

# SONOLUMINISCENCA

MIHA SRDINŠEK

Fakulteta za matematiko in fiziko  
Univerza v Ljubljani

Sonoluminiscenca je pojav, do katerega pride, ko s stoječim ultrazvočnim valovanjem, katerega amplituda je višja od okoliške, v tekočini vzbujamo kavitacijski mehurček. Ob imploziji mehurčka (najverjetneje) plin v njem zasveti. Dinamika sten mehurčka je dobro opisana z Rayleigh-Plessetovo enačbo. Mehurček se ob pravih vrednostih razplinjenosti tekočine, tlačne amplitude vzbujanja in ravnovesnega radija po kolapsu ponovno odbije in zaniha z lastno frekvenco, dokler mu zunanja frekvenca vzbujanja zopet ne vsili razširjanja zaradi negativnega tlaka. Tako se cikel ponovi. V mehurček med razširjanjem izhlapi dosti okoliške kapljevine, ki pomembno vpliva na modeliranje. Pri tem je spekter svetlobe, ki jo mehurček seva, zvezen in precej dobro opisan z modelom volumskega sevalca. Temperature v njem na podlagi modelov znašajo okoli 20 000 K ali več, tlaki okoli 4000 bar ali več, čas svetenja pa znaša 40-400 ps. Zaradi slednjega sklepamo, da do udarnega vala ne pride. Mehanizme svetenja poskuša razložiti tudi polarizacijski model, a ni preveč uspešen. Če je amplituda vzbujanja dovolj nizka, mehurček prične plesati in pojavi se diskretni spekter (zaradi plazme). Novejši eksperimenti obstoječe modele postavljajo pod vprašaj. Tak primer je sonoluminiscenca v  $H_2SO_4$ . Članek vključuje tudi hiter zgodovinski pregled tega znanstveno raziskovalnega področja.

## SONOLUMINESCENCE

We speak of sonoluminescence when cavitation bubble in a liquid is driven by sound waves at ultrasound frequency and pressure amplitudes higher than ambient ones. When bubble implodes (most likely) gas in it emits light. Bubble wall dynamics is well described with Rayleigh-Plesset equation. At right degassing of the liquid, driving pressure amplitude and equilibrium radius bubble rebounds and then oscillates with resonance frequency, until driving frequency urges it to expand again, because of negative pressure in the antinode and repeats the cycle. When the bubble is expanding, a lot of ambient liquid vaporises in it, which is important for modeling. Light spectra is continuous and well described with volume emitter model. Temperatures inside the bubble are around 20 000 K or more, pressure around 4000 bar or more and pulse width from 40 to 400 ps. Because of the latter, conclusion is made / reached, that shock wave does not occur. Even though other mechanisms for light emission, such as models based on polarization of the bubble, are proposed, they are not sufficient enough. If driving pressure is weak enough, bouncing bubbles and discrete spectra are observed (due to plasma in the bubble). New experiments, such as sonoluminescence in  $H_2SO_4$ , shine doubt on existing models. A short historic overview of this field of scientific and experimental study is also included in the article.

### 1. Uvod

V tem članku je predstavljena sonoluminiscenca enega samega mehurčka, ki zaradi svoje pomembnosti in po drugi strani enostavnosti (za področje kavitacije) velja za "vodikov atom kavitacijske fizike". Pri tem se večinoma zanašam na članke Michael P. Brennerja (2002)[1], K.S. Suslicka (2015)[2] in V.A. Borisenoka (2008)[3]. V prvem poglavju so predstavljeni rezultati vrst eksperimentov, ki so nastali v času, odkar je bil pojav odkrit in različni zaključke, ki iz njih sledijo. Nato so v drugem poglavju predstavljeni nekateri modelov, ki se trudijo eden za drugim pojasniti rezultate eksperimentov. Na koncu pa je povzeto trenutno razumevanje pojava in njegova uporabnost.

#### 1.1 Sonoluminiscenca

Če se v tekočini pojavi področje z negativnim tlakom, se želi tekočina iz tistega mesta umakniti. To povzroči napetost, ki raztrga tekočino, v sredini pa pusti prazen prostor, ki ga zapolni plin raztopljen v kapljevini in kapljevina v plinastem stanju - nastane mehurček. Takemu pojavu pravimo *kavitacija*. Če v tekočini ustvarimo stoječe ultrazvočno valovanje, ki ima tlačno amplitudo večjo od okoliškega tlaka, bomo prav tako v dolinah dobili negativni tlak in povzročili kavitacijo [1].

Kar pa je leta 1933 presenetilo Marinesca in Trillata [4], je to, da sta na fotografskih ploščah (predhodnikih fotografskega filma) potopljenih v z ultrazvokom vzbujano vodo, opazila svetle pege.

Da je to svetloba, ki prihaja iz sesedajočih se kavitacijskih mehurčkov, pa sta naslednje leto ugotovila Frenzel in Schultes [5], ko sta neposredno opazovala posodo z vodo. Tak pojav imenujemo sonoluminiscenca (latinsko *sonus*-’glas’, *lumen*-’luč’, povzeto po: ”*VELIKI splošni leksikon*”, Ljubljana, DZS, 2006, 17. knjiga). Pri tem je ključno, da kavitacijski mehurček hitro niha in posledično zasveti večkrat, saj je vzbujanje z zvokom periodično. Kljub temu da je pojav pritegnil lepo število raziskovalcev, je sonoluminiscenco enega samega mehurčka prvi bežno opazil šele Larry Crum leta 1985 [6], pojav pa je natančno raziskal in opisal njegov sodelavec in ravno diplomirani Felipe Gaitan leta 1989 [7].

Odkril je en sam mehurček, ki se je nahajal v sredini posode z razplinjeno vodo na 20% nasičene koncentracije zraka v vodi (nasičena koncentracija pomeni koncentracijo, ki jo ima tekočina po Henryjevem zakonu, če je nad njo tlak zraka enak tlaku kapljevine). Vodo je s pomočjo pizelektrikov vzbujal z ultrazvokom frekvence stoječega valovanja, katerega tlačna amplituda  $P_a$  je znašala 1,2-1,4 tlaka okolišnjega zraka  $P_0$ . Mehurček velikosti okoli  $20 \mu m$ , se je radialno razširjal in krčil s frekvenco vzbujanega valovanja in ob tem iz svoje sredice ob imploziji seval zelenkasto svetlobo. Navidez nespremenjen je ostal dolgo časa. Takšni mehurčki lahko ostanejo približno enake velikosti tudi po več dni [1]. Pojavu pravimo SLEM (Sonoluminiscenca enega mehurčka, *ang.* SBSL-Single Bubble Sonoluminescence) in ga s tem ločimo od pojava večjega števila mehurčkov, ki mu pravimo SLVM (Sonoluminiscenca več mehurčkov, *ang.* MBSL-Multi Bubble Sonoluminescence).

SLEM je zanimiva zaradi bolj ekstremnih temperatur in večjih jakosti svetlobe [1], [2], [3]. Prve meritve dolžine svetlobnega utripa, ki so jih leta 1991 in 1992 izvedli Barber idr. [8], so kazale, da je dolžina utripa največ  $50 ps$ , kar je za faktor  $10^6$  manj od frekvence vzbujanja in dva velikostna reda krajše od dolžine sesedanja. Poleg tega so modeli napovedovali temperature okoli  $10^8 K$  [9] (temperature se namreč neposredno ne da meriti). To je burilo duhove in produciralno eksotične teorije, ki so privabljale raziskovalce in vzbujale zanimanje javnosti. Področje se je spremenilo, ko je leta 1997 Gompf ugotovil, da je dolžina utripa dolga nekaj  $100 ps$  [10], hkrati pa je postalo jasno, da temperature dosegajo nižje vrednosti - okoli  $10^4 K$  [1] (za primerjavo: temperatura sončevega površja oziroma Zemljine sredice znaša  $\sim 5700K$ ). Danes se je področje preusmerilo v preučevanje SL v različnih kapljevinah in razkrivanju omejitev trenutnih modelov [2], [3].

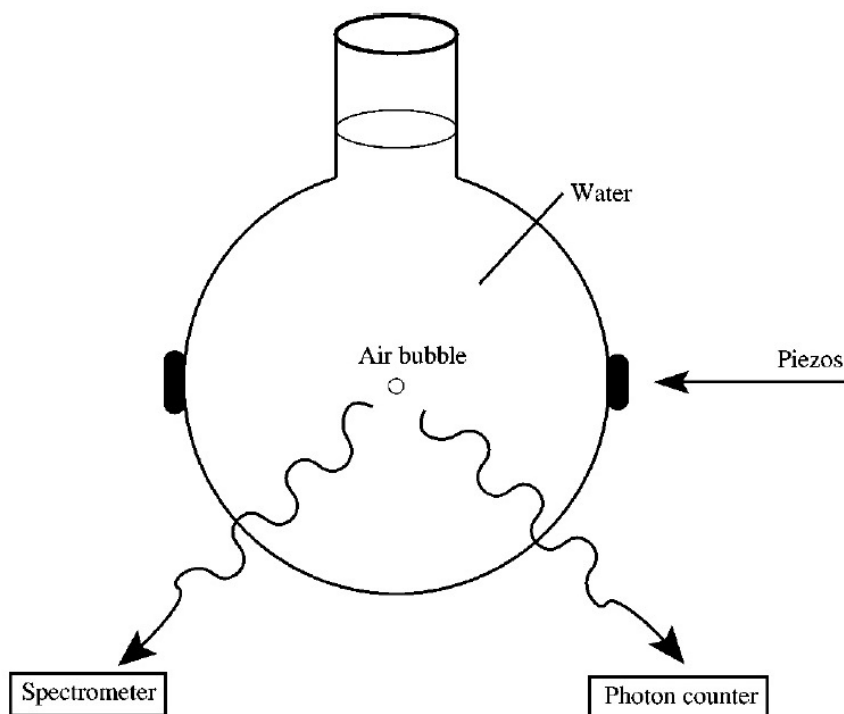
## 2. Eksperiment

Eksperiment najpogosteje zastavimo tako, da imamo tekočino v okrogli posodi z dvema pizelektričnima izvoroma na straneh (glej sliko 1). S slednjima ustvarimo stoječe zvočno valovanje s hrbtom na sredini posode. V taki postavitvi lahko kavitacijski mehurček ustvarimo na več načinov [2],[3],[11],[12]:

- zgolj z hrbtom stoječega valovanja v tekočini (velikosti nekaj  $\mu m$ , redko uspe),
- s fokusiranim laserskim žarkom, ki ustvari večje mehurčke ( $10 \mu m$ - nekaj  $mm$ ),
- z električnim sunkom med elektrodami,
- z električnim tokom po žici v tekočini, okoli katere tekočina zavre,
- s puščanjem curka vode na površino, tako da nastanejo mehurčki,
- z manjšo količino eksploziva.

Ne glede na to kje kavitacijski mehurček ustvarimo, bo potoval do hrbita na sredini in se tam ujel, saj je tam (v maksimumu oziroma minimumu) gradient tlaka enak nič, če ima lastno frekvenco večjo od frekvence vzbujanega valovanja [1]. Tej sili pravimo Bjerkova sila. Samo frekvenco stoječega valovanja določimo tako, da izračunamo pogoj za stoječe valovanje v posodi. V primeru okrogle posode je lastna frekvenca za sferično simetrično rešitev  $\nu_{o,n} = \frac{cn}{2r}$ , torej za vodo v posodi z volumnom  $100 ml$   $\nu_{0,1} = 24,9 kHz$ . Potrebno je izbrati tudi pravo amplitudo. Za stabilno SLEM (torej tisto, pri kateri se mehurček ohranja) je recimo pogoj v vodi  $P_a$  med 1,2-1,4  $P_0$ .

## Sonoluminiscenca



**Slika 1.** Shema eksperimenta. V notranjosti okrogle posode je razplinjena voda, na straneh pa pizelektrični kristali, ki so izvor ultrazvočnega valovanja z amplitudo  $P_a$ .

Za SLEM mora biti plin v kapljevini raztopljen s pravo koncentracijo, sistem pa se mora nahajati pri pravem  $P_a$  in pravem  $R_0$  (radij mehurčka v ravnovesju):

1. Prvi od pogojev je, da je sonoluminiscenca mogoča le na območju, kjer se mehurček skrči na dovolj manjšno velikost. Ta pogoj zapišemo kot

$$R_0^c = C \frac{\gamma}{P_a - P_0}, \quad (1)$$

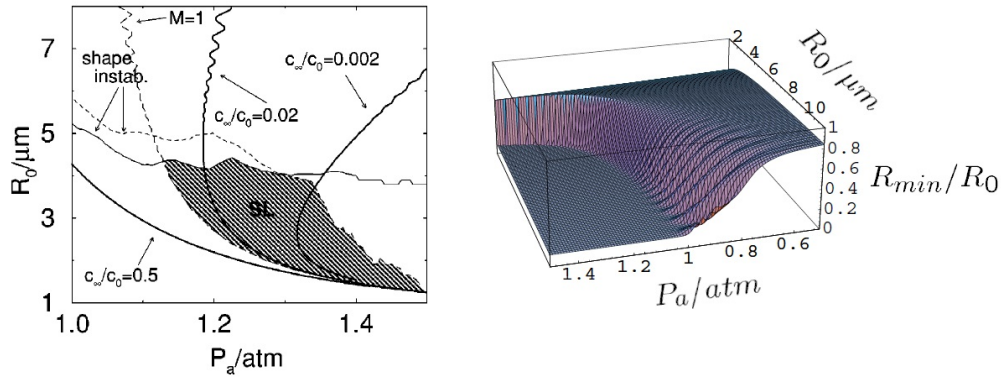
kjer je  $C \approx 0,77$ ,  $\gamma$  površinska napetost,  $R_0$  ravnovesni radij (lahko si mislimo kar masa mehurčka) in  $R_0^c$  kritični radij - pri danem zunanjem tlaku in dani amplitudi vzbujanja je samo za  $R_0 > R_0^c$  sonoluminiscenca možna. To dobimo iz dimenzijske analize in dinamike mehurčka, ki bo opisana kasneje (3. poglavje) in vidimo iz slike 2 (desno) [13],[1].

2. Za SLEM mora biti mehurček v stabilnem difuzivnem ravnovesju, kar pomeni, da se njegova velikost tekom implozij ohranja. Ko se mehurček razširi, se tlak v mehurčku močno zmanjša in vanj začne teči difuzijski tok okoliške tekočine (prečiščevala difuzija). Po drugi strani pa se tlak v mehurčku močno poveča, ko se mehurček skrči in začne difuzijski tok teči iz njega. Na sliki 3 vidimo izrisana območja v prostoru  $R_0 - P_a$ , kjer se oba efekta izenačita pri različnih razplinjenostih plina v razmerju z nasičeno koncentracijo plina v kapljevini. Desno od črt, kjer se tlačna amplituda povečuje, mehurčki rastejo, saj začne prevladovati prvi efekt, levo pa se zmanjšujejo, ker začne prevladovati drugi efekt. Do stabilnega ravnovesja pride le kadar je naklon krivulje pozitiven, iz česar je razvidno, da do SLEM lahko pride le pri koncentracijah 0,02-0,002 [1].

To koncentracijo lahko ocenimo s pomočjo Henryjevega zakona

$$\frac{P_0}{c_0} = konst. = K_H^{pc}, \quad (2)$$

ki nam pove, da je razmerje med tlakom nad kapljevino  $P_0$  in koncentracijo raztopljenega plina v kapljevini  $c_0$  konstantno. To izrabimo s tem, da obravnavamo rob mehurčka kot gladino tekočine,



**Slika 2.** Na levi sliki je obarvano področje, kjer je stabilna sonoluminiscenca možna. Krivulja  $M = 1$  predstavlja mejo območja, kjer se začne premočno sesedanje in segrevanje mehurčkov. Tanka cela črta predstavlja mejo, kjer bo zaradi rasti mehurčka na dolgi čas, mehurček že po nekaj utripih razpadel. Tanka črtkana črta pa predstavlja mejo zaradi vrtncev, ki nastanejo na robu mehurčka in ga uničijo. Na desni sliki vidimo minimalni radij v odvisnosti od  $R_0$  in  $P_a$ , frekvenca je  $\nu = 26,5$  kHz. Le kjer je minimalni radij dovolj majhen, je SL možna. Vse to so teoretični izračuni, ki so jih naredili Hilgenfeld idr. (1996)[15].

ki ločuje plin v notranjosti mehurčka od tekočine, v kateri je mehurček. Zato lahko zapišemo, da je razmerje med koncentracijo plina v tekočini na robu mehurčka  $c(R, t)$  in tlakom plina v mehurčku  $P_g(R, t)$  enako razmerju med zunanjim tlakom plina  $P_0$  in ravnovesno koncentracijo plina v tekočini pri zunanjem tlaku  $c_0$ . Oziroma z enačbo

$$c(R, t) = \frac{P_g(R, t)}{P_0} c_0. \quad (3)$$

Lahko si mislimo, da je zelo daleč ( $R \rightarrow \infty$ ) koncentracija konstantna - to je torej koncentracija plina v tekočini  $c_\infty$ . Če torej enakost povprečimo skozi celoten cikel, lahko rečemo, da je povprečna koncentracija kar  $c_\infty$ , povprečni  $P_g$  pa je tlak plina pri maksimalnem radiju, saj se večino časa mehurček nahaja pri maksimalnem radiju. Iz tega sledi

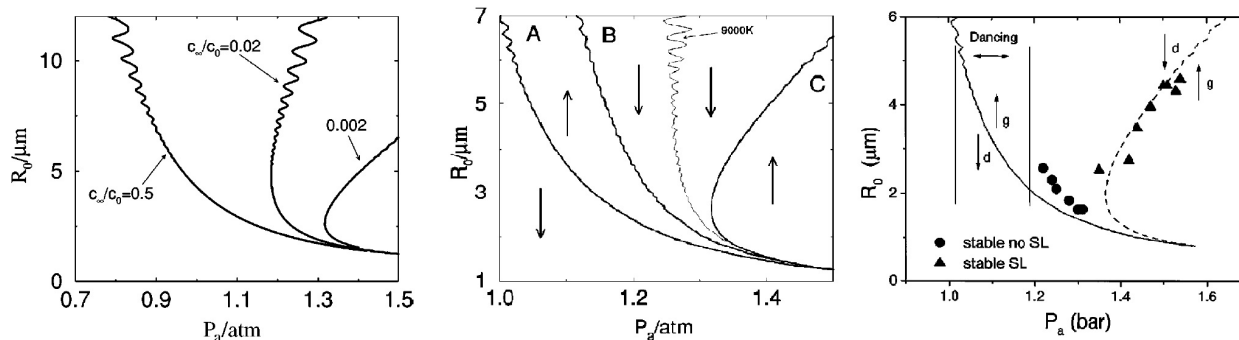
$$\frac{P_g(R_{max})}{P_0} = \left(\frac{R_0}{R_{max}}\right)^3 = \frac{c_\infty}{c_0} \approx 0,002, \quad (4)$$

ker je razmerje  $\frac{R_{max}}{R_0} \approx 10$ . Tlak smo ocenili kar z enačbo idealnega plina.  $\frac{c_\infty}{c_0}$  pa je delež nasičene koncentracije plina, oziroma vrednost razplinjenosti tekočine.

Temu navidez nasprotuje, da SL v mehurčku zraka v vodi nastopi pri koncentracijah 0,4-0,2 [1]. To je pojasnjeno s tem, da pri takem mehurčku k SL prispeva le Argon v zraku, kjer ga je 1 %. Torej govorimo o 0,004-0,002 koncentraciji argona. Do tega pride, ker vodna para, ki izhlapi v mehurček, pri visokih temperaturah reagira z dušikom in kisikom, ki se raztopita v okolico. Ostane le argonov mehurček [1],[2]. Zato izgleda  $R_0 - P_a$  prostor za mehurček zraka (slika 3 - sredina) nenavadno. Ima kar tri stabilna področja. Področje A je sestavljeno iz zraka, področje B iz večinoma dušika, področje C pa iz Argona. Mehurček torej skoči iz krivulje A na krivuljo B, se po njej približuje krivulji C in nato zaradi termičnih eksitacij skoči nanjo, ter prečisti vse pline, ki niso Ar, v okolico (slika 3 - desno). Eksperimentalno se C in B ujemata s krivuljama za Argon ( $\frac{c_\infty}{c_0} = 0,0026$ ) oziroma Dušik ( $\frac{c_\infty}{c_0} = 0,1$ ), kar je še dodatna potrditev.

3. Tudi pri zelo nizkih amplitudah  $P_a \approx 1,1$  bar in visokih koncentracijah (recimo 50 %) lahko pride do SL, a na drugačen način. Mehurček ohranjamo nad nestabilnim ravnovesjem (to je recimo krivulja A), tako da pretirano zraste in zaradi nestabilnosti v obliki pride do tega, da iz sebe odvrže majhen mehurček, ki razpade. Pri določenih parametrih glavni mehurček še naprej ostane stabilen

## Sonoluminiscenca



**Slika 3.** Na **levem grafu** so prikazana v prostoru  $R_0 - P_a$  ravnovesna področja za mehurčke v razplinjeni tekočini na  $\frac{c_\infty}{c_0} = 0, 5, 0, 02, 0, 002$  (razmerje med koncentracijo in nasičeno koncentracijo pri zunanem tlaku). Desno od črt se mehurčki večajo, levo se krčijo. Le kadar je naklon pozitiven so mehurčki stabilni in svetijo. Na **sredini** je diagram za zrak pri  $\nu = 20, 6$  kHz in koncentraciji zraka 0,2. Krivulja A prikazuje ravnovesje za zračni mehurček, C za argonov, B pa je vmesno stanje, ki ustreza  $N_2$  mehurčku. Tanka črta prikazuje, kje se prične razcepljanje in izločanje  $N_2$ . Na **desni** je eksperimentalni fazni diagram za iste parametre. Na njem vidimo tudi področje plesočih mehurčkov. Grafi različnih avtorjev zbrani v [1].

[1],[3]. Tak mehurček značilno pleše. V takih stanjih v spektru opazimo spektralne črte, ki so posledica ionizacije plina v mehurčku [1],[2],[3]. Do tega pride med drugim verjetno zato, ker vdre v mehurček več kapljevine in posledično pride do več kemijskih reakcij.

Ob upoštevanju vseh naštetih omejitev in omejitve, da mehurček ne more biti prevelik ali pa premajhen, zaradi nestabilnosti v njegovi obliki (slika 2 - levo), lahko za vsak plin in kapljevino kar natančno določimo, na katerem območju bo do sonoluminiscence prišlo. Za mehurček argona je tako območje izrisano na sliki 2 (levo).

### 3. Modeliranje

Pri modeliranju sonoluminiscence so raziskovalci do sedaj uspeli približno opisati pojav, a o kakšni resni natančnosti ne moremo govoriti. Vedno boljše meritve in eksperimenti ves čas postavljajo modele pod vprašaj, sami modeli pa vsebujejo kombinacijo tako velikega števila pojavov, da se je z njimi težko znati. Tako se različni avtorji občasno ne strinjajo glede tega, katera teorija pojasni določene pojave. Drug vir nestabilnosti so slabi eksperimenti. V začetku raziskovanja je bila recimo zaradi napačnih meritev favorizirana teorija udarnega vala, a so jo boljše meritve razkrile kot neuporabno.

#### 3.1 Dinamika mehurčka

Že v začetku je bilo jasno, da vsaj ena stvar na mehurčku ni tako zelo zahtevna, in sicer dinamika mehurčka. Rayleigh-Plessetova enačba (ki sicer nastopa v večih enako dobrih različicah - izpeljavo lahko bralec najde v člankih [1], [21])

$$\rho(R\ddot{R} + \frac{3}{2}\dot{R}^2) = [p_g - P_0 - P(t)] - 4\eta\frac{\dot{R}}{R} - 2\frac{\gamma}{R} + \frac{R}{c}\frac{d}{dt}(p_g) \quad (5)$$

zelo dobro opiše odvisnost mehurčkovega radija od časa in se ujema z eksperimenti (glej sliko 4). Pike predstavljajo odvod po času. Pove nam, da je gibanje mehurčka odvisno od treh vplivov:

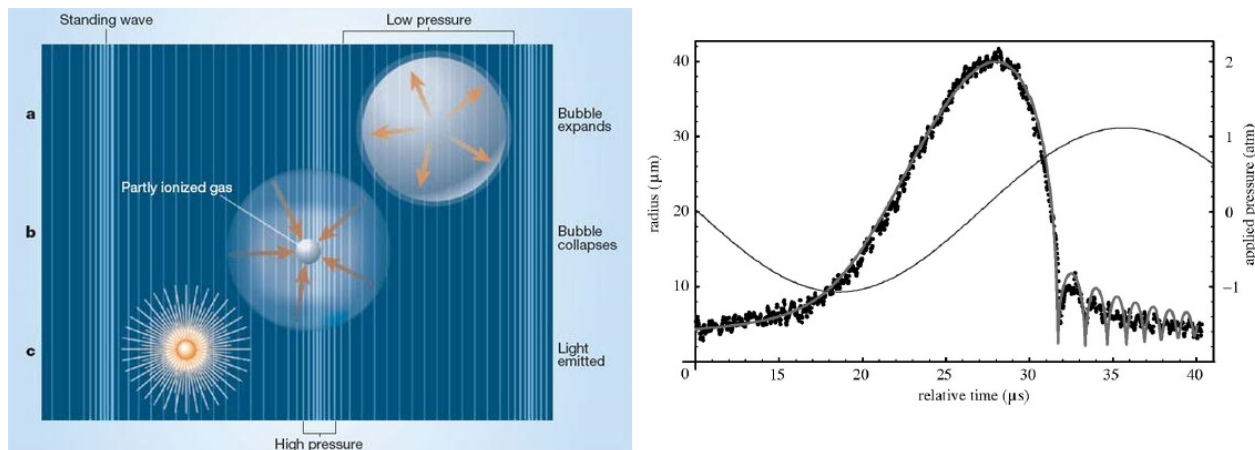
★ levi (dinamični) člen pove, da bi se mehurček, ki ima znotraj sebe vakuum (torej desno stran enačbe = 0) sesedel po enačbi

$$R(t) = R_0 \left[ \frac{t_* - t}{t_*} \right]^{2/5}, \quad (6)$$

če je  $R_0$  radij mehurčka na začetku in  $t_*$  čas, ko mehurček izgine.

★ prvi podčrtani člen na desni pove, kaj se spremeni, če imamo namesto vakuuma v mehurčku plin s tlakom  $p_g$ , ki je uravnotežen s tlakom okolice  $P_0$ , s tlakom vzburjanja  $P(t)$ , s prispevkom zaradi viskoznosti  $4\eta\frac{\dot{R}}{R}$  in s prispevkom zaradi površinske napetosti  $2\frac{\gamma}{R}$ .

★ z zadnjim členom na desni pa upošteva, da se energija širi po mediju in da bo prišlo do sprostitve tlačnega vala, ki bo odnesel veliko energije. Do tega pride, ker v trenutku zaustavitve pospešek stene mehurčka doseže vrednosti  $10^{11}$  g [1].



**Slika 4.** levo je lažje predstavljivo prikazana dinamika mehurčka, desno je s polno črto narisana rešitev Rayleigh-Plessetove enačbe, ki se prilaga izmerjenim vrednostim (točke). S tanko črto je predstavljen  $P_a$ . Povzeto iz [1].

Odvod rezultata 6 (hitrost stene mehurčka) zelo hitro divergira, ko se približujemo  $t \rightarrow t_*$ . V realnosti hitrost doseže štirikratno hitrost zvoka v kapljevini [1], in očitno to hitrost nekaj zaustavi, saj mehurček ne izgine. Člena z viskoznostjo in površinsko napetostjo divergirata prepočasi, zato ne morata ustaviti sesedanja. Lahko pa ga zaustavi tlak, saj je hitrost sesedanja tako visoka, da toplota mehurčka več ne more zapustiti in tlaku  $p_g$  (temperaturi  $T$ ) vlada adiabatna enačba:

$$p_{koncni} = p_{zacetni} \left( \frac{R_{zacetni}}{R_{koncni}} \right)^{3\kappa}, \quad (7a)$$

$$T_{koncna} = T_{zacetna} \left( \frac{R_{zacetni}}{R_{koncni}} \right)^{3(\kappa-1)} \quad (7b)$$

in zato  $p_g$  divergira hitreje - s  $(t_* - t)^{-2}$  za enoatomni plin s  $\kappa = 5/3$ , če vzamemo za radij mehurčka kar (6) (za primer sta navedeni enačbi za idealni plin). Še močnejši prispevek je zadnji člen, saj divergira s  $(t_* - t)^{-13/5}$  in odnese do 50 % celotne energije v obliki tlačnega vala. Iz slike 4 (desno) kjer je izrisana izračunana in izmerjena dinamika mehurčka, razberemo da se mehurček po tem, ko se razširi v času  $\approx 20 \mu s$ , sesede v času  $\approx 1$  ns, ker tlak v okolici ni več negativen in doseže točko, ko je maksimalno stisnjen. Takrat tudi zasveti. Iz tega je razvidno, da je za SL najverjetneje krivo koncentriranje energije. Pri stiskanju izgubi mehurček okoli 90 % energije in se na koncu odbije nazaj. Spet se razširi, a do manjšega radija in nato implodira, spet odbije in tako dalje, dokler mu zunanje nihanje ne vsili, da se močno razširi in cikel ponovi. To njegovo lastno nihanje ima dosti višjo frekvenco od vzburjanega nihanja in znaša  $\nu_0 \sim 0.5$  MHz.

### 3.2 Notranjost mehurčka

Eden izmed glavnih problemov pri preučevanju sonoluminiscence je to, da so praktično vse informacije o notranjosti mehurčka razbrane posredno. O notranjosti namreč lahko dobimo informacijo le z modeliranjem, preko opazovanja dinamike mehurčka, ali pa opazovanja svetlobe.

V osnovi vemo, da je v notranjosti plin in dinamiko plina znamo zapisati s pomočjo Navier-Stokesove enačbe (8b) ter kontinuitetne enačbe za energijo (8c) in maso (8a).

$$\frac{\partial \rho_g}{\partial t} + \nabla(\rho_g \vec{v}) = 0 \quad (8a)$$

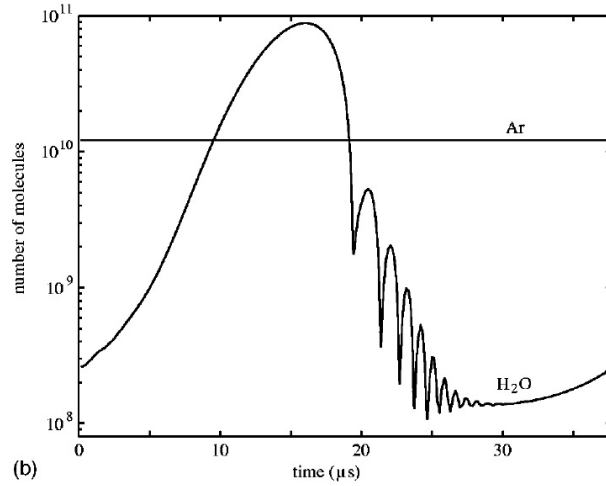
$$\frac{\partial(\rho_g \vec{v})}{\partial t} + \nabla p_g + \rho_g \vec{v}(\nabla \vec{v}) - \nabla p_{ij} = 0 \quad (8b)$$

$$\frac{\partial E}{\partial t} + \nabla[(E + p_g)\vec{v}] - \nabla(\vec{v}p_{ij}) - \nabla(\kappa_g \nabla T) = 0 \quad (8c)$$

Pri tem je  $\rho_g$  gostota plina v mehurčku,  $\vec{v}$  hitrostno polje tega plina,  $p_{ij}$  napetostni tenzor, kjer zanemarimo **drugo vizkozno**,  $\kappa_g$  toplotna prevodnost plina,  $T$  temperatura le tega in  $E$  energija  $E = \rho_g e + \rho_g \frac{v^2}{2}$ .  $e$  predstavlja gostoto notranje energije. Večinoma privzamemo kar Van der Waalsovo enačbo plina. Prvi poskusi modeliranja so predvidevali, da do pojava pride zaradi udarnega vala. Pri prvih numeričnih izračunih so zato privzeli, da vizkoznosti v plinu ni, da je difuzija toplote v plinu zanemarljiva in to, da toplota in delci ne prehajajo skozi stene mehurčka. S takim pristopom sta Wu in Roberts leta 1993 [9] prišla do že omenjenih temperatur okoli  $10^8$  K in utripov dolžine 1,2 ps. Tudi ostale skupine so prišle do divergirajočih vrednosti za temperaturo. Prvi popravek k temu je razvil Evans leta 1996, ko je upošteval da bo udarni val občutljiv na nestabilnosti v svoji obliki in bo zato fokusiranje energije omejeno. Take teorije so z leti zamrle, saj je postalo jasno, da do sonoluminiscence pride tudi, kadar imamo močno nesferične oblike mehurčkov, kjer udarni val zagotovo ni mogoč.

Te prve poskuse so potem Vuong idr. popestrili z upoštevanjem raztresanja energije preko prevajanja toplote in viskoznosti. Družno so ugotovili, da v argonovih mehurčkih do udarnega vala ne pride, da je temperaturni profil znotraj mehurčka skoraj konstanten in ne eksponentno naraščujoč proti centru mehurčka, kot predvideva udarni val [17]. Ker gre vseeno za adiabatno stiskanje, temperature znotraj mehurčka v tem modelu dosežejo vrednosti okoli  $10^5$  K in tlak vrednosti okoli 4000 bar [2]. Dodatno so ugotovili, da v primeru dušikovega mehurčka do udarnega vala pride, a je zelo skoncentriran v središču in najvišja temperatura je nižja kot pri argonu. Vse to predvsem zaradi manjšega  $\kappa = 7/5 = 1,4$  kot pri argonu  $\kappa = 5/3 = 1,6$ . Vse to eksperimenti potrjujejo. A ti modeli kažejo tudi, da od He do Xe najvišja temperatura v mehurčku narašča. K temu prispeva tako manjša toplotna prevodnost težjih žlahtnih plinov kot tudi večje mase le teh (imajo večjo gibalno količino in se počasneje premikajo), vendar to nasprotuje eksperimentom. Dolžine utripov se res povečujejo, ko potujemo od He do Xe, a za intenzitete velja ravno obratno (slika 6 - levo). Dodatne komplikacije prinesejo novi eksperimenti z  $H_2SO_4$  in  $H_3PO_4$ , kjer pa dejansko s počasnejšim sesedanjem pride do večjih intenzitet svetlobe. Ta problem ostaja nerazjasnjen in predstavlja glavni iziv bodočih raziskav.

Ker noben model ni bil zadovoljiv, so sčasoma modeli postajali vse bolj kopleksni. Tako je prišlo do zelo pomembnega spoznanja, da veliko vlogo v notranjosti mehurčka igra tudi vodna para. Modeli, ki so opisovali izhlapevanje vode iz sten mehurčka (slika 5), so ugotovili, da bi morale biti v mehurčku presenetljivo veliko vode. Kar 30-40 % koncentracija vode je fiksna tekom celotnega cikla. Ko se mehurček najbolj razširi in je površina za hlapenje največja, ter tlak v mehurčku najnižji, voda doseže kar 90 % koncentracijo. Ta prispevek zmanjša  $\kappa$  plina v mehurčku, zaradi česar se znižajo temperature, lahko pa pride tudi do udarnega vala v okolici centra. Argonov mehurček, ki bi po prejšnjih izračunih dosegel 20900K jih z vodno paro doseže le še 9700. Druga stvar, ki jo s sabo prinese vodna para, so kemijske reakcije, ki so mogoče pri teh tlakih in temperaturah med vodo in žlahtnim plinom. Te reakcije so večinoma endotermne in zato poberejo še več energije, zaradi česar bi prej omenjeni mehurček dosegal le temperature do okoli 7000 K [14]. Tako vidimo, da odstopanje napovedi, da temperatura z masnim številom narašča, ne pomeni kaj dosti, saj sploh ne upošteva prispevka vodne pare. Če ta prispevek upoštevamo, se temperature bolj izenačijo [1].



**Slika 5.** Graf prikazuje količino vodne pare in Ar v mehurčku tekom cikla. Lahko jo primerjamo s slikama 8 ali 4. Storey in Szeri (2000) [14]

Za preučevanje notranjosti so uporabni tudi poenostavljeni modeli, ki so lažje izračunljivi in jih lahko predstavimo tukaj. Takšen model sta predstavila Toegel in Gompf [15] v začetku tisočletja. Vse kar pri tem modelu naredimo, je to, da zapišemo enačbo za notranjo energijo:

$$C_v dT = dU = dQ - pdV + h_{H_2O} dN_{H_2O} - \sum \frac{\partial E}{\partial N_X} dN_X, \quad (9)$$

kjer  $h_{H_2O}$  predstavlja entalpijo molekul vode, ko izhlapijo v notranjost mehurčka iz hladne površine.  $C_v$  je toplotna kapaciteta, indeks  $X$  v vsoti pa predstavlja različne spojine, ki sodelujejo pri kemijskih reakcijah ( $Ar, H_2O, OH, H$ ) s sproščeno energijo  $\frac{\partial E}{\partial N_X} dN_X$  pri  $dN_X$  delcih, ki pri njej sodelujejo.  $U$  je notranja energija,  $Q$  je toplota,  $V$  pa volumen mehurčka. Tako smo v enačbi za spremembo energije upoštevali delo, ki ga opravi mehurček ob širjenju/krčenju, toplotni tok, spremembo energije zaradi hlapenja molekul vodne pare in spremembo energije zaradi kemijskih reakcij. Enačbo sedaj delimo z  $dt$  (odvajamo po času) in najdemo približke za  $\dot{N}_{H_2O}$  in  $\dot{Q}$  s pomočjo kontinuitetne enačbe:

$$\dot{N}_{H_2O} = 4\pi R^2 D \nabla n|_{r=R} \approx 4\pi R^2 D \frac{n_0 - n}{I_{dif}}, \quad (10a)$$

$$\dot{Q} = 4\pi R^2 \chi \nabla T|_{r=R} \approx 4\pi R^2 \chi \frac{T_0 - T}{I_{th}}, \quad (10b)$$

kjer  $D$  predstavlja difuzijsko konstanto,  $\chi$  toplotno prevodnost,  $T$  in  $n$  vrednosti v tistem času ter  $T_0$  in  $n_0$  vrednosti v temperaturnem oziroma številskem ravnovesju. Debelino roba  $I_{dif/th}$  med zunanostjo in notranostjo mehurčka pa ocenimo s pomočjo dimenzijske analize kot:

$$I_x = \min\left[\sqrt{\frac{R(Dalix)}{\dot{R}}}, \frac{R}{\pi}\right], \quad (11)$$

kjer drugi člen načeloma stopi v veljavo, kadar se mehurček giblje zelo počasi, oziroma člen  $\frac{R(Dalix)}{\dot{R}}$  divergira. Primer uporabe tega modela in modela za oceno  $C_v$  je v članku [15].

Podobno enostaven model za temperaturo (tlak) v notranjosti lahko skonstruiramo tudi tako, da ustvarimo funkcijo, ki opisuje temperaturo (tlak) sprva kot normalno funkcijo radija za Van der Waalsevo enačbo in nato pri visokih hitrostih preide v opisovanje preko adiabatne Van der Waalrove enačbe.

S takimi enostavnimi modeli pridemo do praktično enakih rezultatov. A dobimo v vsakem primeru v primerjavi s spektroskopijo prenizke temperature, zato se ugiba, da bi lahko prišlo tudi do reakcij  $H + OH \rightarrow H_2O + 5,1 \text{ eV}$  [1].



### 3.3 Zakaj sveti

Razlog, zakaj nas je v prvi vrsti raziskovanje tega mehurčka sploh zanimalo, je to, da sveti.

Spekter SL svetlobe se ponavlja razpenja od bližnje infrardeče do srednje ultraviolečne svetlobe [2]. Da se sprosti foton vidne svetlobe iz atoma, iona ali molekule, se mora vzbuditi nekaj eV nad osnovno stanje. Zvočni val pa nosi le okoli  $10^{-11}$  eV na delec, kar pomeni da se energija skoncentrira za 12 redov velikosti. To energijo dobimo iz hitre implozije mehurčka, ki segreje notranjost mehurčka, tako da sveti. A vprašanje je, če je to res vsa zgodba. V iskanju odgovora na to vprašanje so se razvili pristopi, ki so lahko razdeljeni v dve kategoriji: termični ali pa električni procesi.

Električni procesi so precej hitro pokazali svojo šibko točko, saj bi zahtevali, da so mehurčki bolj asimetrični in zagotovo niso predvideli, da z večjo simetričnostjo pride do večje intenzitete. So pa po drugi strani na vse pojave precej dobro odgovorili modeli, ki temeljijo na termičnih procesih [1],[2].

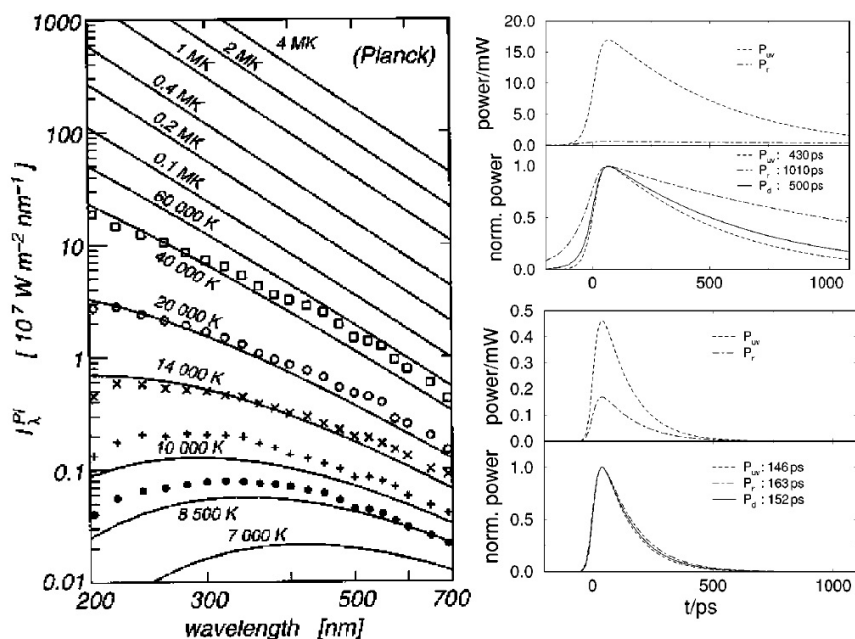
Ko je prišlo do eksperimenta, ki je pokazal, da so širine utripov dosti daljše kot so sprva predvidevali (35 – 400 ps), se je število pristopov k termičnim modelom precej zmanjšalo. Ostal je pravzaprav le še eden in to najbolj enostaven, kar bi si po načelu Ockhamove britve tudi želeli.

#### 3.3.1 Kompresijski model

Črno telo je telo, ki absorbira vso svetlobo, ki pride do njega. Tako telo zaradi visoke temperature seva le na svoji površini, in sicer po enačbi

$$P_{\lambda}(t) = \oint I_{\lambda}[T]dS = \oint \frac{2hc^2}{\lambda^5 [e^{hc/\lambda k_B T(t)} - 1]} dS = 4\pi^2 R(t)^2 I_{\lambda}[T(t)], \quad (12)$$

kjer je moč za določeno valovno dolžino  $P_{\lambda}d\lambda$ . Ker ima svetloba iz mehurčka zvezen spekter in pričakovane visoke temperature najprej pomislimo na ta model in če s tem modelom izmerimo temperaturo, dobimo temperature od 7000 K do 40000 K (slika 5 - levo).



**Slika 6.** Leva slika prikazuje teoretični spekter za sevanje črnega telesa, ki se prilega meritvam za pline:  $\diamond$  helij,  $\circ$  neon,  $\times$  argon,  $+$  kripton in  $\bullet$  ksenon. Opazimo, da se temperature z večjo težo elementov zmanjšujejo [Hammer in Frommhold(2001)]. **Desno zgoraj** vidimo primer dolžine pulza v odvisnosti od valovne dolžine za črno telo, **spodaj** pa za volumski sevalec [Hilgenfeldt(1999)]. [1]

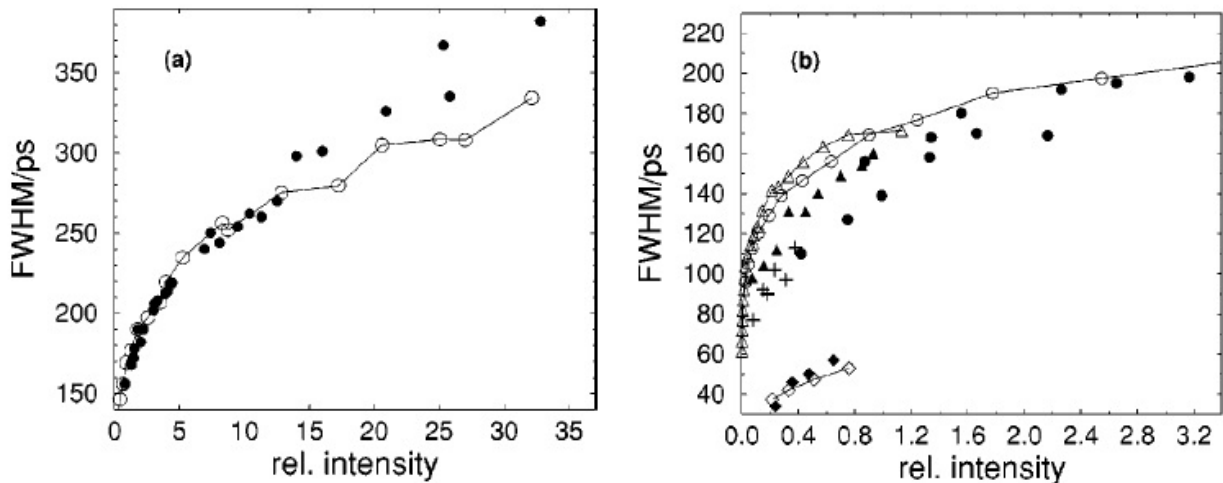
Pri tem modelu bi pričakovali, da za različne valovne dolžine spekter kaže različno dolge pulze. Valovne dolžine, ki jih seva črno telo, so namreč odvisne od temperature (12) (predvsem krajše valovne dolžine) in ker se mehurčku skozi čas temperatura spreminja, bi pričakovali, da bodo določene valovne dolžine svetile dlje časa kot ostale (lahko si mislimo, da vrh porazdelitve z naraščajočo temperaturo potuje proti krajšim dolžinam in potem nazaj. Daljše valovne dolžine bi potem morale biti daljši čas v spektru). Z modeliranjem dobimo, da bi morala biti dolžina pulza za rdečo svetlobo enkrat daljša od tiste za ultravijolično (slika 6, desno zgoraj) [1]. Poleg tega model predvidi dosti večje intenzitete in prekratke pulze, kar tudi vidimo na sliki (tudi po več kot 1000 ps).

Te težave izredno dobro reši model volumskega sevalca, kjer rečemo, da prosta pot za svetlobo ( $\kappa_\lambda^{-1}$ ) ni enaka 0 kot pri črnem telesu, ampak je daljša ( $2\kappa_\lambda R \gg 1$ , če je R radij mehurčka). To upoštevamo tako, da intenziteto pomnožimo s faktorjem, ki gleda kako globoko v telesu se izvor, ki ni več le na površju, nahaja:

$$I_\lambda(s, t) = I_\lambda[T(t)](1 - e^{-\kappa[T(t)]s})[16], \quad (13)$$

kjer je globina označena s  $s = 2R\cos(\theta)$  in je  $\theta$  kot med R in osjo gledanja. Integriramo po  $s$  in dobimo izraz, ki je odvisen le še od  $\lambda$ , saj je tudi  $\kappa_\lambda$  odvisna od  $\lambda$ . Ravno to odvisnost pa je potrebno še ugotoviti. Dobimo jo z zapletenimi postopki opisanimi v [18], [19]. Ko imamo  $\kappa_\lambda[T]$  jo vstavimo nazaj v enačbo in rezultati so točno takšni, kot bi si želeli [1] (slika 6, desno spodaj):

- previsoka intenziteta sevanja se zmanjša,
- dolžine pulzov so dosti krajše,
- odvisnost med dolžino pulza in valovno dolžino je skoraj povsem izginila.



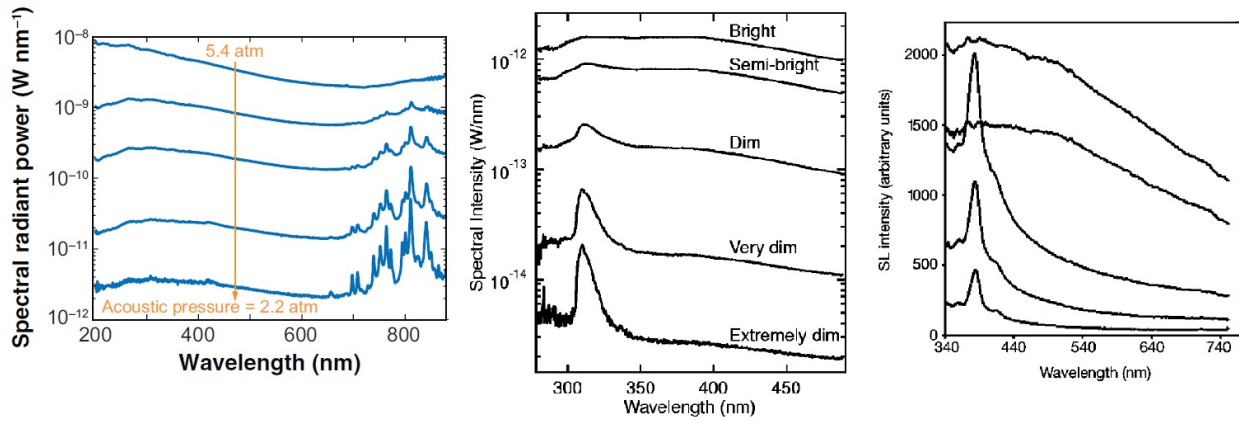
**Slika 7.** Sliki prikazujeta primerjavo med teoretičnimi izračuni (polna črta) in meritvami za razmerje med intenziteto svetlobe in dolžino utripa. + predstavlja helijev, • ksenonov, ▲ argonov in ◆ zračni mehurček. Neobarvani znaki so teoretični izračuni. (a) prikazuje višje intenzitete in dolžine pulzov, (b) pa nižje intenzitete

Kljub vsemu je ta model nepopoln in daje le prave oblike, ne pa velikosti in je preveč občutljiv na spremembe parametrov. Vseeno obstaja razmerje, ki ga model zelo dobro opiše, in sicer odvisnost dolžine utripa od intenzitete svetlobe pri mehurčku določene snovi pri določeni koncentraciji (spreminjali so  $P_a$ ). Tam je ujemanje z eksperimenti izvrstno, kar vidimo na sliki 7.

Pri modelu je torej potrebno izboljšati kar nekaj stvari. En primer je razumevanje vloge vodne pare ali pa razumevanje sonoluminiscence v novih kapljevinah.

### 3.3.2 Spektralne črte

Sonoluminiscenca nima diskretnega spektra, do katerega pride zaradi plazme oziroma ionizacije plina v mehurčku, kar dobro pojasni prej opisani model. Kljub temu pa je nenavadno, saj se



**Slika 8.** Prikazani so spektri v odvisnosti od  $P_a$ . Nižji kot je  $P_a$ , bolj so vidne spektralne črte (pri plesočih mehurčkih). **Leva slika** prikazuje spekter za Ar raztopljen v  $H_2SO_4$  (črta predstavlja Ar) [Sluslick (2007)], **sredinska slika** argonov mehurček v vodi (črta predstavlja OH) [Young (2001)], **desna slika** pa mehurček v adiponitrilu (črta predstavlja CN) [Didenko (2000)].

spekter pojavlja pri SLVM. A pri v poglavju o eksperimentih omenjenih plesočih mehurčkih spekter opazimo. Pri vodi so to spektralne črte za vzbujena stanja  $OH$  (slika 8, sredina), pri organskem adiponitrilu so to  $CN$  (slika 8, desno), pri žveplovi kislini v kateri je raztopljen Ar, pa so to spektralne črte za argon (slika 8, levo).

Ko nato zvišujemo  $P_a$  in posledično intenziteto, zvezni spekter volumskega sevalca zakrije spektralne črte in zato niso vidne. Tako ta model pojasni tudi ta pojav. S pomočjo intenzitete spektralnih črt se da izmeriti temperaturo plina [2] in tipično so tako izračunane temperature nekoliko nižje, kar je razumljivo, saj je mehurček bolj nestabilen in pri nižjih  $P_a$ .

#### 4. Kaj torej vemo?

Zdaj se lahko na hitro sprehodimo skozi celotni cikel argonovega mehurčka v vodi, kjer bomo zbrali trenutno razumevanje iz eksperimentov in modelov. Pri tem si bomo pomagali s sliko 9.

(1) *Razširjanje.* Mehurček se v  $\sim 15 \mu s$  zaradi negativnega okoliškega tlaka precej počasi razširja. V tem koraku je v temperaturnem in masnem ravnovesju. Ker se v mehurčku tlak zmanjšuje, vanj vdre veliko vodne pare in nekaj plina iz okoliške tekočine.

(2) *Prevoj pri maksimalnem radiju.* Okoliški tlak postane pozitiven in razširjanje se začne zavestavljati. Pri maksimalnem radiju ( $R_{max} \approx 7R_0$ ) vsebuje mehurček  $10^{10}$  atomov argona in  $10^{11}$  molekul vode.

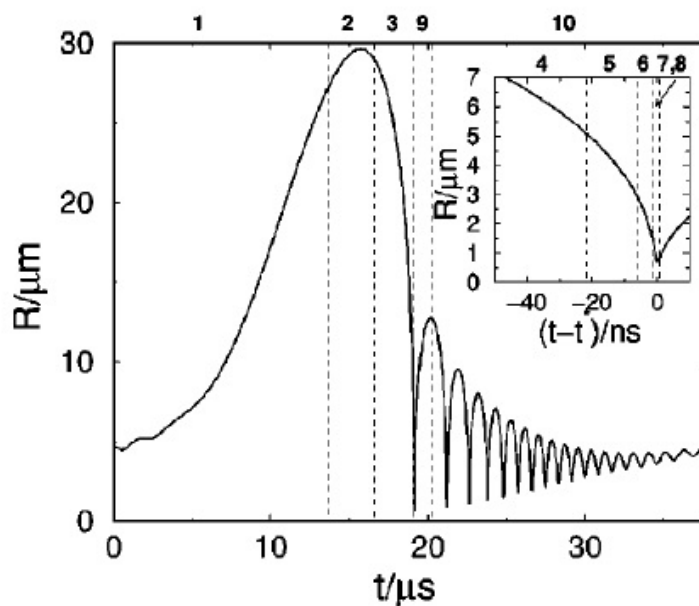
(3) *Rayleighjeva implozija.* Ko se zunanji tlak začne zviševati, se začne sesedanje. Ker je tlak znotraj mehurčka zelo nizek, je sesedanje zelo podobno sesedanju votline ( $R(t) = R_0[\frac{t_*-t}{t_*}]^{2/5}$ ). V času  $\sim 4 \mu s$  se radij iz maksimalnega spusti do ravnovesnega. Približno polovica vode v tem koraku kondenzira ven iz mehurčka in argon spet postane prevladujoči.

(4) *Ujetje vodne pare.* Približno 50 ns preden je dosežen minimalni radij, se stene mehurčka premikajo tako hitro, da vodna para ne more več uiti. Ujame se je okoli 20 %. Sistem še ni adiabatno in temperature so okoli 500 K.

(5) *Toplotna izoliranost.* Le  $\sim 30$  ns kasneje je hitrost roba že tako visoka, da toplota ne more več uiti iz mehurčka. Vse do ponovne razširitve je mehurček toplotno izoliran. Sedaj plin v mehurčku iz 80 % Ar in 20 %  $H_2O$  opisuje adiabatna enačba stanja s  $\kappa \approx 1,6$ . Temperatura se sedaj začne zviševati.

(6) *Disociacija molekul vodne pare.* Temperatura preseže 4000 K in voda se razcepi na radikale

OH in H, ki z endotermnimi kemijskimi reakcijami upočasnijo naraščanje temperature.



**Slika 9.** Slika predstavlja razne faze mehurčka. Črta predstavlja rešitev Rayleigh-Plessetove enačbe.

(7) *Sonoluminiscenca.* Temperatura okoli 10000 K je dosežena 100 ps pred maksimalno stisnjenostjo. Sedaj se delež Ar, O in H atomov ionizira in sproščeni prosti elektroni interagirajo z nevtralnimi atomi in ioni ter pri tem sevajo elektromagnetno valovanje od vidne do ultravijolične svetlobe. Opazimo sonoluminiscenco.

(8) *Maksimalna stisnjenost.* Na tej točki doseže gostota plina v mehurčku skoraj vrednosti trdne snovi. Upočasnitev sten mehurčka na skoraj nično hitrost ustvari motnje na stenah in povzroči predvsem velike izgube energije zaradi akustičnega sevanja. Dosežene so najvišje temperature in svetlobno sevanje tudi zato, ker je jedro pregosto, da bi omogočalo nadaljne endotermne reakcije.

(9) *Ponovna razširitev.* Mehurček izgubi 90 % energije in se razširi precej počasneje, kot se je sesedel. Nestabilnost na stenah mehurčka naraste in lahko uniči mehurček. Če preživi, se le majhno zmanjšanje radija ali temperature odraža v tem, da mehurček po 100-200 ps neha svetiti. Tudi kemijske reakcije nehajo teči in mehurček zopet preide v ravnovesno stanje.

(10) *Odboji.* Mehurček se zopet razširi, a na dosti manjši radij od maksimalnega, ter nato sesede. Med ponovnim odbijanjem ne more ponovno zasvetiti, čeprav pri kakšni drugi kapljevini lahko. Odboji naredijo mehurček nestabilen in počasi utripanje zamre, vse dokler zunanji tlak zopet ne postane negativen in mehurček ponovno razširi.

To je najboljše razumljen cikel in je povzet po [1]. A v drugih kapljevinah in pri drugih plinih zagotovo pride do nekoliko drugačnih procesov. Kaj se dogaja v vseh ostalih primerih je še vedno odprto vprašanje.

## 5. Uporabnost

Za zaključek se lahko vprašamo, če je tako specifičen pojav sploh lahko praktično uporaben. Čeprav se morda na prvi pogled zdi, da je odgovor nikalen, se praktična uporaba najde (Povzeto po člankih [1],[2],[3]).

Eden izmed načinov uporabe bi bilo recimo svetilo na SL, a obstaja toliko enostavnejših alternativ, da bi bilo to nesmiselno. Edini uporabni primer je sonofotoluminiscenca, kjer z sonoluminiscenco

vzbujamo fluorescenčne molekule, ki nato sevajo z dosti večjo intenziteto (Flourescenčne molekule so tiste, ki sevajo svetlobo po tem, ko jo absorbirajo).

Sonoluminiscenca je uporabna predvsem v kemiji, kjer z njo dosežemo prav posebne pogoje pri zelo visokih tlakih, temperaturah in frekvencah, ki jih sicer ne moremo doseči, in omogočajo nove vrste reakcij. Vendar pa je SLVM in SLEM še vedno preslabo razumljena, da bi lahko takšne reakcije izvedli dovolj natančno (ne vemo namreč niti tega, kje do reakcij pride: notri, na robu, nekje zunaj...). Tudi v industriji SL uporabe zaenkrat ne more najti, saj je premalo učinkovita. Tudi v medicini se kažejo možnosti uporabe. Če je sonoluminiscenca prisotna v raztopini zdravil in celic, dosti več zdravil pride v notranjost celic, saj se zaradi kavitacije zidovi celic rahlo poškodujejo, celice pa še vseeno ostanejo zdrave.

Zabaven primer iz narave je leta 2000 odkril Versluis (idr.), ko je s posnetki pokazal, da tudi določene vrste kozic (*alpheus heterochaelis*) izkoriščajo sonoluminiscenco. Tako hitro namreč stisnejo klešče, da nastane hiter ozek curek vode, ki ustvari kavitacijske mehurčke. Ko se ti mehurčki sesedejo zasvetijo in oddajo tako močan tlačni val, da lahko pokonča manjši plen in moti podmorske komunikacije.

Sicer pa je v javnosti SL znana po ugibanjih, da bi bila lahko zaradi svoje velike fokusirajoče moči orodje za izvajanje fuzijskih reakcij. Takemu pojavu pravimo *sonofuzija*. Eden izmed poskusov (Taleyerkhan idr. 2002), je celo zaznal fuzijsko reakcijo, vendar ponovitve poskusa niso uspele. Tako je raziskovanje sonofuzije zamrlo, ni pa zamrlo raziskovanje sonoluminiscence. Pojav je namreč tako kompleksen, da še vedno predstavlja izziv za sodobno fiziko, saj procesi, kot smo videli, še niso zadovoljivo razumljeni. Ne vemo namreč, kaj se še skriva za stenami mehurčka in prav mogoče je, da kaj zelo pomembnega in uporabnega. Zato se neprestano izvaja nove in nove eksperimente, ki pod vprašaj postavljajo uveljavljene modele. Od nekega zadovoljivega modela smo na žalost še vedno precej oddaljeni.

## LITERATURA

- [1] Brenner MP, Hingenfeldt S in Lohse D, *Single-bubble sonoluminescence*, Reviews of modern physics **74** (2002), 425–484.
- [2] Suslick KS in Flannigan DJ, *Inside a Collapsing Bubble: Sonoluminescence and the Conditions During Cavitation*, Annual Reviews of Physical Chemistry, **59** (2008), 659–683.
- [3] Borisenok VA, *Sonoluminescence: Experiments and Models (Review)*, Acoustical Physics, **61(3)** (2015), 308–332.
- [4] Marinenco N in Trillat JJ, *Action des ultrasons sur les plaques photographiques*, Proc. R. Acad. Sci. Amsterdam, **196** (1933), 858–860.
- [5] Frenzel H in Schultes H, *Lumineszenz im ultraschall-beschikten Wasser*, **27B** (1934), 421–424.
- [6] Crum LA in Reynolds GT, *Sonoluminescence produced by 'stable' cavitation*, The Journal of the Acoustical Society of America, **78** (1985), 137–139.
- [7] Gaitan DF, *Diplomska naloga*, The University of Mississippi, 1990.
- [8] Barber BP in Putterman SJ, *Observation of synchronous picosecond sonoluminescence*, Nature(London), **352** (1991), 318–320.
- [9] Wu CC in Roberts PH, *A model of sonoluminescence*, Proceedings of the Royal Society, **A 445** (1994), 323–349.
- [10] Gompf B, Gunther R, Nick G, Pecha R in Eisenmenger W, *Resolving sonoluminescence pulse width with time-correlated single photon counting*, Physical Review Letters, **79** (1997), 1405–1408.
- [11] Brennan T, *Understanding Sonoluminescence*, Morgan & Claypool Publishers, 2016.
- [12] Hilgenfeldt S in Lohse D, *Sonoluminescence: When bubbles glow*, Current Science, **78(3)** (2000), 238–240.
- [13] Hilgenfeldt S, Brenner MP, Grossmann s, Lohse D, *Analysis of Rayleigh-Plesset dynamics for sonoluminescing bubbles*, Journal of Fluid Mechanics, **365** (1998), 171–204, arXiv:chao-dyn/9805016.
- [14] Storey BD in Szeri Aj, *Water vapour sonoluminescence and sonochemistry*, Proc. R. Soc. London, **A 456** (2000), 1685–1709.
- [15] Toegel R, Gompf B, Pecha R in Lohse D, *Does Water Vapor Prevent Upscaling Sonoluminescence?*, Physical Review Letters, **85(15)** (2000), 3165–3168.
- [16] Siegel R in Howell JR, *Thermal Radiation Heat Transfer*, McGraw-Hill, New York, 1972.
- [17] Vong VQ in Szeri AJ, *Sonoluminescence and diffusive transport*, Physics of Fluids, **8** (1996), 2354–2364.

- [18] Zel'dovich YB in Raizer YP, *Physics of Shock Waves and High-Temperature Hydrodynamic Phenomena*, Dover Publications, New York, 1966.
- [19] Hilgenfeldt S, Grossmann S in Lohse D, *A simple explanation of light emission in sonoluminescence*, Nature (London), **398** (1999), 402–405.
- [20] Maiga MA, *Particle model od single mubble sonoluminescence*, International Journal of Physical Sciences, **11(19)** (2016), 252–261.
- [21] Leighton TG, *Derivation of the Rayleigh-Plesset Equation in Terms of Volume*, ISVR Technical Report No.308, 2007.
- [22] Antoš J, *Measurement of the Spectra of Single Bubble Sonoluminescence in water*, Institute od Experimental Physics, SAS, Košice, Slovaška, 2016.
- [23] Leong T, Yasui K, Kato K, Ashokkumar M in Kentish S, *Single Bubble Sonoluminescence and Bubble Surface Stability in Surfactant Solutions*, 19<sup>th</sup> Australasian Fluid Mechanics Conference, 2014.
- [24] Margulis MA in Margulis IM, *Contemporary review on nature of sonoluminescence and sonochemical reactions*, Ultrasonics Sonochemistry, **9** (2002), 1–10.
- [25] Eddingsaas NC in Suslick KS, *Evidence for a Plasma Core during Multibubble Sonoluminescence in Sulfuric Acid*, Journal of the American Chemical Society, **129(13)** (2007), 3838–3839.
- [26] Bandara V, Herath P in Nanayakkara A, *Temperature dependence of single-bubble sonoluminescence threshold in sulfuric acid: An experimental study*, Physical Review, **E91** (2015), 063015.
- [27] Leong T, Yasui K, Kato K, Harvie D, Ashokkumar M in Kentish S, *Effect of surfactants on single bubble sonoluminescence behavior and bubble surface stability*, Physical Review, **E89** (2014), 043007.