

OPTIČNO ZAKRIVANJE NA PODLAGI TRANSFORMACIJSKE OPTIKE

ALJAŽ KAVČIČ

Fakulteta za matematiko in fiziko
Univerza v Ljubljani

Transformacijska optika obravnava načine vodenja svetlobe skozi medij s prostorsko anizotropnim in nehomogenim lomnim količnikom, tipično s ciljem zakriti objekte pred elektromagnetnim valovanjem in jih tako narediti efektivno nevidne. Obravnava spremenjeno geometrijo prostora skozi katerega se širi svetloba, kot je določeno s pravilno zasnovanim transformacijskim medijem, ki je pogosto sestavljen iz umetnih metamaterialov. Ta seminar se osredotoča na opis transformacijske optike ter kako na podlagi tega ustvarimo različne vrste optičnih plaščev za skrivanje predmetov.

OPTICAL CLOAKING WITH TRANSFORMATION OPTICS

Transformation optics deals with ways of manipulating and controlling light in an anisotropic and inhomogeneous medium, typically with a goal to isolate objects from electromagnetic waves, making them effectively invisible. It deals with effective changed geometry of space through which the light propagates, as is prescribed by the transformation medium, often designed of artificial metamaterials. This review focuses on describing the ideas behind transformation optics and its application in designing various types of optical cloaks to hide objects.

1. Uvod

Predmet v prostoru zaznamo zaradi njegove interakcije z vpadno svetlobo. V odvisnosti od lastnosti svetlobe, kot so valovna dolžina in polarizacija, se del svetlobe na njem absorbira, del pa se siplje v različne smeri. Na podlagi sipane svetlobe smo sposobni rekonstruirati sliko predmeta. Optično zakrivanje (optical cloaking) temelji na ideji zakrivanja določenega območja pred elektromagnetnim valovanjem. Objekt postavljen znotraj tega območja na nikakršen način ne spremeni trajektorije svetlobnih žarkov in ostane neviden za zunanjega opazovalca. Takšen elektromagnetni "nevidni plašč" (invisibility cloak) onemogoča odboje na površini zakrivanega objekta ter sipanje v poljubne smeri prostora. Objekt zakrit s plaščem ne zmoti obstoječih polj, saj je prostor navidezno prazen. Različne konceptualne zasnove nevidnih plaščev so bile eksperimentalno realizirane v zadnjem obdobju [1–7], predvsem v mikrovalovnem področju. Pri realizaciji nevidnosti v vidnem delu spektra [4, 5, 7, 8] je glavna ovira zasnova nanometrskih struktur metamaterialov, katerih dimenzije morajo biti manjše od valovne dolžine svetlobe. Tako je nevidnost na območju vidne svetlobe še precej nepopolna.

Nevidnost je dosežena, če se vpadna svetloba ukrivlja okoli predmeta na način, da za opazovalca, ki gleda proti njemu izgleda, kot da bi potovala skozi prazen prostor (podoben efekt imajo laminarni tokovi, ki obtekaajo oviro v hidrodinamiki). Takšno ukrivljanje svetlobe obravnavamo z uporabo transformacijske optike, teorije, ki povezuje koordinatno transformacijo z realnimi elektromagnetnimi lastnostmi prostora [9–20]. Nevidnost določenega volumna dosežemo s transformacijo tega dela prostora v lupino, ki ga obdaja (območje plašča). Takšno transformacijo pa nam omogoča prostorska odvisnost lomnega količnika, oziroma dielektričnost in magnetna permeabilnost snovi, iz katere sestavimo plašč. Transformacijska optika torej predpostavlja skoraj poljubno manipulacijo elektromagnetnega valovanja, s čimer lahko dosežemo zanimive in nenavadne optične lastnosti, kot je optična nevidnost.

Transformacijska optika gradi na predpostavki, da se lahko ustvari poljubno prostorsko odvisnost dielektričnosti in permeabilnosti, kar je najmanj izredno zahtevno, pogosto pa v realnosti neizvedljivo. Z naravnimi materiali transformacijska optika ni uresničljiva. Le ta zahteva lastnosti

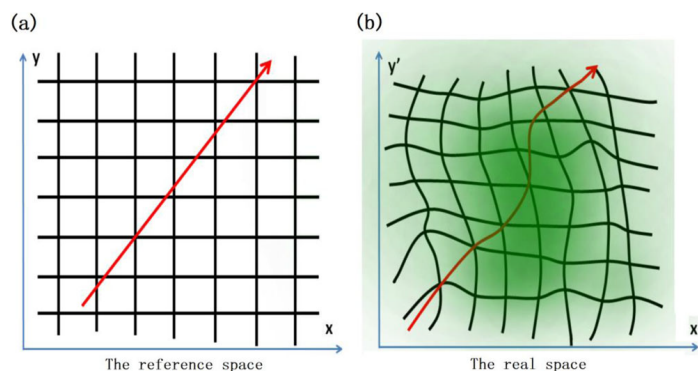
snovi, ki v naravi ne obstajajo, kot na primer negativni lomni količnik ali lomni količnik, ki zavzame vrednost nič [21–24]. Take lastnosti pa lahko dosežemo z umetno ustvarjenimi metamateriali [8, 10, 17, 18, 25–28]. V splošnem vemo, da je elektromagnetni odziv snovi odvisen od interakcij med njenimi gradniki in elektromagnetnim valovanjem. Specifična struktura metamateriala in njegovih osnovnih enot povzroča izredne optične lastnosti, ki jih na ta način ustvarimo. Razvoj in napredek metamaterialov omogoča vse boljše realizacije transformacijske optike. Tako na področju optičnih plaščev danes eksperimenti že prodirajo proti vidni svetlobi (kjer nevidnost v pravem pomenu besede tudi razumemo).

V okviru tega seminarja bomo opisali osnovne ideje transformacijske optike in njene uporabe pri izdelavi optičnega nevidnega plašča. V nadaljevanju bomo predstavili različne vrste plaščev [2, 6, 9, 10, 29, 30], ki jih transformacijska optika obravnava ter primerjali njihove prednosti in slabosti. Na koncu bomo predstavili uporabo metamaterialov in osnove njihove sestave ter eksperimentalne realizacije optičnih plaščev.

2. Transformacijska optika

Širjenje svetlobe v prostoru je določeno z optičnimi lastnostmi medija, ki zapolnjuje prostor, kot so lomni količnik oziroma dielektričnost in magnetna permeabilnost, ter z Maxellovimi enačbami za električno in magnetno polje. V geometrijski optiki se to poenostavi v Fermatovo načelo [19], ki pravi, da svetloba potuje tako, da za svojo pot porabi najmanj časa. S stališča optike to ponavadi definiramo nekoliko drugače, in sicer, da je optična pot svetlobe pri potovanju med dvema točkama najkrajša, $\int_1^2 \mathbf{n}(\mathbf{r}) ds = \min$, kjer je lomni količnik $\mathbf{n}(\mathbf{r})$ v splošnem prostorsko odvisen tenzor. Iz tega sledi, da se pot, po kateri svetloba potuje skozi prostor, ne sklada nujno z geometrijsko najkrajšo potjo. Tako geometrija širjenja svetlobe ni nujno linearna, kar bi veljalo za optično homogeno sredstvo, temveč je lahko ukrivljena na različne načine. Najenostavnejši primer, kjer geometrijsko in optično minimalna pot ne sovpadata, je že lom svetlobe na meji med dvema sredstvom z različnima lomnima količnikoma. Prav tako poznamo pojave iz vsakdanjega življenja, kjer velik temperaturni gradient povzroči nehomogenosti v lomnem količniku zraka, kar privede do fatamorgan in podobnih optičnih iluzij. Optične lastnosti medija skozi katerega se širi svetloba torej določajo njeno geometrijo. Ta ugotovitev predstavlja temeljno osnovo teorije transformacijske optike.

Če torej uspemo zagotoviti ustrezno prostorsko odvisnost lomnega količnika, smo sposobni v principu poljubno spremeniti pot svetlobe. Za potrebe optične nevidnosti želimo svetlobo speljati okoli zakrivane objekta. Vnaprej določimo pot svetlobe, ki zaobide objekt, nato pa določimo medij, ki ustreza danim zahtevam in v katerem bo svetloba potovala po vnaprej določeni poti. Transformacija optičnega prostora je torej osnovna ideja transformacijske optike. Doseže se jo z načrtovanjem prostorske odvisnosti dielektričnosti in permeabilnosti [9, 10, 17]. Formalno takšen ukrivljen prostor lahko dobimo s koordinatno transformacijo iz ravnega kartezičnega sistema (referenčni sistem). S stališča svetlobe je prostor ukrivljen, na nivoju materialov pa to pomeni, da se na ustrezen način spremenijo elektromagnetne lastnosti snovi (kar omogočajo metamateriali). Efekt, ki ga ima ukrivljena geometrija na obnašanje svetlobe, je enak efektu transformacijskega medija, ki zapolnjuje prostor. Ukrivljeno geometrijo prostora določimo s koordinatno transformacijo, za to potreben transformacijski medij pa izračunamo na podlagi transformacijske optike [9–20].



Slika 1. Prikazana je primerjava med referenčnim in realnim prostorom v transformacijski optiki. (a) Referenčni sistem je raven kartezičen sistem v katerem ni prostorsko odvisnega lomnega količnika. Pot svetlobe opišemo z ravnimi žarki. (b) S koordinatno transformacijo ustvarimo ukrivljen prostor. Pot žarka v takem prostoru je prav tako ukrivljena. Z zeleno barvo je nakazan transformacijski medij v ravnem realnem prostoru, ki povzroči transformacijo. Povzeto po [10].

2.1 Primer transformacije prostora

Poglejmo si v zgornjem odseku predstavljena osnovna načela transformacijske optike na enostavnem primeru. Recimo, da želimo prazen prostor homogeno skrčiti za faktor s . Ugotovili smo, da poljubno koordinatno transformacijo realiziramo z ustreznim transformacijskim medijem. Hitro lahko izračunamo, da je ta homogena skrčitev prostora ekvivalentna temu, da vakuum zapolnimo z medijem, katerega lomni količnik je prav tako homogen in znaša $n = s^{-1}$.

To lahko preverimo z enostavnim računom. V vakuumu svetloba prepotuje pot d v času $t = d/c$, kjer je c hitrost svetlobe v vakuumu. Sedaj prostor skrčimo za faktor s . Razdalja d se transformira v d/s , čas potreben za prehod svetlobe skozi tak del prostora pa je enak $t' = d/(sc)$. Če osnovni prostor zapolnimo z medijem z lomnim količnikom n se čas t zmanjša na $t = d/(c/n)$. Da sta časa t in t' enaka mora biti lomni količnik $n = s^{-1}$. Hkrati, če želimo, da je odziv medija na električno in magnetno polje enak kot v vakuumu, mora biti tudi razmerje dielektričnosti in permeabilnosti ϵ in μ enako 1, kot to velja za vakuum. Na ta način ostane enaka tudi impedanca prostora, ki jo povezujemo z odboji in sipanjem svetlobe, in jo definiramo kot $(\mu/\epsilon)^{1/2}$. Lomni količnik je definiran kot $n = (\epsilon\mu)^{1/2}$, iz česar sledi, da mora veljati $n = \epsilon = \mu = s^{-1}$. Tako so lastnosti medija enolično dolžene in medij zares odraža enake lastnosti, kot če bi skrčili vakuum [9].

Na tem enostavnem primeru torej vidimo kako deluje transformacijska optika. Željeno koordinatno transformacijo za svetlobo uresničimo tako, da realen prostor zapolnimo z medijem, katerega elektromagnetne lastnosti vplivajo na svetlobo na enak način, kot da potuje po transformiranem prostoru.

2.2 Koordinatna transformacija in Maxwellove enačbe

Obravnavajmo dva prostora S in S' . S naj bo realni fizični prostor s kartezično geometrijo, vektor v takem prostoru zaznamujemo s trojico točk (x, y, z) . Svetlobo želimo speljati skozi prostor po določeni poti, kar storimo s pomočjo koordinatne transformacije med realnim in virtualnim prostorom S' , ki ima željeno geometrijo. Vektor v tem prostoru bomo označili z (x', y', z') . Jacobijevo matriko te transformacije zapišemo kot

$$\mathbf{J} = \begin{bmatrix} \frac{h_1}{h'_1} \frac{\partial x}{\partial x'} & \frac{h_1}{h'_2} \frac{\partial x}{\partial y'} & \frac{h_1}{h'_3} \frac{\partial x}{\partial z'} \\ \frac{h_2}{h'_1} \frac{\partial y}{\partial x'} & \frac{h_2}{h'_2} \frac{\partial y}{\partial y'} & \frac{h_2}{h'_3} \frac{\partial y}{\partial z'} \\ \frac{h_3}{h'_1} \frac{\partial z}{\partial x'} & \frac{h_3}{h'_2} \frac{\partial z}{\partial y'} & \frac{h_3}{h'_3} \frac{\partial z}{\partial z'} \end{bmatrix},$$

kjer h_i predstavlja skalirni faktor posamezne komponente x_i danega koordinatnega sistema. Zanima nas, kako povežemo vrednosti ϵ in μ v obeh prostorih pri ustrezni transformaciji. Do tega pridemo s pomočjo Maxwellovih enačb za elektromagnetno polje. Izhajamo iz invariantnosti Maxwellovih enačb na transformacijo koordinat [9–11, 16, 31], torej ne glede na to, v katerem sistemu enačbe zapišemo, bo njihova oblika enaka. Spremenijo se fizikalne vrednosti, kot so komponente električnega in magnetnega polja ter njihovi izvori, sama oblika zakonov pa se ne spremeni. Invariantnost fizikalnih zakonov na transformacijo prostora je v splošnem izjemno pomembno načelo v fiziki in je med drugim tudi eden izmed postulatov teorije relativnosti. Tako lahko zapišemo Maxwellove enačbe v sistemu S in S' skupaj z ustreznimi konstitutivnimi relacijami, kjer sta ϵ in μ v splošnem tenzorski količini, na enak način v obeh sistemih

$$\begin{aligned}
\nabla \cdot \mathbf{D} &= \rho, & \nabla' \cdot \mathbf{D}' &= \rho' \\
\nabla \cdot \mathbf{B} &= 0, & \nabla' \cdot \mathbf{B}' &= 0, \\
\nabla \times \mathbf{E} &= -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}, & \nabla' \times \mathbf{E}' &= -\frac{\partial \mathbf{B}'}{\partial t}, \\
\nabla \times \mathbf{H} &= \mathbf{j} + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t}, & \nabla' \times \mathbf{H}' &= \mathbf{j}' + \frac{\partial \mathbf{D}'}{\partial t}, \\
\mathbf{D} &= \epsilon_0 \epsilon \mathbf{E}, \quad \mathbf{B} = \mu_0 \mu \mathbf{H}, & \mathbf{D}' &= \epsilon_0 \epsilon' \mathbf{E}', \quad \mathbf{B}' = \mu_0 \mu' \mathbf{H}',
\end{aligned} \tag{1}$$

kjer \mathbf{D} in \mathbf{E} predstavljata gostoto oziroma jakost električnega, \mathbf{B} in \mathbf{H} pa magnetnega polja. ρ (gostota naboja) in \mathbf{j} (gostota električnega toka) sta izvora ustreznih polj, ϵ_0 in μ_0 pa sta osnovni konstanti, ki definirata hitrost svetlobe v vakuumu in njegovo impedanco. Pri koordinatni transformaciji, pri kateri se spremeni določena komponenta polja, se mora prav tako spremeniti tudi dielektričnost oziroma permeabilnost, kar sledi iz invariantnosti oblike Maxwellovih enačb. ϵ in μ se pri transformaciji koordinat, ki ji ustreza Jacobijeva matrika \mathbf{J} transformirata kot [16]

$$\epsilon' = \frac{\mathbf{J} \epsilon \mathbf{J}^T}{\det(\mathbf{J})}, \tag{2}$$

$$\mu' = \frac{\mathbf{J} \mu \mathbf{J}^T}{\det(\mathbf{J})}. \tag{3}$$

Te enačbe povezujejo lastnosti elektromagnetnega medija v realnem in virtualnem prostoru. Če transformiramo Maxwellove enačbe iz virtualnega v realen kartezični prostor, moramo pri tej transformaciji spremeniti vrednosti ϵ in μ . Gre za matematično transformacijo tenzorja, kjer za matriko \mathbf{J} predvidevamo ortogonalnost obeh sistemov med katerima deluje. Obe količini se transformirata na enak način, saj to zagotavlja ohranitev impedance prostora. Transformacijski medij v realnem sistemu S z vrednostmi ϵ' in μ' , ki ustrezajo enačbam (2) in (3), na elektromagnetno valovanje torej vpliva na identičen način, kot če bi se prostor transformiral v S' [9].

Rezultate (2) in (3) lahko preverimo na že obravnavanem primeru skrčitev prostora. Gre za homogeno skrčitev optičnega prostora za faktor s . Ustrezna Jacobijeva matrika je $\mathbf{J} = s \mathbf{I}$. V tem primeru je prostor homogen, ϵ in μ sta skalarni količini. Izračunamo vrednosti $\epsilon' = 1/s \cdot \epsilon$ in $\mu' = 1/s \cdot \mu$. Ker gre za skrčitev vakuuma, sta vrednosti $\epsilon = \mu = 1$. Ustrezni vrednosti ϵ' in μ' s katerimi moramo zapolniti prostor, da vplivamo na svetlobo na enak način, kot da bi se prostor virtualno skrčil za faktor s , sta torej $\epsilon' = \mu' = s^{-1}$.

2.3 Konformne preslikave v transformacijski optiki

Pri realizaciji transformacijske optike pogosto naletimo na težave v izgradnji materialov, ki bi omogočali željene transformacije. Zato v praksi velikokrat gledamo posebne dvodimenzionalne probleme, kjer transformacija poteka med površinama. S stališča optičnega zakrivanja lahko to realiziramo na

primerih, ko želimo zakriti deformacije površine, pod katero je na primer skriti objekt. Če takšno transformacijo lahko opišemo kot konformno preslikavo, je v večini primerov bistveno lažje zagotoviti ustrezen transformacijski medij [10, 32]. Konformna preslikava je preslikava, ki ohranja kote. Takšna preslikava ne ohranja evklidskih dolžin, pomenbno pa je, da lahko ohranja optično pot. Na osnovi konformnih preslikav je osnovana tudi posebna vrsta površinskih optičnih plaščev, kar bomo spoznali v poglavju (3.4).

Imamo dva sistema, točke v enem zapišemo kot kompleksno število $z = x + iy$, v drugem pa $w = u + iv$. Če je transformacija $w = f(z)$ konformna, kjer je $f(z)$ analitična funkcija (odvedljiva v smislu kompleksnih števil) [32], potem zanjo velja Cauchy-Riemannov sistem [32, 33]

$$\frac{\partial u}{\partial x} = \frac{\partial v}{\partial y}, \quad \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{\partial v}{\partial x}. \quad (4)$$

Predpostavimo, da je snov v prostoru z homogena z dielektričnostjo ϵ in permeabilnostjo μ (ta prostor ustreza virtualnemu ukrivljenemu optičnemu prostoru). Potem lahko vrednosti dielektričnosti in permeabilnosti v drugem (fizičnem sistemu w) izrazimo s pomočjo enačb (2) in (3) kot

$$\epsilon' = \mu' = \frac{\mathbf{J}\mathbf{J}^T}{\det(\mathbf{J})} \quad (5)$$

Ob upoštevanju, da gre za dvodimenzionalno transformacijo med površinama, tako da se tretja komponenta ne spremeni, lahko Jacobijevo matriko, ki ustreza preslikavi med obema prostoroma s pomočjo Cauchy-Riemannovih enačb (4) zapišemo kot

$$\mathbf{J} = \begin{bmatrix} \frac{\partial u}{\partial x} & \frac{\partial u}{\partial y} & \frac{\partial u}{\partial z} \\ \frac{\partial v}{\partial x} & \frac{\partial v}{\partial y} & \frac{\partial v}{\partial z} \\ \frac{\partial z}{\partial x} & \frac{\partial z}{\partial y} & \frac{\partial z}{\partial z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial u}{\partial x} & -\frac{\partial v}{\partial x} & 0 \\ \frac{\partial v}{\partial x} & \frac{\partial u}{\partial x} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix},$$

Na podlagi tega lahko izračunamo, da se morata vrednosti ϵ in μ transformirati kot

$$\epsilon' = \epsilon \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1/\det\mathbf{J} \end{bmatrix} \quad \mu' = \mu \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1/\det\mathbf{J} \end{bmatrix} \quad (6)$$

Transformacijski medij s takšno odvisnostjo ϵ' in μ' ustvari enak efekt kot transformacija med površinama, ki ju parametriziramo z z in w . Če imamo v realnem sistemu vzorec in ga zakrijemo z ravno površino, se njena oblika spremeni. Ukrivljena geometrija se odraža v spremenjeni poti odbitega valovanja (glede na referenčno ravno podlago), kar opazovalec lahko zazna. S transformacijo površine v virtualno ravno podlago, kar dosežemo z zgoraj izračunanimi ϵ' in μ' , je površina efektivno ravna, vzorec pa neviden. Ta poenostavitev omogoča lažjo realizacijo transformacijske optike v praksi. Tenzorja dielektričnosti in permeabilnosti sta diagonalna in vsebujeta le eno komponento, ki se razlikuje od tistih v virtualnem prostoru. Veliko primerov splošne transformacijske optike potrebuje zelo kompleksno strukturo transformacijskega medija. Če se omejimo na primere, ki ustrezajo konformnim preslikavam, dobimo lastnosti materialov, ki so veliko lažje izvedljive.

Zadeve lahko še nekoliko poenostavimo, če predpostavimo, da snov ni magnetno odzivna ($\mu = \mathbf{I}$), ima pa homogeno dielektričnost. Potem ima homogen lomni količnik $n_z = \sqrt{\epsilon}$, kar v resnici velikokrat velja v realnih primerih. Če predpostavimo še transverzalno električno polarizacijo, dobimo zvezo za transformacijo lomnega količnika [7]

$$n_w = n_z / \sqrt{\det(\mathbf{J})}. \quad (7)$$

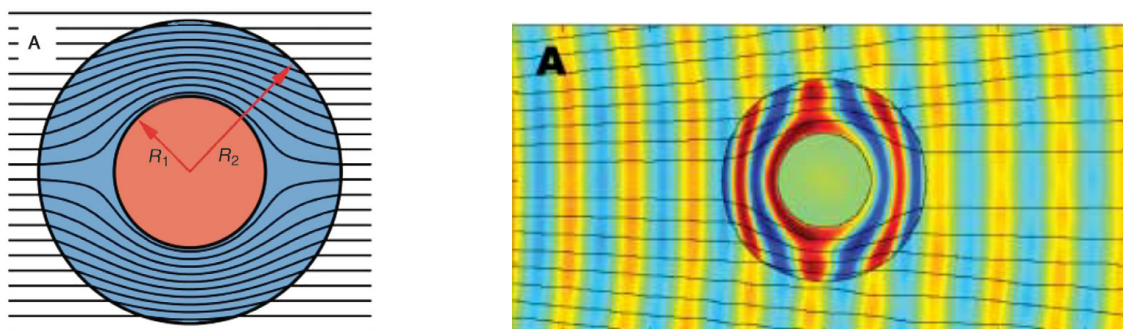
Transformacijski medij v realnem prostoru je torej optično sredstvo z izotropnim lomnim količnikom n_w , kar je precej lažje uresničljivo od snovi s poljubnimi anizotropnimi vrednostmi ϵ in μ .

3. Primeri optičnih plaščev

S pomočjo transformacijske optike smo sposobni realizirati optični plašč, ki zakrije določeno območje pred elektromagnetnim valovanjem. Tako je dano območje za zunanjšega opazovalca nevidno. Obstaja več različnih načinov realizacije transformacijske optike za potrebe nevidnosti. V tem poglavju bomo omenili štiri različne in najpogostejše uporabljene primere [4, 9, 10, 29, 30]. Potrebno je še povedati, da obstaja le malo eksperimentalnih realizacij večine, zaradi težko zagotovljivih lastnosti transformacijskega medija, ki ga dani način zahteva.

3.1 Optično izolirani plašč (optical isolation cloak)

Prvi in v teoriji največkrat omenjeni način optičnega zakrivanja je primer optično izoliranega plašča [3, 4, 9–12, 16, 20, 29, 34]. V tem primeru želimo svetlobo speljati okoli določenega območja, znotraj katerega lahko potem skrijemo željeni objekt. Ker svetloba skritega volumna ne prebada, je gledano od zunaj svetloba, ki prihaja s tega območja enaka, kot, če bi potovala skozi prazen prostor. Vsak žarek, ki bi se želel širiti skozi skriti volumen, bi se ob stiku s plaščem ukrivil na način, da ga zapusti v enaki smeri, kot, če bi potoval naravnost skozi vakuum.



Slika 2. Delovanje optično izoliranega plašča. (a) Območje znotraj radija R_1 (rdeče obarvan del prostora) je optično izolirano od zunanosti, za kar poskrbi optični plašč, ki se nahaja med R_1 in R_2 (modro območje). Žarki so vodeni okoli zakritega območja na način kot prikazujejo črne črte in po prehodu skozi plašč ne skrenejo z začetne poti. Slika je prikazana v prerezu [29]. (b) Simulacija širjenja elektromagnetnega valovanja skozi prostor pri koordinatni transformaciji (8). Barva označuje jakost električnega polja. Povzeto po [3].

Poskusimo sedaj s pomočjo pridobljenega znanja o transformacijski optiki izračunati lastnosti transformacijskega medija, ki ustrezajo potrebam optično izoliranega plašča. Izberemo, da je zakrito območje valj s polmerom R_1 , optični plašč pa se nahaja na območju $R_1 < r < R_2$. Enostavna koordinatna transformacija, ki prostor $r < R_1$ optično izolira, tako da polja iz prostora $r < R_2$ transformira v območje plašča $R_1 < r < R_2$ (kot je prikazano na sliki 2) je naslednja [9–11]

$$r' = \begin{cases} R_1 + \frac{R_2 - R_1}{R_2} r, & r \leq R_2 \\ r, & r > R_2 \end{cases} \quad \theta' = \theta, \quad z' = z. \quad (8)$$

S takšno koordinatno transformacijo dosežemo, da volumen $r' < R_1$ ne obstaja (transformira se v točko $r = 0$) in torej svetloba vanj ne prodre. Transformacija je zvezna na robu, pri $r = R_2$. Vidimo, da je zunaj plašča realen optični prostor enak referenčnemu in plašč torej ne vpliva na svetlobo izven njega. Geometrija se spremeni le znotraj plašča.

Da je transformacija uresničena, moramo spremeniti vrednosti ϵ in μ kot to veleva transformacijska optika (uporabimo enačbi (2) in (3)) in dobimo

$$\begin{aligned}\epsilon'_r = \mu'_r &= \frac{r - R_1}{r} \\ \epsilon'_\theta = \mu'_\theta &= \frac{r}{r - R_1} \\ \epsilon'_z = \mu'_z &= \left(\frac{R_2}{R_2 - R_1}\right)^2 \frac{r - R_1}{r}\end{aligned}\quad (9)$$

Transformacijo lahko torej fizikalno uresničimo, če prostor zapolnimo z dielektričnostjo in permeabilnostjo kot zahteva zgornja enačba (9). Pri tem smo v izpeljavi za referenčni medij vzeli vakuum. Če bi imeli poljubno sredstvo, se izpeljava ne bi razlikovala, končni izrazi (9) pa bi bili pomnoženi z ustreznimi komponentami ϵ in μ referenčnega sistema. Svetloba se v takem prostoru širi, kot da je geometrija prostora ukrivljena (kot kaže slika 2). Objekt, postavljen v volumen znotraj R_1 , je za zunanjega opazovalca neviden.

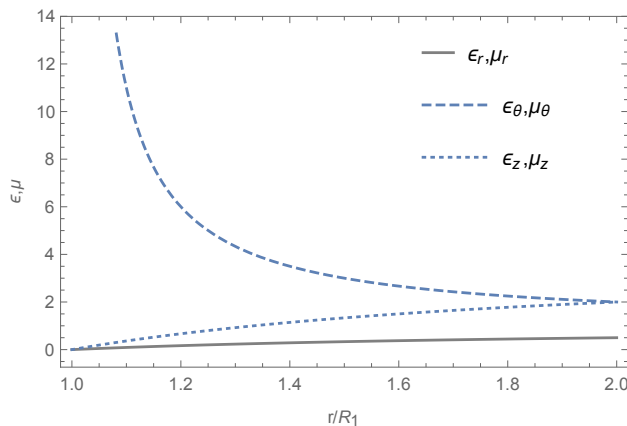
Ta način zakrivanja ima dve glavni pomanjklivosti. Prav tako kot zunanji svet ne more zaznati objekta znotraj plašča, tudi ta ne more prejeti nikakršnih informacij iz zunanjega sveta. Druga težava je v veliki anizotropnosti takega materiala. Komponente dielektričnosti in permeabilnosti pri $r = R_1$ so nič ali neskončno. Poleg tega so vse komponente ϵ in μ radialno odvisne, kar povzroči, da je sestaviti takšen material zelo zahtevna eksperimentalna naloga. Prednost pa je v tem, da sta lahko oblika in material zakrivanega objekta poljubna in da se le ta lahko prosto premika znotraj območja zakritega s plaščem.

3.2 Plašč reduciranega sipanja (scattering cancellation cloak)

Ta postopek je osnovan na dejstvu, da lahko sipanje svetlobe z danega objekta močno zmanjšamo, če v sistem dodamo še en objekt, katerega sipanje je nasprotno in na ta način izniči sipanje originalnega objekta [10, 29, 30, 35]. Takšen optični plašč je odvisen od objekta, ki ga želimo skriti, vendar je oblika lahko poljubna.

V tem primeru združimo teorijo transformacijske optike z uporabo komplementarnega medija [30, 35]. Naloga komplementarnega medija je, da optično "odstrani" del prostora, ki ga želimo zakriti. To dosežemo tako, da v plast komplementarnega medija postavimo komplementarno sliko predmeta, ki ga želimo zakriti (njegov anti objekt). Takšna plast in zakriti objekt optično izničita drug drugega, valovanje se širi brez sipanja. S pomočjo transformacijskega medija popravimo optično pot v odstranjenem delu prostora. Če vse skupaj gledamo v celoti, ustvarimo podobo praznega prostora v odstranjenem delu in na ta način zagotovimo nevidnost.

V tem primeru je skriti objekt v stiku s svetlobo in je za razliko od optično izoliranega plašča sposoben sprejemati informacije iz okolice. Razlika je tudi ta, da objekt ni znotraj plašča temveč sta razmaknjena. Pomanjklivosti tega principa so poleg zahtevne izdelave ustreznega materiala tudi te, da moramo za ustrezen plašč vnaprej poznati informacije o vpadni svetlobi (amplitudo in fazo valovanja) ter da objekt za delovanje plašča ne sme spreminjati svoje oblike in pozicije.

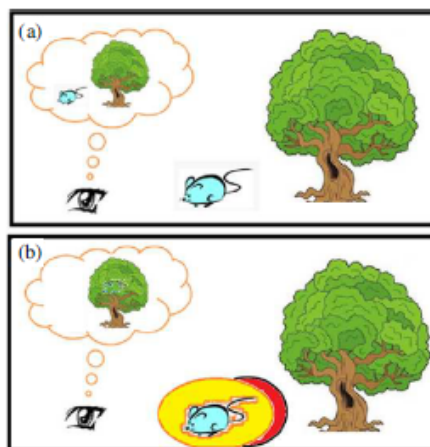


Slika 3. Vrednosti komponent ϵ in μ v enačbah (9). Razmerje $R_2/R_1 = 2$.

3.3 Zastrti plašč (scattering overlapping cloak)

V tem primeru z uporabo dodatnega predmeta v ozadju zastremo sipanje, ki ga povzroča skriti objekt [10, 30]. Pri tem moramo za ozadje izbrati predmet, ki svetlobo siplje bistveno močnejše od skritega objekta. Na ta način zunanji opazovalec ne zazna sipanja objekta (oziroma je to zelo šibko), saj je “zasenčeno” s strani ozadja. Pri tem velja omeniti, da ne gre za nevidnost v praznem prostoru, glede na to, da potrebujemo nek predmet v ozadju (kar pa je v dejanskem svetu zelo pogosto). Takšen plašč omogoča prenos informacije v obliki elektromagnetnega valovanja do skritega objekta prav tako pa za svoje delovanje ni omejen na obliko predmeta in ne potrebuje vnaprejšnjih informacij o vpadni svetlobi.

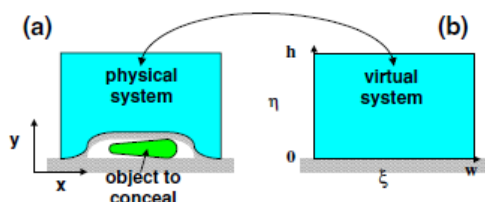
Vloga optičnega plašča (transformacijskega medija) pri tem načinu je, da sliko predmeta v virtualnem prostoru prestavi na pozicijo ozadja. Ker je ozadje bistveno večje in močnejše siplje svetlobo, je s tem sipanje svetlobe zastrtega predmeta praktično neopazno in predmet za opazovalca postane neviden. Opazovalec je tako sposoben zaznati le ozadje.



Slika 4. Osnovni principi delovanja zastrtega plašča. (a) Dokler okoli predmeta ni plašča opazovalec lahko opazi tako predmet kot ozadje. (b) V primeru, ko je predmet znotraj plašča, ga ta v okviru transformacijske optike preslika na območje ozadja, ki ga popolnoma zasenči. Opazovalec tako zazna le sliko ozadja. Povzeto po [30].

3.4 Prekrivalni plašč (carpet cloak)

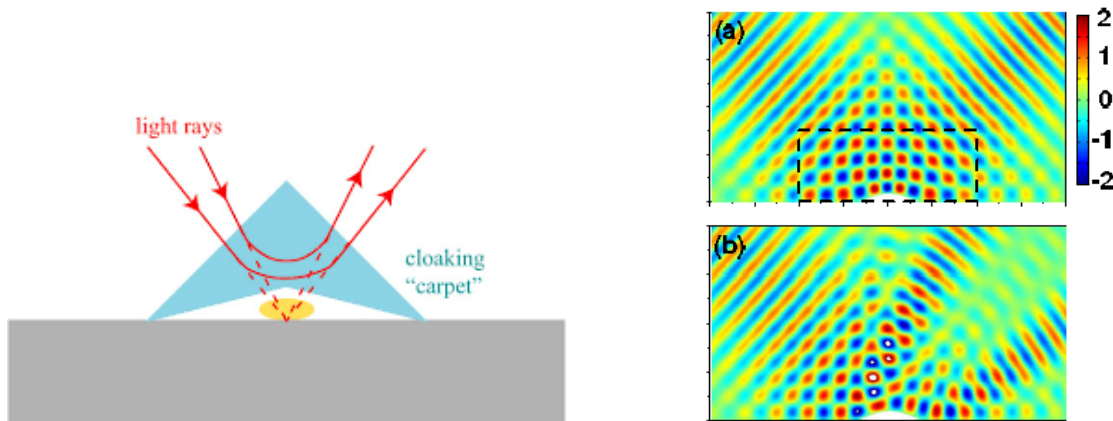
Do sedaj obravnavani primeri so bili prostorski, zakriti objekt je bil v praznem prostoru, četrti tip optičnega plašča pa je polprostorski [2, 4, 6, 9, 10, 32, 33]. To pomeni, da se objekt, ki ga želimo zakriti, ne nahaja v praznem prostoru, temveč je skrit pod podlago. Podlaga na ta način ni več ravna, temveč se deformira v skladu z obliko objekta. Takšna sprememba površine se odraža v spremenjeni smeri odboja oziroma sipanja svetlobe od površine, kar lahko zunanji opazovalec prepozna. Z optičnim plaščem nad ukrivljeno površino spremenimo smer svetlobe na način, kot da se odbija od ravne površine in objekt pod površino ustvarimo neviden.



Slika 5. Transformacija med fizičnim in virtualnim prostorom. Z ustreznim transformacijskim medijem v fizičnem prostoru je ta za opazovalca enak kot virtualni z ravno podlago. Povzeto po [2].

Če je transformacija med ravno površino fizičnega prostora in ukrivljeno površino virtualnega prostora konformna, lahko uporabimo enačbe, ki smo jih izpeljali v poglavju (2.3) za konformne preslikave (6) in (7). V primeru homogenega optičnega sredstva v virtualnem prostoru, ki ga želimo posnemati, velja za odvisnost lomnega količnika v fizičnem prostoru $n_w = n_z / \sqrt{\det(\mathbf{J})}$. S takšno transformacijo smo sposobni minimizirati anizotropnost transformacijskega medija. Vidimo, da lomni količnik postane skalarna količina, odvisna le od koordinat x in y . Nevidnost je na ta način lažje dosegljiva tudi v pra-

ksi. Veliko izmed eksperimentov, ki potrjujejo nevidnost, je osnovana na tem ali temu podobnem principu [1, 2, 4, 6, 7]. Pomanjkljivost takšnega optičnega plašča je v tem, da nevidnost v pravem pomenu besede ni dosežena, saj gre za dvodimenzionalen problem. Prav tako je transformacijski medij odvisen od oblike ukrivljenega površja, torej mora zakriti objekt mirovati in ne sme spreminjati oblike.



Slika 6. Na levi sliki je prikazana sprememba poti žarkov skozi optični plašč, kar povzroči navidezno predstavo odboja od ravne površine. Desno, razlika med odbitim valovanjem v primeru, ko je (a) prostor zapolnjen s transformacijskim medijem (nahaja se znotraj pravokotnega območja) in (b) prostor prazen in so opazni odboji od neravne površine. Povzeto po [2].

4. Metamateriali in realizacije optičnih plaščev

4.1 Metamateriali

Spoznali smo načela transformacijske optike, ki obravnava v principu poljubno manipulacijo s svetlobo v prostoru. Spoznali smo, da z ustrezno konfiguracijo lomnega količnika v prostoru (oziroma dielektričnosti in magnetne permeabilnosti) lahko dosežemo navidezno transformacijo svetlobe v virtualni ukrivljeni sistem, na podlagi česar temelji tudi teorija optične nevidnosti. Sedaj pride na vrsto upravičeno vprašanje: Kako ustvarimo željene elektromagnetne lastnosti transformacijskega medija? V splošnem so namreč vrednosti lomnega količnika, dielektričnosti in permeabilnosti poljubne. Tako lahko imamo opravka z lomnim količnikom manjšim od 1 in celo negativnim lomnim količnikom [17, 18, 21, 22, 25, 36], lastnosti kakršnih za naravne materiale ne poznamo. Prav tako smo na primer v poglavju (3.1) prišli do rezultatov za komponente ϵ in μ , ki sta bila močno anizotropna in katerih komponente so imele razpon preko nič do neskončnosti. Ugotovimo torej lahko, da mediji, ki zagotavljajo uresničitev transformacijske optike, ne morejo biti običajni materiali. Tako je transformacijska optika ključno odvisna od razvoja ti. metamaterialov [3, 5, 10, 14, 17, 18, 21, 22, 22, 24–29, 34, 36], umetno zasnovanih struktur, katerih elektromagnetne karakteristike omogočajo vse zgoraj naštetih nenavadne optične lastnosti.

V običajni snovi odziv materiala na elektromagnetno valovanje dobro opiše Drude-Lorentzov model [25]

$$\begin{aligned}\epsilon(\omega) &= 1 - \frac{\omega_{p,e}^2}{\omega^2 - \omega_{0,e}^2 + i\gamma_e\omega} \\ \mu(\omega) &= 1 - \frac{\omega_{p,m}^2}{\omega^2 - \omega_{0,m}^2 + i\gamma_m\omega}\end{aligned}\quad (10)$$

ω_p predstavlja plazemsko frekvenco, ω_0 in γ pa sta povezana z vezmi v sistemu in izgubami energije zaradi interakcij med gradniki. Na ta način so v splošnem lastnosti materiala odvisne predvsem od

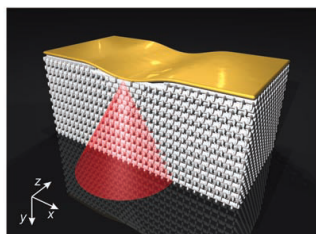
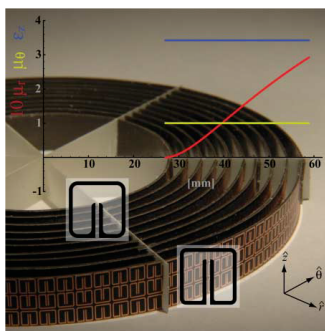
elementov, ki ga sestavljajo in od kemijskih vezi znotraj materiala. Za razliko od tega so lastnosti metamaterialov odvisne predvsem od njihove strukture in ne toliko od kemijskih gradnikov. Sestavljeni so iz umetno strukturiranih osnovnih celic, katerih dimenzije morajo biti manjše od valovne dolžine svetlobe. Te osnovni gradniki metamaterialov imajo funkcijo atomov oziroma molekul v navadni snovi. Parametri ϵ in μ zaradi možnosti umetnega oblikovanja teh struktur lahko zavzamejo precej drugačne vrednosti kot v običajni snovi.



Slika 7. Osnovna in največkrat uporabljena struktura metamaterialov so ti. split ring resonators. Gre za dva neskljenjena obroča, s praznima prostoroma na nasprotnih mestih. Magnetni pretok skozi obroča inducira tok. Na ta način se takšna osnovna struktura obnaša kot efektivni magnetni dipol. Povzeto po [25].

4.2 Izbrani primeri eksperimentalno realiziranih optičnih plaščev

Ne glede na to, da je s transformacijsko optiko in metamateriali, ki jo omogočajo, v teoriji nevidnost postal pojem, ki je popolnoma mogoč, je v realnosti izdelava plaščev, ki bi omogočali popolno nevidnost še vedno velik izziv. Konstrukcija metamaterialov je dandanes še vedno omejena tako na velikost osnovnih struktur kot tudi na zagotavljanje mogočih porazdelitev dielektričnosti in permeabilnosti, z izrazitim izzivom tipično veliko absorpcijo metamaterialov.



Slika 8. Primeri optičnih plaščev. (a) cilindrični optično izolirani plašč v mikrovalovnem področju [3] in (b) struktura metamateriala za prekrito plašč v optičnem področju [5].

Največja pomanjkljivost do danes realiziranih optično nevidnih plaščev je v območju delovanja, torej v območju valovnih dolžin za katere je skriti objekt neviden. Velika večina delujočih plaščev deluje v mikrovalovnem območju [3, 6, 8, 25], želeli pa bi si delovanje v območju vidne svetlobe. V primeru vidne svetlobe [4, 5, 7] morajo biti osnovne strukture v območju nanometrov, kar pa je težko doseči. Dodaten problem predstavlja tudi to, da so frekvenčni intervali delovanja praviloma ozki, saj se zahtevane lastnosti transformacijskega medija s frekvenco močno spreminjajo. Nadalje je težava v zagotavljanju tridimenzionalnih plaščev. Tako večina plaščev danes deluje le v določeni ravnini. Imamo primere optično izoliranih plaščev (3.1) v cilindrični geometriji, ki delujejo le v ravnini (npr. pri kordinati $z = 0$), že ob gledanju pod zelo majhnimi koti nevidnost izgine [3]. Tudi velikost zakritih objektov v obstoječih eksperimentih ne presega velikosti nekaj milimetrov. Ne glede na vse je področje konstruiranja metamaterialov in optičnih plaščev od svojega začetka v zadnjem desetletju močno napredovalo.

5. Zaključek

V okvirju seminarja smo spoznali osnove optičnega zakrivanja objektov. Nevidnost je lahko dosežena na več načinov, v tem delu smo spoznali štiri, v literaturi najpogosteje omenjene načine, ki vsi temeljijo na teoriji transformacijske optike. Transformacijska optika omogoča transformacijo prostora v virtualni prostor, katerega geometrija je lahko poljubna. Svetloba se propagira v takem prostoru v skladu z njegovo geometrijo. Sposobni smo zagotoviti poljubno ukrivljenost prostora in posledično manipulirati svetlobo. Transformacijo uresničimo s transformacijskim medijem v realnem prostoru. Njegove lastnosti na enak način vplivajo na svetlobo kakor, če bi bila geometrija prostora ukrivljena. Transformacijski medij z željenimi lastnostmi se poskuša doseči z uporabo in razvojem umetnih metamaterialov.

Glede na to, da gre za tematiko, ki se je še pred nedavnim zdela neuresničljiva, je navkljub določenim omejitvam do danes razvitih optičnih plaščev, teorija optične nevidnosti v zadnjem času izrazito napredovala. S stališča fizike imamo postopek za uresničitev popolne nevidnosti v treh dimenzijah tudi za objekte v vsakdanjem življenju in to za poljubno območje valovnih dolžin. Vseeno danes razvoj nehomogenih in anizotropnih materialov (še) ne zmore zagotoviti vseh zahtev transformacijske optike in tako je eksperimentalna realizacija še vedno velik svetovni izziv.

LITERATURA

- [1] Jason Valentine, Jensen Li, Thomas Zentgraf, Guy Bartal, and Xiang Zhang. An optical cloak made of dielectrics. *Nature materials*, 8(7):568, 2009.
- [2] Jensen Li and J. B. Pendry. Hiding under the carpet: A new strategy for cloaking. *Phys. Rev. Lett.*, 101:203901, Nov 2008.
- [3] D. Schurig, J. J. Mock, B. J. Justice, S. A. Cummer, J. B. Pendry, A. F. Starr, and D. R. Smith. Metamaterial electromagnetic cloak at microwave frequencies. *Science*, 314(5801):977–980, 2006.
- [4] Baile Zhang, Yuan Luo, Xiaogang Liu, and George Barbastathis. Macroscopic invisibility cloak for visible light. *Phys. Rev. Lett.*, 106:033901, Jan 2011.
- [5] Lucas H Gabrielli, Jaime Cardenas, Carl B Poitras, and Michal Lipson. Silicon nanostructure cloak operating at optical frequencies. *Nature photonics*, 3(8):461, 2009.
- [6] R. Liu, C. Ji, J. J. Mock, J. Y. Chin, T. J. Cui, and D. R. Smith. Broadband ground-plane cloak. *Science*, 323(5912):366–369, 2009.
- [7] Tolga Ergin, Nicolas Stenger, Patrice Brenner, John B. Pendry, and Martin Wegener. Three-dimensional invisibility cloak at optical wavelengths. *Science*, 328(5976):337–339, 2010.
- [8] Na Liu, Hongcang Guo, Liwei Fu, Stefan Kaiser, Heinz Schweizer, and Harald Giessen. Three-dimensional photonic metamaterials at optical frequencies. *Nature materials*, 7(1):31, 2008.
- [9] Martin McCall. Transformation optics and cloaking. *Contemporary Physics*, 54(6):273–286, 2013.
- [10] Fei Sun, Bin Zheng, Hongsheng Chen, Wei Jiang, Shuwei Guo, Yichao Liu, Yungui Ma, and Sailing He. Transformation optics: From classic theory and applications to its new branches. *Laser & Photonics Reviews*, 2017.
- [11] J. B. Pendry, D. Schurig, and D. R. Smith. Controlling electromagnetic fields. *Science*, 312(5781):1780–1782, 2006.
- [12] Wei Yan, Min Yan, Zhichao Ruan, and Min Qiu. Coordinate transformations make perfect invisibility cloaks with arbitrary shape. *New Journal of Physics*, 10(4):043040, 2008.
- [13] Marco Rahm, David Schurig, Daniel A. Roberts, Steven A. Cummer, David R. Smith, and John B. Pendry. Design of electromagnetic cloaks and concentrators using form-invariant coordinate transformations of maxwell's equations. *Photonics and Nanostructures - Fundamentals and Applications*, 6(1):87 – 95, 2008. The Seventh International Symposium on Photonic and Electromagnetic Crystal Structures.
- [14] Wenshan Cai, Uday K. Chettiar, Alexander V. Kildishev, and Vladimir M. Shalaev. Designs for optical cloaking with high-order transformations. *Opt. Express*, 16(8):5444–5452, Apr 2008.
- [15] Alexander V. Kildishev and Vladimir M. Shalaev. Engineering space for light via transformation optics. *Opt. Lett.*, 33(1):43–45, Jan 2008.
- [16] Pu Zhang. *Theory of transformation optics and invisibility cloak design*. PhD thesis, KTH Royal Institute of Technology, 2011.

- [17] Alexander V Kildishev and Vladimir M Shalaev. Transformation optics and metamaterials. *Physics-Uspekhi*, 54(1):53, 2011.
- [18] Huanyang Chen, Che Ting Chan, and Ping Sheng. Transformation optics and metamaterials. *Nature materials*, 9(5):387, 2010.
- [19] Ulf Leonhardt and Thomas G Philbin. Transformation optics and the geometry of light. In *Progress in Optics*, volume 53, pages 69–152. Elsevier, 2009.
- [20] Vladimir M Shalaev. Transforming light. *Science*, pages 384–386, 2008.
- [21] Alexandra Boltasseva and Vladimir M. Shalaev. Fabrication of optical negative-index metamaterials: Recent advances and outlook. *Metamaterials*, 2(1):1 – 17, 2008.
- [22] S Anantha Ramakrishna. Physics of negative refractive index materials. *Reports on Progress in Physics*, 68(2):449, 2005.
- [23] PM Valanju, RM Walser, and AP Valanju. Wave refraction in negative-index media: Always positive and very inhomogeneous. *Physical Review Letters*, 88(18):187401, 2002.
- [24] Parikshit Moitra, Yuanmu Yang, Zachary Anderson, Ivan I Kravchenko, Dayrl P Briggs, and Jason Valentine. Realization of an all-dielectric zero-index optical metamaterial. *Nature Photonics*, 7(10):791, 2013.
- [25] Yongmin Liu and Xiang Zhang. Metamaterials: a new frontier of science and technology. *Chem. Soc. Rev.*, 40:2494–2507, 2011.
- [26] Muamer Kadic, Tiemo Bückmann, Robert Schittny, and Martin Wegener. Metamaterials beyond electromagnetism. *Reports on Progress in Physics*, 76(12):126501, 2013.
- [27] Ari Sihvola. Metamaterials in electromagnetics. *Metamaterials*, 1(1):2 – 11, 2007.
- [28] Costas M Soukoulis and Martin Wegener. Past achievements and future challenges in the development of three-dimensional photonic metamaterials. *nature photonics*, 5(9):523, 2011.
- [29] Pekka Alitalo and Sergei Tretyakov. Electromagnetic cloaking with metamaterials. *Materials Today*, 12(3):22 – 29, 2009.
- [30] F. Sun and S. He. a third way to cloak an object : cover - up with a background object (invited paper). *Progress In Electromagnetics Research*, 149:173–182, 2014.
- [31] Dzmityr M. Shyroki. Note on transformation to general curvilinear coordinates for maxwell’s curl equations (is the magnetic field vector axial?). 2007.
- [32] Lin Xu and Huanyang Chen. Conformal transformation optics. *Nature Photonics*, 9(1):15, 2015.
- [33] Jeremiah P Turpin, Ayah T Massoud, Zhi Hao Jiang, Pingjuan L Werner, and Douglas H Werner. Conformal mappings to achieve simple material parameters for transformation optics devices. *Optics Express*, 18(1):244–252, 2010.
- [34] Wenshan Cai, Uday K Chettiar, Alexander V Kildishev, and Vladimir M Shalaev. Optical cloaking with metamaterials. *Nature photonics*, 1(4):224, 2007.
- [35] Yun Lai, Huanyang Chen, Zhao-Qing Zhang, and CT Chan. Complementary media invisibility cloak that cloaks objects at a distance outside the cloaking shell. *Physical review letters*, 102(9):093901, 2009.
- [36] Andrea Alù and Nader Engheta. Plasmonic and metamaterial cloaking: physical mechanisms and potentials. *Journal of Optics A: Pure and Applied Optics*, 10(9):093002, 2008.