povh, K. Rith, C. Scholz in F. Zetsche (2008). *Particles and Nuclei: An Introduction to the Physical Concepts*. Springer Publishing. <https://doi.org/10.1007/3-540-36684-9>.
- [2] J. Bernauer in R. Pohl (2014). The Proton Radius Problem. *Scientific American* **310**, 32–39. <https://doi.org/10.1038/scientificamerican0214-32>.
- [3] R. Pohl, A. Antognini, F. Nez, F. Amaro, F. Biraben, J. Cardoso, D. Covita, A. Dax, S. Dhawan, L. M. Fernandes, A. Giesen, T. Graf, T. Haensch, P. Indelicato, L. Julien, Cheng-Yang Kao, P. Knowles, E. L. Bigot, Y. Liu, J. M. Lopes, L. Ludhova, C. Monteiro, F. Mulhauser, T. Nebel, P. Rabinowitz, J. Santos, L. Schaller, K. Schuhmann, C. Schwob, D. Taqq, J. Veloso in F. Kottmann (2010). The size of the proton. *Nature* **466**, 213–216. <https://doi.org/10.1038/nature09250>.
- [4] T. Nebel, F. Amaro, A. Antognini, F. Biraben, J. Cardoso, D. Covita, A. Dax, L. Fernandes, A. L. Gouvea, T. Graf, T. Haensch, M. Hildebrandt, P. Indelicato, L. Julien, K. Kirch, F. Kottmann, Yi-Wei Liu, C. Monteiro, F. Nez in R. Pohl (2012). The Lamb-shift experiment in Muonic helium. *Hyperfine Interactions* **212**, 195–201. <https://doi.org/10.1007/s10751-012-0637-0>.
- [5] L. Hand, D. Miller in R. Wilson (1963). Electric and Magnetic Form Factors of the Nucleon. *Reviews of Modern Physics* **35**, 335–349. <https://doi.org/10.1103/RevModPhys.35.335>.
- [6] J. Bernauer, P. Achenbach, C. Ayerbe Gayoso, R. Böhm, D. Bosnar, L. Debenjak, M. Distler, L. Doria, A. Esser, H. Fonvieille idr. (2010). High-Precision Determination of the Electric and Magnetic Form Factors of the Proton. *Physical Review Letters* **105**, 242001. <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.105.242001>.
- [7] R. Pohl, R. Gilman, G. A. Miller in K. Pachucki (2013). Muonic Hydrogen and the Proton Radius Puzzle. *Annual Review of Nuclear and Particle Science* **63**, 175–204. <https://doi.org/10.1146/annurev-nucl-102212-170627>.
- [8] M. Mihovilovič, D. Higinbotham, M. Bevc in S. Širca (2020). Reinterpretation of Classic Proton Charge Form Factor Measurements. *Frontiers in Physics* **8**, 036. <https://doi.org/10.3389/fphy.2020.00036>.

- [9] J. Bernauer in M. Distler (2016). *Avoiding common pitfalls and misconceptions in extractions of the proton radius*. arXiv: 1606.02159.
- [10] E. Downie (2014). The MUSE experiment: Addressing the proton radius puzzle via elastic muon scattering. *EPJ Web of Conferences* **73**, 07005. <https://doi.org/10.1051/epjconf/20147307005>.
- [11] J. P. Karr in D. Marchand (2019). Progress on the proton-radius puzzle. *Nature* **575**, 61–62. <https://doi.org/10.1038/d41586-019-03364-z>.
- [12] H. Fleurbaey, S. Galtier, S. Thomas, M. Bonnaud, L. Julien, F. Biraben, F. Nez, M. Abgrall in J. Guéna (2018). New Measurement of the $1S - 3S$ Transition Frequency of Hydrogen: Contribution to the Proton Charge Radius Puzzle. *Phys. Rev. Lett.* **120**, 183001. <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.120.183001>.
- [13] W. Xiong, A. Gasparian idr. (2019). A small proton charge radius from an electron–proton scattering experiment. *Nature* **575**, 147–150. <https://doi.org/10.1038/s41586-019-1721-2>.
- [14] G. A. Miller (2019). Defining the proton radius: A unified treatment. *Phys. Rev. C* **99**, 035202. <https://doi.org/10.1103/physrevc.99.035202>.
- [15] A. Cooper-Sarkar (2019). The Proton Laid Bare. *CERN Courier* , 38–43.
- [16] K. Mesick (2015). The MUSE Experiment: Studying the Proton Radius Puzzle with muon-proton Elastic Scattering. *Proceedings of Science*, **226**, 091. <https://doi.org/10.22323/1.226.0091>.
- [17] J. Bernauer (2020). The proton radius puzzle – 9 years later. *EPJ Web of Conferences* **234**, 01001. <https://doi.org/10.1051/epjconf/202023401001>.