GUGALNIČNI MEHANIZMI

ROK MEDVEŠ

Fakulteta za matematiko in fiziko
Univerza v Ljubljani

Nevtrini so delci, ki so jih fiziki prvič napovedali ob študiju razpadov β. Še pred 20 leti se je predpostavljalo, da je nevtrino brezmasni delec, a novejši poskusi kažejo, da temu ni tako. Članek obravnava Higgsov mehanizem, s katerim je moč ugotoviti, od kod nevtirinom masa. Poleg tega se bo obravnavalo, kako leptoni dobijo maso v standardnem modelu.

SEESAW MECHANISMS

Neutrinos are particles which were first hypothesised during the study of β-decays. It was since thought that they were massless, although recent discoveries have shown the neutrino must have mass. In this paper, a possible origin of the neutrino mass via the Higgs mechanism will be discussed. Along the way, an explanation will be given for the lepton masses in the standard model.

1. Uvod

1.1 Zgodovinski vpogled

Nevtrini so nenabiti delci, konkretno leptoni, ki imajo zelo majhno maso, celo toliko, da se je zgodovinsko mislilo, da je ti sploh nimajo. Zgodovinsko jih je uvedel Pauli (sicer jih je poimenoval nevtron), da bi pojasnil nekonsistence glede ohranitve energije pri razpadu β, moderno ime jim je pa nadel Enrico Fermi. Skozi zgodovino se je ugotovilo, preko Wu-jinega eksperimenta, da se v naravi pojavljajo le levoročni nevtrini ter desnoročni antinevtrini [1]. Še do sedaj nismo prepričani, kaj je princip oz. mehanizem, preko katerega nevtrini v naravi dobijo maso.

1.2 Klein-Gordonova in Diracova enačba

Preden obravnavamo nevtrinske mase, vpeljimo zahtevan formalizem. V seminarju bo signatura naše metrike $g^{\mu\nu}$ $(+,-,-,-)$, x^μ kovariantni četverec, kjer $\mu = 0, 1, 2, 3$. Vse enačbe bodo pisane v naravnih enotah, torej $\hbar = c = 1$, tako kot je to storjeno v [2].

Fizika delcev (kot npr. fizika nevtrina), se mora obravnavati v relativistični limiti kvantne mehanike, kjer ne velja več Schrödingerjeva enačba (nismo več v domeni kvantne mehanike, temveč kvantne teorije polja - QFT). Iz kvantne mehanike vemo, da velja, da je Hamiltonov operator H generator translacij v času oz. formalno $H = i\frac{\partial}{\partial t}$, iz česar zapišemo Schrödingerjevo enačbo, pri klasični predpostavki, da je $H = T + V$, kjer je T kinetična energija delca ter V potencial. Relativistično gledano vemo, da bi moralo veljati $H^2 = p^2 + m^2$ (Einsteinova relacija), iz česar se da izpeljati znano Klein-Gordonovo enačbo

$$\left(\partial_\mu \partial^\mu + m^2\right) \phi = 0, \tag{1}$$

kjer $\partial_\mu = (\frac{\partial}{\partial t}, \frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y}, \frac{\partial}{\partial z}) = (\frac{\partial}{\partial t}, \nabla)$. Klein-Gordonova enačba opisuje delce oz. bozone s spinom $S = 0$ (kdaj poimenovano skalarji, saj je funkcija ϕ sama po sebi skalarna funkcija). Če iz Klein-Gordonove enačbe izpeljemo verjetnostno gostoto ρ (vpeljana s tokom delcev $\boldsymbol{j}$ na način, da velja kontinuitetna enačba $\nabla \cdot \boldsymbol{j} + \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0$), dobimo, da je ta lahko negativna. To je bil razlog, zakaj je Paul Dirac želel najti novo enačbo, ki bi vselej ustrezala relaciji $E^2 = p^2 + m^2$, a ne bi imela teh t.i. negativnih stanj. Tako je nastala Diracova enačba

$$\left(i\gamma^\mu \partial_\mu - m\right) \psi = 0, \tag{2}$$

kateri bomo v tem seminarju namenili največ pozornosti. V enačbi (2) so γ^μ Diracove gama matrike, ki so izbrane tako, da če pomnožimo enačbo (2) z $\gamma^\mu\partial_\mu$, dobimo Klein-Gordonovo enačbo (1), torej zadošča Einsteinovi relaciji, hkrati se pa izkaže, da verjetnostna gostota ρ ne more več biti negativna. V tem smislu je Diracova enačba "koren" Klein-Gordonove enačbe. Diracova enačba opisuje fermione s spinom $S = 1/2$. Pomembno je, da so rešitve Diracove enačbe ψ 4-dimenzionalni (od sedaj naprej kar 4D oz analogno) spinorji.

Pomembno se je zavedati, da je teorija, ki jo opisujemo, kompatibilna s splošno relativnostjo, torej je Lorentz invariantna. Formalno gledano je Lorentzova transformacija rotacija v 4D prostoru. Rotacijske matrike, ki delujejo na vektorje iz prostora $\mathbb{R}^2$, so ortogonalne in imajo determinanto 1, torej so $\in SO(2)$ grupe, kjer številka 2 nakazuje dimenzijo. Ker pa je Lorentzova transformacija rotacija v 4D prostoru, pravimo, da pripada grupi $SO(4)$. Ker se 1 časovna dimenzija obnaša drugače kot 3 prostorske, kar upošteva metrični tenzor $g^{\mu\nu}$, raje pišemo $SO(1,3)$. Pomembno je, da imajo te grupe upodobitve, to je, matrike, ki predstavljajo elemente grupe, na katere lahko nato delujejo z drugimi matrikami. Dve tipični upodobitvi sta vektorska upodobitev (x^μ) ter spinorska upodobitev (ψ), ki nastopa v Diracovi enačbi (2). 4D spinor iz Diracove enačbe se tako transformira po Lorentzu kot $\psi \to \Lambda_{\frac{1}{2}}\psi$.

1.3 Lagrangev formalizem, kiralna upodobitev, Weylovi spinorji

Do sedaj nismo še nič povedali o obliki γ^μ matrik. Izkaže se, da moramo za gama matrike izbrati upodobitev. Najbolj tipična (in uporabljena v [2]) je t. i. kiralna upodobitev. Tedaj velja

$$\gamma^\mu = \begin{pmatrix} 0 & \sigma^\mu \\ \overline{\sigma}^\mu & 0 \end{pmatrix}, \quad \sigma^\mu = (I, \boldsymbol{\sigma}), \quad \overline{\sigma}^\mu = (I, -\boldsymbol{\sigma}), \tag{3}$$

kjer so $\boldsymbol{\sigma}$ Paulijeve matrike. Tej upodobitvi γ^μ matrik pravimo kiralna oz. Weylova upodobitev. V QFT je še posebej pomembna, saj nam eksplicitno pove, kaj predstavlja 4D spinor ψ. Zapišemo lahko

$$\psi = \begin{pmatrix} \chi_L \\ \chi_R \end{pmatrix}, \quad \chi_{L/R} = \begin{pmatrix} z \\ w \end{pmatrix}, \tag{4}$$

kjer poimenujemo χ_L levoročni Weylov spinor ter χ_R desnoročni Weylov spinor, ki sta oba dvokomponentna spinorja s komponentami z ter w, ki sta kompleksni števili. Weylova spinorja sta torej popoln ekvivalent Paulijevih spinorjev, ki jih srečujemo pri kvantni mehaniki. Weylova upodobitev nam bo tako omogočala, da bomo lažje interpretirali naše rezultate.[1]

Predem nadaljujemo, si oglejmo formalizem, v katerem se tipično obravnava Diracovo enačbo v kvantni teoriji polja - Lagrangev formalizem. Izkaže se, da se lahko vpelje skalarno količino $\mathscr{L}$, imenovana Lagrangeva gostota, iz katere, če jo pravilno odvajamo (glej enačbo (6)), dobimo prav enačbe (2), ali pa (1). Ker so nevtrini fermioni, nas bo v glavnem zanimala Diracova enačba, zato zapišimo Lagrangevo gostoto za Diracovo enačbo

$$\mathscr{L} = \overline{\psi}\,(i\gamma^\mu\partial_\mu - m)\,\psi = i\,\overline{\psi}\gamma^\mu\partial_\mu\psi - m\,\overline{\psi}\psi \tag{5}$$

kjer je $\overline{\psi} = \psi^\dagger\gamma^0$. Diracovo enačbo bi dobili, če bi za to Lagrangevo gostoto rešili Euler-Lagrangeve enačbe

$$\partial_\mu \frac{\partial\mathscr{L}}{\partial(\partial_\mu\overline{\psi})} - \frac{\partial\mathscr{L}}{\partial\overline{\psi}} = 0. \tag{6}$$

[1] Levoročni in desnoročni spinor sta le lastni stanji operatorja sučnosti $h = \boldsymbol{S}\cdot\frac{\boldsymbol{p}}{\|\boldsymbol{p}\|}$ z lastnima vrednostima $h\chi_{L/R} = \pm 1/2\chi_{L/R}$.

Očitno tako iz enačbe (5) dobimo enačbo (2). Zapišimo tudi, kakšna je Lagrangeva gostota za Klein-Gordonovo enačbo (1)

$$\mathscr{L} = \frac{1}{2}\partial_\mu\phi\partial^\mu\phi - \frac{1}{2}m^2\phi^2 = \frac{1}{2}\left(|\partial\phi|^2 - m^2\phi\right). \tag{7}$$

Pomembno je, da Lagrangeva gostota izkazuje vse simetrije obravnavanega sistema. To je razlog, da moramo v primeru Lagrangeve gostote za Diracovo enačbo vpeljati $\overline{\psi}$, saj se izkaže, da za Lorentzovo transformacijo ne velja $\Lambda_{\frac{1}{2}}^\dagger = \Lambda_{\frac{1}{2}}^{-1}$, temveč $\Lambda_{\frac{1}{2}}^\dagger\gamma^0 = \Lambda_{\frac{1}{2}}^{-1}$. Iz tega sledi željena transformacija $\overline{\psi} \to \overline{\psi}\Lambda_{\frac{1}{2}}^{-1}$ [2]. Na tej točki omenimo, da člene v Lagrangevi gostoti, ki vsebujejo $\gamma^\mu\partial_\mu$, pogosto poimenujemo kinetični člen $\mathscr{L}_{kin}$, tiste z maso pa masni člen $\mathscr{L}_m$. Tako $\mathscr{L} = \mathscr{L}_{kin} + \mathscr{L}_m$. Veljati mora torej, da če je celoten $\mathscr{L}$ invarianten pod neko transformacijo, sta tudi $\mathscr{L}_{kin}$ in $\mathscr{L}_m$ invariantna pod to isto transfromacijo. Masni člen (za primer enačba (5) kar $m\overline{\psi}\psi$), je Lorentzovo invarianten (Dokaz: $m\overline{\psi}\psi \overset{LT}{\to} m\overline{\psi}\Lambda_{\frac{1}{2}}^{-1}\Lambda_{\frac{1}{2}}\psi = m\overline{\psi}\psi; \Box$), torej je masa tudi invariantna ne glede na inercialen opazovalni sistem. S tem spoznamo, da morajo biti masni členi invariante v $SO(1,3)$ prostoru.

Poglobimo naše znanje o masnem členu. Razpišimo Lagrangevo gostoto (5) s pomočjo Weylovih spinorjev. Če izraza (3) ter (4) vstavimo v enačbo (5) dobimo

$$\mathscr{L} = i\,\chi_L^\dagger\overline{\sigma}^\mu\partial_\mu\chi_L + i\,\chi_R^\dagger\sigma^\mu\partial_\mu\chi_R - m\left(\chi_L^\dagger\chi_R + \chi_R^\dagger\chi_L\right). \tag{8}$$

Tu se skriva druga pomembna lekcija. Kinetični člen vsebuje le en tip Weylovih spinorjev, to je le desnoročne ali le levoročne, masni člen pa lahko sestavimo le tako, da pomnožimo levoročni in desnoročni Weylov spinor. To dejstvo bo postalo zelo pomembno, ko si bomo ogledali leptone v okviru standardnega modela . Poudarimo, da to dejstvo velja za Diracovo enačbo in je direktna posledica dejstva, da mora masni člen biti Lorentzovo invarianten. Kot bomo spoznali v naslednjem poglavju, to ni edini način, da sestavimo masni člen.

1.4 Majoranov masni člen

Oglejmo si, kaj je globji razlog, da je masni člen, ki je invarianta v $SO(1,3)$, produkt levo in desnoročnih spinorjev. Izkaže se, da se to najlažje pojasni z analogijo iz $SO(2)$, torej iz prostora $\mathbb{R}^2$. Recimo, da imamo $\boldsymbol{r} \in \mathbb{R}^2$ ter rotacijsko matriko $R \in SO(2)$. Lastnost ortogonalnih matrik (torej tudi tistih iz $SO(2)$) je, da ohranjajo skalarni produkt. Torej $\boldsymbol{r}^T\boldsymbol{r}$ je invarianta v $\mathbb{R}^2$ (Dokaz: $\boldsymbol{r}^T\boldsymbol{r} \to \boldsymbol{r}^T R^T R\boldsymbol{r} = \boldsymbol{r}^T\boldsymbol{r}; \Box$), a to je natanko $\overline{\psi}\psi$, oz. razpisano $\chi_R^\dagger\chi_L$.

$\overline{\psi}\psi$ očitno ni $\psi^T\psi$ oz. $\chi_L^\dagger\chi_R$ očitno ni $\boldsymbol{r}^T\boldsymbol{r}$, kot v $\mathbb{R}^2$. Razlog za to je, da v $SO(2)$ velja $R^\dagger = R^T = R^{-1}$, ampak za Lorentzovo transformacijo pa to, kot smo že nakazali, ni res. Vseeno velja nekaj podobnega, če namesto $\dagger$ pišemo $-$, torej $\psi^\dagger \to \overline{\psi}$. Spomnimo se, da

$$\overline{\psi} = \psi^\dagger\gamma^0 = \psi^\dagger\begin{pmatrix}0 & 1\\ 1 & 0\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}\chi_L^\dagger & \chi_R^\dagger\end{pmatrix}\begin{pmatrix}0 & 1\\ 1 & 0\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}\chi_R^\dagger & \chi_L^\dagger\end{pmatrix},$$

torej se komponente mešajo. Če želimo, da se Lorentzova transformacija $\Lambda_{\frac{1}{2}}$ obnaša kot rotacija iz $SO(2)$, moramo torej mešati komponente. Zato je $\chi_L^\dagger\chi_R$ pravi ekvivalent invariante $\boldsymbol{r}^T\boldsymbol{r}$ in nas ne bi smelo čuditi, da v tem skalarnem produktu nastopata različna spinorja, saj je to le posledica Lorentzove invariance.

Če je masni člen invarianta, ali obstajajo še druge invariante v $SO(1,3)$, ki bi bile kandidatke za masne člene? Odgovor je da. Poglejmo si še eno invarianto v prostoru $\mathbb{R}^2$

$$\boldsymbol{r} = \begin{pmatrix}x\\ y\end{pmatrix}, \quad \boldsymbol{r}^T = \begin{pmatrix}x & y\end{pmatrix} \qquad \boldsymbol{\varepsilon} = \begin{pmatrix}0 & 1\\ -1 & 0\end{pmatrix} = i\sigma_2$$

$$\boldsymbol{r}^T\boldsymbol{\varepsilon}\boldsymbol{r} = \begin{pmatrix}-y & x\end{pmatrix}\begin{pmatrix}x\\ y\end{pmatrix} = xy - yx = 0,$$

kjer je σ_2 druga Paulijeva matrika. To je trivialna invarianta v $\mathbb{R}^2$, kar pojasni, zakaj zanjo običajno ne slišimo. Če rotiramo vse vektorje v nekem prostoru za enak kot, bodo koti med vektorji na začetku in koncu enaki, kar predstavlja prvo invarianto tega poglavja ($\boldsymbol{r}^T\boldsymbol{r}$), druga pa je sicer res invarianta v $\mathbb{R}^2$, ni pa nič kaj koristna.

Kot prej, nadomestimo $\boldsymbol{r}$ enkrat z χ_L, drugič s χ_R, ter pomnožimo dobljeno relacijo z maso m_M, saj vemo, da bo to sedaj predstavljalo masni člen

$$m_M\, \chi_L^T\, (i\sigma_2)\, \chi_L. \tag{9}$$

Ta masni člen je prvič zapisal Ettore Majorana leta 1937 [3], zaradi česar se to imenuje Majoranov masni člen. Izkaže se, da je ta člen Lorentzovo invarianten in še več, izkaže se, da se s tem zmanjša število prostostnih stopenj iz 4 na 2, to je, ne potrebujemo več desnoročnega spinorja χ_R, temveč le χ_L. Da se zapisati t.i. Majoranov spinor, ki se glasi

$$\psi_M = \begin{pmatrix} \chi_L \\ -i\sigma_2\chi_L^* \end{pmatrix}, \tag{10}$$

ter ustrezna Lagrangeva gostota, ki pripada temu spinorju ter Majoranovem masnemu členu. Če združimo enačbi (9) ter (10) dobimo

$$\mathscr{L}_M = \frac{1}{2}\left(\overline{\psi}_M\gamma^\mu\partial_\mu\psi_M - m_m\,\overline{\psi}_M\psi_M\right) \text{ [1]}, \tag{11}$$

ki je, glede na obliko Diracove Lagrangeove gostote (5), očitno Lorentzova invarianta, a nam bo v kasnejših poglavjih bolj prišla prav oblika (9).

Povejmo še nekaj o lastnostih Majoranovega spinorja oz. t.i. Majorana delcev. Izkaže se, da Majoranovi delci nimajo naboja (tako kot nevtrino.), ter, da so sami sebi antidelci [1]. Sedaj vidimo, zakaj se nam zmanjšajo prostostne stopnje, saj ima Diracova enačba pri eni energiji dve možni rešitvi, to je za delec s sučnostjo $h = -\frac{1}{2}$ (levoročni delec) in za delec s sučnostjo $h = +\frac{1}{2}$ (desnoročni delec), enačba (11) pa ima le eno rešitev za eno energijo, kar pomeni, da smo izgubili polovico prostostnih stopenj. Ta posledica, da so Majorana delci sami sebi antidelci, vodi do številnih fenomenološko pomembnih posledic, kot je dvojni breznevtrinski razpad β , a to se v tem seminarju ne bo obravnavalo. Za nas je pomembno le, da Majoranov masni člen iz (9) predstavlja alternativen način za generiranje mase delcev.

2. Higgsov mehanizem

Preden ugotovimo, kako se lahko dobi mase nevtrinov, moramo najprej odgovoriti na vprašanje, kako teoretično opišemo maso delcev.

2.1 Spontani zlom simetrije

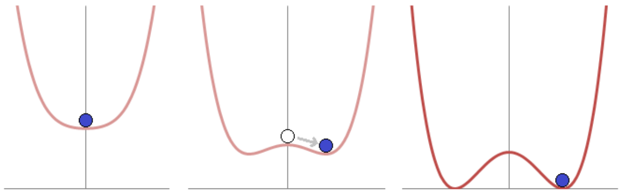
Higgsov mehanizem je osnovan na t.i. principu spontanega zloma simetrije (Ang. Spontaneous Simmetry Breaking - SSB). Vpeljimo ga dokaj abstraktno, nato ga pa umestimo v do sedaj že ustvarjeno ogrodje.

Recimo, da imamo kompleksno skalarno polje $\varphi(x^\mu)$. Uvedimo sedaj potencial

$$V(\varphi) = -\mu^2\left(\varphi^*\varphi\right) + \lambda\left(\varphi^*\varphi\right)^2 \tag{12}$$

Pozor, potencial V je funkcija samega skalarnega polja φ. Temu je tako, saj je to natanko potencial V, ki nastopa v bolj klasični definiciji Lagrangeve gostote $\mathscr{L} = \mathscr{T} - \mathscr{V}$, kot pa vemo, v Euler-Lagrangeovih enačbah (6) odvajamo po polju samemu, torej po φ. $V(\varphi)$ je potencial, ki nam pove nekaj o obnašanju polja φ. Parametra μ in λ definirata energijsko skalo interakcij, minimum potenciala pa pove, kje je najnižje, najbolj ugodno energijsko stanje polja φ.

Zakaj je potencial $V(\varphi)$ natanko takšne oblike kot je? Argumenta sta dva. Prvi je ta, da takšen potencial daje eksperimentalno konsistentne rezultate. Drugi ima zvezo z nečim, čemur pravimo renormalizabilnost teorije, ki pravi, da bi lahko sicer bili možni še drugačni potenciali, mogoče takšni z višjimi sodimi potencami, a bi hitro zašli v težavo. Namreč izkaže se, da potencial definira energijsko skalo interakcij, členi višjih redov pa kažejo, da ta ni dobra, oz. kaže, da naša teorija ni kompletna (konkretno, členi reda $\lambda_n \phi^n$, $n > 4$ niso renormalizabilni, kjer je λ_n konstanta).
Preden nadaljujemo, si oglejmo oblike tega potenciala za različne vrednosti μ, kjer $\lambda = konst.$



Slika 1. Graf potenciala $V(\varphi)$ za različne vrednosti parametra μ, ki se veča od leve proti desni. Na x osi se nahajajo vrednosti φ [4].

Na sliki 1 vidimo, kako se obnaša potencial $V(\varphi)$ ko parameter μ narašča iz leve proti desni. Vidimo, da je na vseh treh slikah potencial simetričen glede na izhodišče, minimum potenciala se pa v neki točki, za neko vrednost parametra μ, premakne desno in levo od izhodišča. Modra kroglica prikazuje natanko, kje bi se nahajal klasičen delec, če bi se gibal v takšnem potencialu.

Kot že omenjeno, minimum potenciala $V(\varphi)$ pove, pri kateri vrednosti parametra φ se nahaja energijsko najbolj ugodno stanje, pogosto poimenovano vakuum, namreč vesolje samo (torej vakuum), oz. delci, ki jih srečujemo, v vsakodnevnem življenju, niso v vzbujenih stanjih, temveč pri minimumu energije. Srednja slika na 1 prikazuje točko, ko minimum ni več pri izhodišču ($\varphi_0 = 0$), temveč pri neki vrednosti ($\varphi_0 = v$). Seveda razlike v obnašanju polja v enem ali drugem minimumu ni, saj vedno lahko razvijemo potencial okoli minimuma do kvadratnega člena iz česar bo sledila ista dinamika. Prava razlika je le, da ima v drugem primeru polje φ neko statično komponento v.

Pogovorimo se o terminologiji. Recimo, da je potencial na sliki 1 2D - ko je kroglica v minimumu pri $\varphi_0 = 0$, je sistem simetričen glede na rotacijo okoli z osi, ko pa se znajde kroglica pri novem minimumu pri $\varphi_0 = v$, sistem ni več simetričen na tovrstno rotacijo. Ker se prehod zgodi v trenutku, pravimo temu pojavu spontani zlom simetrije. Takoj, ko je to možno, se polje v trenutku centrira okoli novega minimuma. To, da je minimum sedaj centriran pri $\varphi_0 = v$, pravimo, da je polje dobilo vakuumsko pričakovano vrednost (Ang. vacuum expectation value - vev)

$$\varphi \to \varphi + v \tag{13}$$

Izkaže se, da imamo v prvem primeru (skrajno leva slika 1) neurejeno fazo, kjer določeni delci nimajo mase, v drugem primeru (skrajno desna slika 1), pa urejeno fazo, kjer delci pridobijo maso. Omenjen mehanizem imenujemo Higgsov mehanizem, ki bo dobro razjasnjen v naslednjem poglavju. Polje φ imenujemo Higgsovo polje. Interakcija, ki jo prenaša Higgsovo polje, imenujemo Yukawova interakcija.

Kar je bila tu pomembna lekcija je, da obstaja polje φ, ki ima pri vsakodnevnih energijah neko neničelno pričakovano vrednost v. V nadaljevanju bomo s pomočjo te pričakovane vrednosti izpeljali maso. Ključna dodatna predpostavka bo, da bomo gledali teorijo v minimumu, to je, da bomo postavili vse komponente Higgsovega polja na 0. Tako bo ostala le pričakovana vrednost v. To ima smisel, saj se vakuum v našem vesolju nahaja pri minimumu energije, oz. ni v vzbujenem stanju.

Ideje o spontani zlomitvi simetrije sta razvila Nambu in Goldstone [5] [6], na lokalno simetrijo sta med drugimi teorijo aplicirala Anderson in Higgs [7] [8], njune ideje je pa uporabil Weinberg, ko je leta 1967 zapisal standardni model, na katerega smo sedaj pripravljeni tudi mi.

3. Standardni model

Standardni model povezuje vse do sedaj poznane osnovne delce. Že od nastanka leta 1967 je bil standardni model baziran na eksperimentalnih dejstvih. Model sestavljajo kvarki, ki sestavljajo vse barione, leptoni ter umeritveni bozoni s Higgsovim bozonom. Umeritveni bozoni predstavljajo oz. prenašajo fundamentalne interakcije, ki se jih teoretično modelira z umeritvenimi grupami $U(1)$, $SU(2)$ ter $SU(3)$, ki izhajajo iz simetrije Lagrangeve gostote. Fundamentalne interakcije v standardnem modelu so elektromagnetna interakcija (izhaja iz $U(1)$ simetrije), šibka interakcija (izhaja iz $SU(2)$ simetrije) ter močna interakcija (izhaja iz $SU(3)$ simetrije) [9]. Kvarke, tako kot leptone, delimo v tri generacije. Tri generacije leptonov so elektron, mion, taon, ter ustrezni nevtrini, to je elektronski nevtrino, mionski nevtrino in taonski nevtrino. Ker nas zanimajo nevtrini, si oglejmo kako izgleda t. i. leptonski dublet ter poglejmo, kako leptoni v standardnem modelu dobijo maso.

3.1 Leptonski dublet

Leptoni, to so npr. elektron in elektronski nevtrino, so fermioni s spinom $S = 1/2$, torej za njih velja Diracova enačba (2). Zato se da opisati stanja elektrona ter nevtrina s 4-spinorjem ψ, ki nastopa v Diracovi enačbi. Zaradi preprostosti se ta spinor ne označuje ψ, temveč s črko, kateremu delcu pripada (npr. e za elektron ter ν za nevtrino). Pomembna eksperimetnalna opazka je, da se v naravi opazi levoročni in desnoročni elektron, ne pa desnoročni nevtrino (Wujin eksperiment [1]). Torej pravi objekti za opis leptonov v standardnem modelu so e_L, e_R, ν_L, kjer indeks L/R nakazuje na desno- oz. levoročni spinor. Spomnimo se pomembne lekcije enačbe (8); masne člene lahko sestavimo le s pomočjo tako desnoročnih, kot levoročnih spinorjev. Ker v standardnem modelu ni desnoročnega nevtrina, je to razlog, da so nevtrini brezmasni.

Poskusimo formalno pogledati, od kod pridejo mase leptonov. Sestavimo nek nov spinor L_L, ki je oblike

$$L_L = \begin{pmatrix} \nu_L \\ e_L \end{pmatrix},$$

ki torej vsebuje obe levoročni komponenti. To je v resnici spinor z dvema komponentama (torej imamo leptonski dublet), komponenti sami sta pa 4D spinorja. To je popoln ekvivalent Paulijevih spinorjev. Razlog za to je, da se da vpeljati šibko interakcijo preko simetrije Lagrangeve gostote pod $SU(2)$ oz. $SU(2)_L$ transformacijo (kdaj poimenovana kar spinorska grupa)[2]. Paulijeve matrike ter Paulijevi spinorji so tudi ena izmed upodobitev same grupe $SU(2)$. Ponovimo, da $SU(2)$ pomeni, da so to 2×2 kompleksne matrike s pozitivno determinanto (tipično se jemlje kar Paulijeve matrike), kar pomeni, da se leptonski dublet in Paulijev spinor transformirata enako

$$L_L \xrightarrow{SU(2)_L} U L_L, \qquad U^\dagger = U^{-1}, \quad U = \exp\left(i\frac{\boldsymbol{\sigma} \cdot \boldsymbol{\alpha}}{2}\right),$$

kjer so $\boldsymbol{\sigma}$ Paulijeve matrike in $\boldsymbol{\alpha}$ kot rotacije, ki vsebuje tudi os ($\boldsymbol{\alpha} = \alpha \boldsymbol{n}$).

e_R je po definiciji $SU(2)_L$ singlet in se zato ne transformira pod $SU(2)_L$, oz. se obnaša kot skalar:

$$e_R \xrightarrow{SU(2)_L} e_R.$$

[2] Šibka interakcija deluje le na levoročne spinorje, na desnoročne pa ne. Zato se pri opisu šibke interakcije doda indeks L, torej $SU(2)_L$.

3.2 Masa leptonov

Spomnimo se pomembne lekcije iz poglavja 1.3- Lagrangeva gostota mora izkazovati vse simetrije sistema. Sedaj dodamo v naš sistem še eno simetrijo - poleg $U(1)$ (elektromagnetne) in $SO(1,3)$ (Lorentzove) dodamo še simetrijo pod $SU(2)_L$ (šibka interakcija), ki za potrebe tega seminarja predstavlja le mešanje našega spinorja L_L. Kako bi sedaj sestavili kinetični ter Yukawov člen? Kinetični člen mora vsebovati zmnožke e_L, e_L in e_R, e_R. Izkaže se, da je ustrezen kinetični člen

$$\mathscr{L}_{kin} = \overline{L}_L i\overline{\sigma}^\mu \partial_\mu L_L + \overline{e}_R i\sigma^\mu \partial_\mu e_R + \textbf{hermitska konjugiranka},$$

kjer $\overline{L}_L = \begin{pmatrix} \overline{\nu}_L & \overline{e}_L \end{pmatrix}$, kar je smiselno, saj drugače ne bi mogli sestaviti prej omenjenih kombinacij. Problem nastane pri masnem členu; Po zgledu iz izraza (8) bi želeli napisati nekaj podobnega kot

$$\mathscr{L}_m = m\overline{L}_L L_R,$$

kjer je m masa, a težava je, da L_R ne obstaja, člen oblike

$$\mathscr{L}_m = m\overline{L}_L e_R,$$

se pa ne transformira pravilno pod $SU(2)_L$, oz. ta masni člen ni invarianten pod $SU(2)_L$. S tem tudi izključimo poskuse, da bi masni člen bil oblike $\overline{e}_L e_R$, saj bi $SU(2)_L$ transformacija zmešala levoročne nevtrine in elektrone, kar bi ta člen naredilo nesmiseln. Za pojasnitev mas leptonov v standardnem modelu potrebujemo potemtakem nek člen, ki bo vseboval dublet, ki se bo pod $SU(2)_L$ ustrezno transformiral, da bo zadoščena invarianca pod to transformacijo, vsebovati bo pa tudi moral tako L_L kot e_R. Izkaže se, da nam te težave reši Higgsovo polje.

Recimo, da imamo člen oblike

$$\mathscr{L}_Y = y\,\overline{L}_L \varphi e_R, \tag{14}$$

kjer je φ dublet pod $SU(2)_L$ in je oblike

$$\varphi = \begin{pmatrix} \varphi^+ \\ \frac{h+v+i\chi}{\sqrt{2}} \end{pmatrix}. \tag{15}$$

Člen v Lagrangevi gostoti, kjer sklopimo dva fermiona in Higgsovo polje (kot v enačbi (14)) imenujemo Yukawov člen. V enačbi (14) je y Yukawova sklopitvena konstanta, katere pomen je, da nam iz pričakovane vrednosti v naredi pravo maso. Tako se konvencionalno razpiše polje φ. Na definicijo v (15) lahko gledamo kot na navaden $SU(2)_L$ dublet (to je kot na neke vrste Paulijev spinor), ki ima za komponenti kompleksna skalarna polja. Konvencionalno se zgornji spinor dubleta poimenuje φ^+, kjer "+" nakazuje na naboj tega polja, spodnji spinor se pa ponavadi razpiše na realni ter imaginarni del (torej $h+v, \chi$), kjer je v vakuumska pričakovana vrednost po spontani zlomitvi simetrije, zaradi normalizacije je pa člen še deljen s $\sqrt{2}$. Dublet (15) imenujemo Higgsov dublet.

Oglejmo si, kako se razpiše omenjeni Yukawov člen iz (14).

$$\begin{aligned}(14) &= y\begin{pmatrix} \overline{\nu}_L & \overline{e}_L \end{pmatrix}\begin{pmatrix} \varphi^+ \\ \frac{h+v+i\chi}{\sqrt{2}} \end{pmatrix} e_R = \\ &= y\,\overline{\nu}_L \left(\varphi^+\right) e_R + y\,\overline{e}_L \left(\frac{1}{\sqrt{2}}(h+v+i\chi)\right) e_R.\end{aligned} \tag{16}$$

Sedaj se spomnimo predpostavke, da gledamo našo teorijo okoli minimuma (kar je res v vsakodnevnem življenju). S tem postavimo $\varphi^+, h, \chi \to 0$, φ dobi le statično komponento, s čimer se postavimo v minimum potenciala (12). Dobimo

$$y\,\frac{v}{\sqrt{2}}\overline{e}_L e_R, \tag{17}$$

kar je natanko oblika masnega člena za Diracovo enačbo (8) oz. enačbo (5), saj sta pomnožena spinorja oblike $\overline{\psi}\psi$, zadoščen je pa tudi pogoj, da lahko masni člen tvori le produkt levo- in desnoročnih komponent spinorja.

Tako lahko takoj zapišemo, da je izraz

$$\frac{yv}{\sqrt{2}} = m_e$$

masa elektrona m_e. Iz eksperimentov (z meritvijo Fermijeve sklopitvene konstante) se je dobilo, da mora biti vakuumska pričakovana vrednost

$$v \approx 246\,\mathrm{GeV},$$

kar tudi definira, kako močna je Yukawova sklopitev y za Yukawov člen. Ker členi, ki vsebujejo nevtrino odpadejo, je v Standardnem modelu nevtrino brezmasen $m_\nu = 0$.

Pri uvedbi Higgsovega dubleta 15, smo nakazali, da le spodnja komponenta dobi vakuumsko pričakovano vrednost. Temu je tako, saj se izkaže, da obstajajo kar stroga pravila, kakšno polje lahko dobi pričakovano vrednost. Prvič, pričakovane vrednosti lahko dobijo le skalarne funckije, saj če bi jih tudi vektorske, bi se eksplicitno zlomila Lorentzova simetrija, namreč vektorska vakuumska pričakovana vrednost se ne bi transformirala po Lorentzu, kar bi pomenilo, da Lagrangeva gostota ne bi več bila invariantna na Lorentzovo transformacijo. Drugič pa, pričakovano vrednost lahko dobijo le polja, ki ne nosijo elektromagnetnega naboja. Temu je tako, saj vakuumska pričakovana vrednost definira stanje našega vakuuma, ki pa je nenabit. Ker je naboj $\overline{e}_L$ ravno nasproten e_R, to deluje za naš elektronski masni člen.

Z izrazi (17) ter (16) smo pojasnili, kako v standardnem modelu leptoni pridobijo maso. Ker je zgornji postopek univerzalen, lahko zamenjamo $e \to \mu$ in dobimo mase mionov oz. podobno za taone τ. Poglejmo si še, kaj je en izmed možnih mehanizmov, kako bi lahko pojasnili nevtrinske mase.

4. Gugalnični mehaznimi

Do te točke v seminarju smo govorili o temah, za katere imamo eksperimentalne dokaze, sedaj si pa oglejmo eno izmed teorij nevtrinskih mas, ki je sicer še nepreverjena, a vseeno dosti uveljavljena v kvantni teoriji polja. Teorije nevtrinskih mas se imenujejo gugalnični mehanizmi, obstajajo pa tip I, II ter tip III gugalnični mehanizemi. V tem seminarju si bomo ogledali le enega izmed njih, to je gugalnični mehanizem tipa II, kjer v Lagrangevo gostoto uvedemo Higgsov triplet. Več o gugalničnih mehanizmih na splošno bomo povedali kasneje.

4.1 Tip II gugalnični mehanizem

Spomnimo se, da je glavni problem pojasnitve nevtrinskih mas delcev v standardnem modelu ta, da ne obstaja desnoročni nevtrino ν_R. A spomnimo se pomembne lekcije iz poglavja 1.4, ki pravi, da ne potrebujemo desnoročnih komponent, temveč lahko uporabimo le levoročne komponente ter s tem sestavimo majoranov masni člen.

Naivno bi mislili, da lahko kar recikliramo izraz enačbe (9) v obliki

$$\mathscr{L}_Y^M = y\, L_L^T \,(i\sigma_2)\, L_L, \tag{18}$$

a žal to ni mogoče, saj bi imeli težave z nabojem. Leptonski dublet nosi svoj hipernaboj Y. Tega moramo vpeljati, da lahko zapišemo konsistentno enačbo za električni (oz. $U(1)$) naboj: $Q = T_{3L} + \frac{Y}{2}$, kjer se T_{3L} imenuje šibki izospin. Omenimo le, da je hipernaboj dubleta $Y\,(L_L) = -1$ in, da se $U(1)$ transformaciji doda še v argument hipernaboj $e^{-i\alpha(x^\mu)} \to e^{-i(Y/2)\alpha(x^\mu)}$, ki razločuje med nabitimi in nenabitimi delci. Če v enačbi (18) napravimo transformacijo

$$L_L \xrightarrow{U(1)} e^{-i(Y/2)\alpha(x^\mu)} L_L,$$

opazimo, da se fazi ne pokrajšata. To pomeni, da je naša Lagrangeva gostota ni invariantna pod $U(1)$ transformacijo, oz. tehnično rečeno, zlomi hipernabojno interakcijo.

Iz tega razloga se moramo lotiti problema drugače. Pomoč bomo spet iskali v tem, da vpeljemo Higgsovo polje, ki se bo pravilno transformiralo, da bo uredilo zgoraj opisan problem $U(1)$ invariance Majoranovega masnega člena, ter ohranjalo Lorentzovo ter $SU(2)_L$ simetrijo, ki jo pa Majoranov masni člen že ohranja. Takoj se lahko zavedamo, da karkoli bomo vrinili med člena L_L^T in L_L, bo morala biti matrika, saj je masni člen skalar. To smo morali tudi zagotoviti pri leptonskem Yukawa členu v standardnem modelu (glej enačbo (14)), saj izraz $L_L e_R$ sam po sebi ni skalar.

Za lažje razumevanje bomo naslednji del pisali v komponentni notaciji $L_L \to (L_L)_a$. Vzamemo vektor Paulijevih matrik $\left(\sigma^A\right)_{ab}$, kjer A definira katero Paulijevo matriko gledamo, a, b pa definirata običajne matrične indekse Paulijeve matrike. Definirajmo sedaj še Higgsov triplet $\Delta^A;\ A = \{1, 2, 3\}$, ki bo, ko se bo spontano zlomila simetrija, pridobil pričakovano vrednost, kar bo dalo nevtrinu maso. Omenimo, da Higgsov triplet nima spina ($S(\Delta^A) = 0$). Zapišimo sedaj Yukawov člen

$$\mathscr{L}_Y^M = y_\nu \left(L_L^T\right)_a i\sigma_2 \left(\sigma^A\right)_{ab} (L_L)_b\ \Delta^A. \tag{19}$$

Torej v Majoranov masni člen smo vrinili Paulijeve matrike, kjer so matrični indeksi poskrbeli za sklopitev med L_L^T ter L_L, prosti indeks A pa smo pospravili s Higgsovim tripletom. Za voljo enostavnosti naj le omenimo, da ker se Δ^A transformira kot triplet, se mora preostanek izraza (19) prav tako transformirati kot triplet. Izkaže se, da če uvedemo generatorje rotacij $SU(2)_L$ tripleta, to drži. Ker se potemtakem in Δ^A in preostanek Lagrangeve gostote (19) transformira kot triplet, smo s tem zagotovili invarianco pod $SU(2)_L$

$$\left(L_L^T\right)_a i\sigma_2 \left(\sigma^A\right)_{ab} (L_L)_b \xrightarrow{SU(2)_L} \left(L_L^T\right)_a i\sigma_2 \left(\sigma^A\right)_{ab} (L_L)_b\, U_3^\dagger$$
$$\Delta^A \xrightarrow{SU(2)_L} U_3\,\Delta^A$$
$$\mathscr{L}_Y^M \xrightarrow{SU(2)_L} \mathscr{L}_Y^M$$

Opazimo, da ker uporabljamo Einsteinovo sumacijsko konvencijo, lahko že kar takoj družimo člena $\left(\sigma^A\right)_{ab}$ in Δ^A iz enačbe (19) v en člen, tako da dobimo

$$\mathscr{L}_Y^M = \left(L_L^T\right)_a i\sigma_2 \left(\sigma^A\,\Delta^A\right)_{ab} (L_L)_b\,. \tag{20}$$

Izraz (20) ima sedaj popolnoma analogno obliko izrazu (16), le da vmesni člen ni spinor, temveč matrika. Oglejmo si jo.

$$\left(\sigma^A\,\Delta^A\right)_{ab} = \begin{pmatrix} \Delta^3 & \Delta^1 - i\Delta^2 \\ \Delta^1 + i\Delta^2 & -\Delta^3 \end{pmatrix}, \tag{21}$$

kjer smo sešteli po indeksu A in eksplicitno vstavili Paulijeve matrike. Pogovorimo se o naboju. Kot vemo, Lagrangeva gostota mora biti brez naboja, L_L^T in L_L pa imata naboj, torej bo moral izraz (21) to kompenzirati. O tem sicer lahko razmišljamo na dva načina. Prvi je, da se morajo ujemati hipernaboji komponent L_L^T, (21) in L_L, tako da bo skupni člen (20) invarianten pod $U(1)$ transformacijo. To bi nas privedlo do tega, da uvedemo naboje za posamezne elemente matrike iz izraza (21). Lahko pa preprosto gledamo, kakšni so členi, če eksplicitno pomnožimo vse elemente v enačbi (21) med sabo. Dobili bi

$$\left(\sigma^A \Delta^A\right)_{ab} = \begin{pmatrix} \frac{\Delta^+}{\sqrt{2}} & \Delta^{++} \\ \Delta^0 & -\frac{\Delta^+}{\sqrt{2}} \end{pmatrix}. \tag{22}$$

To je standardni zapis tega mehanizma. Lahko preverimo, da če razpišemo izraz (20), da dobimo same nevtralne člene. Diagonalna člena sklapljata negativno nabiti e_L ter nevtralni ν_L, izvendiagonalna pa $e_L e_L$ ter $\nu_L \nu_L$. $1/\sqrt{2}$ v diagonalnih elementih je zgolj stvar standardnega zapisa tega člena in je normalizacija, saj se Δ^3 pojavi $2\times$ v poglavju (22). Sedaj se spomnimo pomembnih lekcij iz prejšnjih poglavij. Iz poglavja 3.1 smo se naučili, da le nevtralne komponente lahko dobijo vakuumsko pričakovano vrednost, v poglavju 2.1 smo se naučili, da vedno gledamo teorije v minimumu, kar pomeni, da v Higgsovem polju vsi členi z izjemo pričakovane vrednosti v_Δ gredo na 0. Uresničimo ta princip še na primeru izraza (22). Najprej pogledamo izraz (22), nato spontano zlomimo simetrijo ter razvijemo našo teorijo okoli minimuma

$$\begin{pmatrix} \frac{\Delta^+}{\sqrt{2}} & \Delta^{++} \\ \Delta^0 & -\frac{\Delta^+}{\sqrt{2}} \end{pmatrix} \xrightarrow{\textit{Spontani zlom}} \begin{pmatrix} \frac{\Delta^+}{\sqrt{2}} & \Delta^{++} \\ \Delta^0 + v_\Delta & -\frac{\Delta^+}{\sqrt{2}} \end{pmatrix} \xrightarrow{\text{minimum}} \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ v_\Delta & 0 \end{pmatrix} \tag{23}$$

Sedaj vstavimo izraz (23) v izraz (20) ter eksplicitno poračunajmo rezultat

$$\mathscr{L}_M^Y = y \begin{pmatrix} \nu_L^T & e_L^T \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ v_\Delta & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \nu_L \\ e_L \end{pmatrix} = y_\nu \, \nu_L^T v_\Delta \nu_L = m_\nu \nu_L^T \nu_L \tag{24}$$

Z izrazom (24) smo izpeljali nevtrinsko maso.
Omenimo, da je ta teorija popolnoma skladna s tisto iz standardnega modela, saj ta teorija le napove maso nevtrina ν, ne pa elektrona, torej če prištejemo sedaj pridobljen Yukawov člen Lagrangevi gostoti standardnega modela, le uvedemo nevtrinske mase, preostanka teorije pa ne spremenimo. Vselej ima ta teorija pomembno posledico. Spomnimo se, da ima nevtrino sedaj Majoranov masni člen in je tako samemu sebi antidelec. To kaže na dodatne eksperimente, kako bi lahko to teorijo preverili npr. z opazovanjem dvojnega breznevtrinskega razpada β .

Ta postopek eden izmed redkih načinov, da pridobi maso le nevtrino in da so vsi členi invariantni pod vsemi interakcijami standardnega modela.

Postopek uvajanja tripleta ni nič novega. Spomnimo se seštevanja spinskih dubletov, kjer smo lahko iz dveh spinorjev s spinom $S = 1/2$ sestavili singlet z $S = 0$ ter triplet z $S = 1$, torej $2 \otimes 2 = 3 \oplus 1$. Tu smo sestavili Higgsov triplet. Kaj pa singlet? Izkaže se, da ta ni dober kandidat za gugalnični mehanizem, saj bi se izkazalo, da bi morala pričakovana vrednost imeti naboj, da bi bila Lagrangeva gostota simetrična na $U(1)$ transformacijo, kar se pa ne sklada z realnostjo, saj vakuum ni nabit.

4.2 Splošno o gugalničnih mehanizmih

Zgoraj omenjen postopek je le eden izmed možnih gugalničnih mehanizmov. Različni tipi gugalničnih mehanizmov uvajajo različna polja, da se pridobi rezultat podoben zgornjemu. Na hitro opišimo različne tipe gugalničnih mehanizmov

- Tip I: Uvedemo fermionski singlet; desnoročni nevtrino ν_R, preko katerega zapišemo maso podobno kot v enačbi (17);
- Tip II: Uvedemo Higgsov triplet, ki, ko se spontano zlomi simetrija, nevtrino pridobi maso. Spin tripleta je $S = 0$;
- Tip III: Uvedemo fermionski triplet, ki, ko se spontano zlomi simetrija, nevtrino pridobi maso. Spin tripleta je $S = 1/2$.

Zakaj pa se ti mehanizmi imenujejo ravno gugalnični mehanizmi? Izkaže se, da obstaja povezava med vakuumsko pričakovano vrednost dubleta iz izraza (13) ter vakuumsko pričakovano vrednost tripleta v (23) iz gugalničnega mehanizma

$$v_\Delta \propto v^2/m_\Delta^2.$$

Torej vakuumska pričakovana vrednost tripleta je sorazmerna kvadratu inverza mase tripleta. Ko je masa tripleta velika, je vakuumska pričakovana vrednost v_Δ majhna in nevtrino ima majhno maso, velja pa tudi obratno. Ideja, da, ko se ena vrednost spusti, da se druga dvigne, nas spominja na gugalnico iz otroštva, zaradi česar se ti mehanizem imenujejo gugalnični mehanizmi.

Parameter v_Δ pa ravno določa energijsko skalo, to je, pri katerih energijah lahko najdemo fizični Higgsov bozon, kot so ga našli v LHC v CERNu leta 2012. Če je m_Δ velik, je v_Δ majhen, torej je masa nevtrina majhna, iz eksperimentov pa že vemo, da je masa nevtrina $< 1\,\mathrm{eV}$ [9]. To pomeni, da je masa Higgsovega tripleta lahko zelo visoka, potencialno na energijskih skalah, ki jih še dolgo ne bomo mogli doseči.

5. Zaključek

Standardni model je v veliki meri popolna teorija osnovnih delcev, a ima kljub vsemu nekatere luknje. V tem seminarju smo se spopadli z eno od pomanjkljivosti, to je z vprašanjem nevtrinskih mas, in opisali le enega od treh možnih gugalničnih mehanizmov, preko katerih pojasnimo nevtrinske mase. Izpeljava je tako rekoč uporaba že dolgo znanega Higgsovega mehanizma, a to ne pomeni, da je tema zastarela.

Gledano iz stališča eksperimentalne fizike osnovnih delcev, je sedaj vprašanje, kako preveriti, kateri gugalnični mehanizem je pravilen, to je, kako detektirati Higgsov delec in kako izmeriti njegovo energijo. Iz naše izpeljave sledi kot posledica, da je nevtrino Majorana delec in da je sam sebi antidelec. Iz stališča eksperimentov se tako postavi težko vprašanje, kako potrditi oz. ovreči tovrstno trditev. Tip I gugalnični mehanizem pa predvideva obstoj desnoročnega nevtrina ν_R, ki je sterilen, to je, da ne interagira z nobeno od temeljnih interakcij. Težavnost teh vprašanj seveda ni ustavila fizike. Danes še kar rigorozno raziskujemo na pospeševalnikih in iščemo pojave v naravi, kot so dvojni breznevtrinski razpad β, ki bi namigovali, kaj je prava narava nevtrina.

Nevtrinske mase so še danes veliko odprto vprašanje fizike osnovnih delcev in glede na naravo teh izmuzljivih delcev, lahko trdimo, da naš v prihodnosti čaka še veliko dela.

Zahvala

Rad bi se zahvalil mentorju dr. Mihi Nemevšku za potrpežljivost, voljnost in dolge ure, ki sva jih presedela v kabinetu.

LITERATURA

[1] M. Nemevšek, "Lectures on neutrino mass," in *Vipava summer school*, 2016.

[2] M. Peskin and D. Schroeder, *An Introduction To Quantum Field Theory*. Frontiers in Physics, Avalon Publishing, 1995.

[3] E. Majorana, "Teoria simmetrica dell'elettrone e del positrone," *Nuovo Cim.*, vol. 14, pp. 171–184, 1937.

[4] Wikipedia, the free encyclopedia, "Spontaneous symmetry breaking." `https://en.wikipedia.org/wiki/Spontaneous_symmetry_breaking#/media/File:Spontaneous_symmetry_breaking_(explanatory_diagram).png`, 2018. [Online; accessed 28-April-2018].

[5] Y. Nambu, "Quasiparticles and Gauge Invariance in the Theory of Superconductivity," *Phys. Rev.*, vol. 117, pp. 648–663, 1960. [,132(1960)].

[6] J. Goldstone, "Field Theories with Superconductor Solutions," *Nuovo Cim.*, vol. 19, pp. 154–164, 1961.

[7] P. W. Anderson, "Plasmons, Gauge Invariance, and Mass," *Phys. Rev.*, vol. 130, pp. 439–442, 1963. [,153(1963)].

[8] P. W. Higgs, "Broken symmetries, massless particles and gauge fields," *Phys. Lett.*, vol. 12, pp. 132–133, 1964.

[9] B. Bajc, "Neutrino physics and guts," http://www-f1.ijs.si/ bajc/nugut.pdf, 2018.