

# DISKRETNI ČASOVNI KRISTALI

ANDRAŽ GNIDOVEC

Fakulteta za matematiko in fiziko  
Univerza v Ljubljani

Predstavljen je koncept spontanega zloma diskretne simetrije translacije časa ter definicija diskretnih časovnih kristalov. Opisane so ovire za njihov obstoj ter pogoji, potrebni za njihovo realizacijo. Prikazana sta model in eksperiment ter njuni rezultati.

## DISCRETE TIME CRYSTALS

Introduced here are concept of spontaneous discrete time translation symmetry breaking and definition of discrete time crystals. Challenges facing the idea and conditions for their realization are described. A model and an experiment are also presented along with their respective results.

### 1. Uvod

Časovni kristali so razmeroma mlad koncept – prvi je o njih v dveh člankih teoretiziral Nobelov nagrajenec Frank Wilczek leta 2012 [1], [2]. V prvem članku se je omejil na klasične sisteme, v drugem pa je predstavil kvantne časovne kristale, ki so fizikalno bolj zanimivi in so bili deležni precej več pozornosti. Obstoj kvantnih časovnih kristalov, kot si ga je zamislil Wilczek, je bil leta 2015 ovržen [3], a kmalu za tem se je pojavil nekoliko drugačen pojem t.i. diskretnih časovnih kristalov [4], [5], ki lahko obstajajo v periodično vzbujanih sistemih in sta jih leta 2016 eksperimentalno ustvarili dve neodvisni skupini [6], [7].

#### 1.1 Spontan zlom simetrije

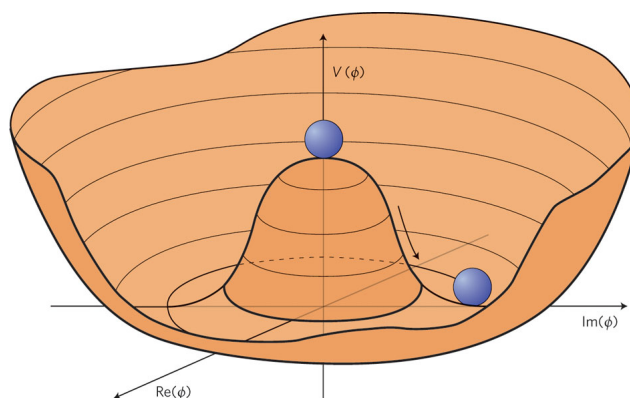
Za obravnavo časovnih kristalov je nujno poznavanje koncepta spontanega zloma simetrije, ki v moderni fiziki pogosto zavzema osrednjo vlogo. Do takega zloma pride, ko osnovno stanje sistema ne kaže več vseh simetrij hamiltoniana. Med primere sistemov z zlomljeno simetrijo štejemo na primer superprevodnike, feromagnete, Bose-Einsteinove kondenzate ter seveda kristale. Komentirajmo slednje nekoliko bolj podrobno, saj so nam verjetno najbolj domači. Pri njihovem nastanku pride do zloma simetrije translacije prostora – kristal ni več invarianten na translacijo za poljuben vektor, kot to velja za kapljevine in pline, ampak le na translacijo za vektor, ki je linearna kombinacija primitivnih osnovnih vektorjev kristalne mreže (diskretna simetrija translacije prostora).

Poglejmo si še en primer. V fiziki delcev naletimo na potencial "mehiški klobuk". Zapišemo ga lahko kot

$$V(\phi) = -10|\phi|^2 + |\phi|^4, \quad (1)$$

kjer je  $\phi \in \mathbb{C}$ , tako da je  $|\phi|$  oddaljenost od izhodišča [8]. Ta potencial je rotacijsko simetričen (slika 1). Zamislimo si sedaj delec v takem potencialu pri  $\phi = 0$ , torej v nestabilnem ravnovesnem stanju, ki je tudi rotacijsko simetrično. Potencial ima neskončno število možnih minimumov, torej stabilnih stanj za naš delec, ki pa te simetrije ne kažejo več. Ko delec pade iz labilnega v stabilno stanje, pride do spontanega zloma rotacijske simetrije – sistem ne kaže več simetrije potenciala, ki pa seveda ostane rotacijsko simetričen.

Ker se zdi, da je možen zlom skoraj vsake simetrije, se seveda pojavi vprašanje, ali je možno tudi kršenje časa tako fundamentalnega, kot je simetrija translacije časa, in prav to je ideja, ki jo je želel raziskati Wilczek.



**Slika 1.** Prikazan je potencial "mehiški klobuk". V labilni legi pri  $\phi = 0$  je sistem rotacijsko simetričen, ob prehodu v eno od neskončno stabilnih leg pa pride do spontanega zloma te simetrije [9].

## 1.2 Rigidnost

S spontanim zlomom simetrije je fundamentalno povezan tudi koncept rigidnosti, ki ga najlažje predstavimo na kristalih. Če premaknemo en konec kristalne snovi, se bo drug konec premaknil za enako razdaljo. Mikroskopsko gledano, ko na del kristalne rešetke delujemo z neko silo, se bo rešetka mestoma sicer nekoliko deformirala (elastična energija), a bo to silo prenesla na druge dele sistema. Rešetka je pri tem še vedno v termičnem ravnovesju – energijsko je bolj ugodno, da je simetrija zlomljena enako po celotnem sistemu. Prenos sile se zgodi tudi brez posredovanja nekega toka, v nasprotju s prenosom v viskozni tekočini (fazi brez zlomljene simetrije). Da zlomimo rigidnost našega kristala, moramo nekemu njegovemu makroskopskemu delu dovesti svojo kondenzacijsko energijo, ki pa je zelo velika. [10]

Tak koncept rigidnosti, torej neke stabilnosti stanja z zlomljeno simetrijo na zunanje motnje, lahko spoplošimo za vse primere spontano zlomljene simetrije. Kot drugi primer omenimo feromagnete. Tu s počasnimi, majhnimi koraki, kot je na primer obračanje spinov enega po enega, ne moremo spremeniti smeri magnetizacije, morali bi obrniti vse spine v domeni naenkrat. Ker gre pri potencialnem časovnem kristalu prav tako za spontan zlom simetrije, mora ta zadostiti tudi rigidnosti.

## 1.3 Kvantni časovni kristali

Na kratko si sedaj pogledjmo kvantne časovne kristale, kot si jih je zamislil Wilczek. Njegova definicija časovnega kristala je sistem, ki v kvantnomehanskem osnovnem stanju kaže periodične oscilacije neke opazljivke. Tak sistem bi imel očitno zlomljeno simetrijo translacije časa, saj ne bi bil invarianten na translacijo časa za neko poljubno vrednost. Skladno s to definicijo na prvi pogled morda izgleda, da kvantni časovni kristali ne obstajajo. Intuitivno to lahko razložimo s tem, da v ravnovesnih stanjih opazljivke niso odvisne od časa. Če hamiltonian  $H$  ni odvisen od časa, lahko na sistem delujemo s poljubnim časovno neodvisnim operatorjem  $O$ , za katerega pa lahko zapišemo časovni razvoj v Heisenbergovi sliki kot

$$\langle \Psi | \dot{O} | \Psi \rangle = i \langle \Psi | [H, O] | \Psi \rangle, \quad (2)$$

kar je enako 0 za vsako lastno stanje hamiltoniana  $\Psi = \Psi_E$ . V zapisu enačbe (2) smo upoštevali  $\hbar = 1$ , kar velja skozi celoten članek. Tako se zdi, da ne obstaja noben ureditveni parameter, ki bi lahko povzročil spontan zlom simetrije translacije časa. Wilczek na začetku svojega članka tudi priznava, da bi bil sistem v fazi časovnega kristala, torej z nekim gibanjem v osnovnem stanju, nevarno blizu izpolnitvi pogojev *perpetuumumobile*.

Wilczek je sicer našel sistem, ki je na videz izpolnjeval njegovo definicijo, vendar ni dokazal, da ne

obstajajo stanja sistema z nižjo energijo od najdenega oscilirajočega stanja, ki naj bi predstavljalo časovni kristal. Njegova rešitev je kazala tudi določene nefizikalne posledice, kot je na primer potencialno kršenje zakona o ohranitvi energije. To je zmotilo Patricka Bruna, ki je v svojem komentarju na Wilczekov članek pokazal, da njegova rešitev ni ustrezna. Našel je stanje sistema z nižjo energijo, ki je tudi stacionarno [11].

V literaturi se je začela debata o obstoju časovnih kristalov. Wilczekova izvirna ideja se je dokončno izkazala za nepravilno leta 2015, ko je bilo dokazano, da v termičnem ravnovesju ne morejo obstajati [3]. Iskanje časovnih kristalov se je tako nadaljevalo v neravnovesnih sistemih.

## 2. Periodično vzbujani sistemi in diskretni časovni kristali

Prvotna definicija zloma simetrije translacije časa očitno ne bo več ustrezna – v termičnem ravnovesju bodo namreč pričakovane vrednosti opazljivk neodvisne od časa. Tako moramo poiskati drugačen način zloma simetrije translacije časa, pri tem pa si lahko pomagamo z rešitvami spontanega zloma drugih simetrij. V sistemu s spontano zlomljeno simetrijo pride tudi do zloma ergodičnosti. Hipoteza ergodičnosti nam pove, da bo sistem preko dolgega časa v vsakem delu faznega prostora enako dolgo. Zlom ergodičnosti se lahko manifestira v makroskopskih sistemih tako, da bo čas, ki ga potrebuje sistem za raziskanje celotnega faznega prostora, zelo velik – življenjska doba stanja z zlomljeno simetrijo bo divergirala v odvisnosti od velikosti sistema. Tako lahko za zlom simetrije translacije časa poskušamo najti stanje, za katerega bo čas prehoda v časovno neodvisno stanje eksponentno odvisen od velikosti sistema [4].

### 2.1 Nova definicija

Kot primer zloma ergodičnosti si pogledjmo Isingov model s hamiltonianom  $H(\sigma) = -\sum_{\langle ij \rangle} J_{ij} \sigma_i \sigma_j$ , v katerem upoštevamo samo interakcije med sosednjima spinoma  $\sigma_i$  in  $\sigma_j$  – notacija  $\langle ij \rangle$  (kasneje bomo uporabili tudi daljnosežni Isingov model, kjer lahko med sabo interagirajo vsi spini). Stanje sistema spinov kaže Isingovo simetrijo, če je njegova energija invariantna na obrat vseh spinov. Vemo, da je pod Curiejevo temperaturo sistem spinov preferenčno v stanju z od nič različno magnetizacijo. Osnovni stanji, ki bi upoštevali simetrijo

$$|\pm\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \left( |\uparrow \cdots \uparrow\rangle \pm |\downarrow \cdots \downarrow\rangle \right) \quad (3)$$

sta namreč nefizikalni, saj bi se pokvarili pri kakršnikoli sklopitvi sistema z okolico in v končnem času tudi ne moreta biti doseženi z delovanjem nobenega operatorja časovnega razvoja na neko začetno stanje. Fizikalni stanji  $|\uparrow \cdots \uparrow\rangle$  in  $|\downarrow \cdots \downarrow\rangle$  sta linearni kombinaciji zgornjih stanj  $|+\rangle$  in  $|-\rangle$ . Ti očitno zlomita tako Isingovo simetrijo, kot tudi ergodičnost – če bi sistem lahko raziskal vsa stanja, bi bila namreč magnetizacija, povprečena po času, enaka nič.

Da bo stanje zlomilo simetrijo translacije časa, mora časovno oscilirati. To bo mogoče le, če je sestavljeno kot superpozicija stanj, ki se bodo pod vplivom operatorja časovnega razvoja spreminjala z različno frekvenco (imela bodo torej različne lastne vrednosti). Vpeljimo operator diskretnega časovnega razvoja  $U = e^{-iTH}$ , s katerim bomo kasneje opisali periodično vzbujane sisteme s periodo  $T$ . Stanji  $|+\rangle$  in  $|-\rangle$  sta v termodinamski limiti lastni stanji  $U$  z enakima lastnima vrednostima, vendar si za zgled pogledjmo, kaj dobimo, če bi bili lastni vrednosti različni, na primer  $e^{-i\omega_+}$  in  $e^{-i\omega_-}$ . Časovni razvoj teh stanj je torej do faze natančno neodvisen od časa. Pogledjmo, kaj se zgodi s stanjem  $|\uparrow \cdots \uparrow\rangle$ , če nanj ( $n$ -krat) delujemo z operatorjem  $U$ . Dobimo

$$U^n |\uparrow\rangle \propto \cos(\Omega n) |\uparrow \cdots \uparrow\rangle - \sin(\Omega n) |\downarrow \cdots \downarrow\rangle, \quad (4)$$

kjer je  $\Omega = \frac{1}{2}(\omega_+ - \omega_-)$  – časovni razvoj stanja je torej netrivialen.

Časovnih kristalov ne bomo več iskali v ravnovesnih sistemih, temveč v neravnovesnih. Ena od možnosti, da sistem držimo izven termodinamičnega ravnovesja, je tudi periodično vzbujanje – obravnavali bomo tako imenovane Floquetove sisteme s periodo vzbujanja  $\omega = 2\pi/T$ . Razvoj takega sistema lahko opišemo s časovno odvisnim hamiltonianom, za katerega velja diskretna simetrija translacije časa  $H(t+T) = H(t)$ . Zlom diskretne simetrije translacije časa se bo v takem sistemu zgodil takrat, ko bodo pričakovane vrednosti posameznih operatorjev invariantne samo na časovne translacije za nek večkratnik osnovne periode  $nT$  ( $n > 1$ ) – sistem se bo odzival le z delom  $\omega/n$  frekvence vzbujanja [4]. Poiskati moramo torej tak hamiltonian  $H$ , za katerega bo ta pogoj izpolnjen.

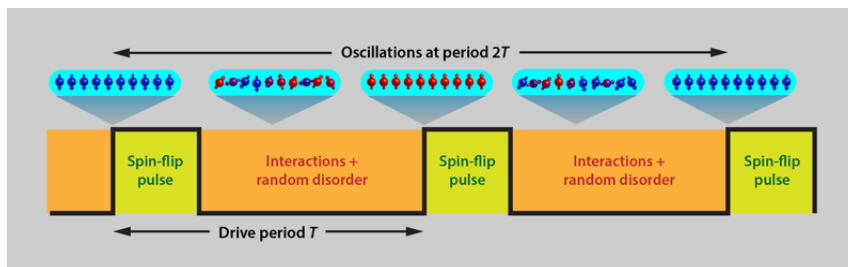
Na tem mestu omenimo še, da bomo obravnavali samo sisteme v fazi večdelčne lokalizacije. V takih sistemih se vsa lastna stanja (hamiltoniana v statičnem primeru oz. operatorja diskretnega časovnega razvoja v primeru vzbujanja) obnašajo kot osnovna stanja, zato se lahko spontan zlom simetrije zgodi v vseh lastnih stanjih [4]. Da lahko dosežemo večdelčno lokalizacijo moramo sistem vzbujati ob prisotnosti močnega nerada, to je neke naključne motnje, saj bi v nasprotnem primeru kvantni sistem energijo vzbujanja absorbiral in se pri tem segreval [6].

## 2.2 Model

Obravnavajmo enodimenzionalni sistem polovičnih spinov in vzemimo periodični hamiltonian  $H$  s periodo  $T = T_1 + T_2$ , ki naj deluje v dveh korakih,

$$H(t) = \begin{cases} H_1 \equiv g(1 - \epsilon) \sum_i \sigma_i^x, & 0 < t < T_1 \\ H_2 \equiv \sum_i (J_z \sigma_i^z \sigma_{i+1}^z + B_i^z \sigma_i^z), & T_1 < t < T. \end{cases} \quad (5)$$

Tu so  $\sigma^\gamma$  ( $\gamma \in \{x, y, z\}$ ) Paulijeve operatorji,  $B_i^z \in [0, W]$  pa je magnetno polje v smeri osi  $z$  na mestu  $i$ -tega spina in služi za povzročanje nerada, potrebnega za večdelčno lokalizacijo – to polje bo na mestu vsakega posameznega spina zasedlo naključno vrednost med 0 in  $W$ .  $H_1$  poskrbi za obrat spinov –  $g$  je parameter obrata,  $\epsilon$  pa majhna perturbacija tega parametra.  $H_2$  predstavlja medsebojne interakcije med spini ter interakcije spinov z naključnim zunanjim poljem. Razložimo sedaj vpliv hamiltoniana  $H$  podrobneje – pogledali si bomo delovanje operatorja diskretnega časovnega razvoja  $U = U_2 U_1 = e^{-iT_2 H_2} e^{-iT_1 H_1}$ , ki nas tudi zanima v iskanju časovnih kristalov. Spomnimo se, da operator  $e^{-i\frac{\phi}{2} \sigma_j^\gamma}$  ravno zasuka  $j$ -ti spin za kot  $\phi$  okoli ene izmed osi ( $\gamma$ ). Za operator  $U_1$  dobimo  $U_1 = e^{-igT_1 \sum_j \sigma_j^x}$ , in če vzamemo taki vrednosti  $g$  in  $T_1$ , da velja  $gT_1 = \pi/2$ , predstavlja  $U_1$  ravno obrat vseh spinov okoli osi  $x$  (rotacija za  $\pi$  v času  $T_1$ ). Tudi Isingov člen ter naključna motnja, zajeta v operatorju  $U_2$ , bosta rotirala spine, tokrat okoli osi  $z$ . Isingova interakcija rotacije sosednjih spinov seveda sklopi. Delovanje operatorja  $U$  je shematično prikazano na sliki 2.



**Slika 2.** Tu je prikazan model časovnega kristala. Spine najprej (lahko neperfektno) zarotiramo, nato pa jih prepuščimo medsebojnim interakcijam ter interakcijam z zunanjim poljem. Opazimo, da bo perioda oscilacij spinov enaka  $2T$  in tako dvakrat večja od periode vzbujanja  $T$  operatorja  $U$  [12].

Sedaj lahko pokažemo, da zgornji model potencialno res predstavlja časovni kristal. Zanimajo nas lastna stanja operatorja  $U$ . Da jih lažje določimo, si pogledjmo najprej lastna stanja hamiltoniana  $H_2$ . To so kar produktna stanja lastnih stanj operatorjev  $\sigma_i^z$  z lastnimi vrednostmi  $s_i = \pm 1$ , na

primer  $|\uparrow\downarrow\uparrow\downarrow\cdots\rangle$ . V splošnem neko lastno stanje  $H_2$  označimo s  $|\{s_i\}\rangle$ , kjer velja  $\sigma_k^z |\{s_i\}\rangle = s_k |\{s_i\}\rangle$  in

$$H_2 |\{s_i\}\rangle = (E^+(\{s_i\}) + E^-(\{s_i\})) |\{s_i\}\rangle. \quad (6)$$

Tu smo vpeljali  $E^+(\{s_i\}) = \sum_i J_z s_i s_{i+1}$  in  $E^-(\{s_i\}) = \sum_i B_i^z s_i$ . Upoštevamo še, da operator  $U_1$  ravno obrne vse spine,  $U_1 |\{s_i\}\rangle = |-\{s_i\}\rangle$ . Tako lahko izračunamo lastna stanja  $U$

$$\Psi_{\pm}(\{s_i\}) = \frac{1}{\sqrt{2}} \left( e^{iE^-(\{s_i\})} |\{s_i\}\rangle \pm e^{-iE^-(\{s_i\})} |-\{s_i\}\rangle \right), \quad (7)$$

z lastnimi vrednostmi

$$\lambda(\{s_i\}) = \pm e^{iE^+(\{s_i\})}. \quad (8)$$

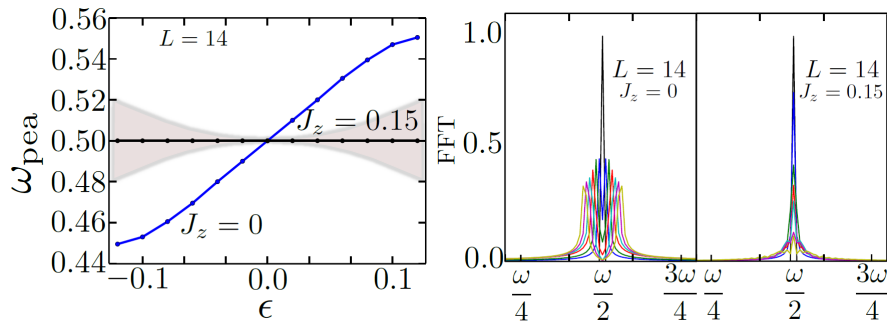
Neko stanje  $|\{s_i\}\rangle$  lahko torej zapišemo kot linearno kombinacijo funkcij  $\Psi_{\pm}(\{s_i\})$ ,

$$|\{s_i\}\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} e^{-iE^-(\{s_i\})} (\Psi_+(\{s_i\}) + \Psi_-(\{s_i\})), \quad (9)$$

ki pa imata pod operatorjem  $U$  različni lastni vrednosti. V skladu z zgornjim premislekom (enačba (4)) lahko sumimo, da smo našli diskretni časovni kristal.

### 2.3 Numerična analiza

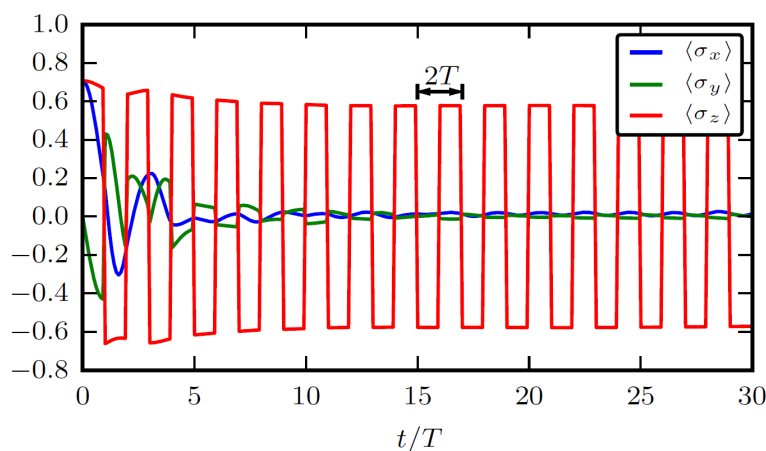
Za boljšo predstavo o takem diskretnem časovnem kristalu si pogledjmo idealni sistem nesklopljenih spinov, naj bo torej  $\epsilon = J_z = 0$ . Začetno stanje sistema naj bo  $|\psi\rangle = |\{s_i\}\rangle$  (vsi spini so orientirani v smeri osi  $z$ ). Kot že omenjeno, operator  $U_1$  obrne vse spine in  $|\psi_1\rangle = |-\{s_i\}\rangle$ . Pri tem bodo vsi spini še vedno orientirani v smeri osi  $z$  in operator  $U_2$  bo sistemu le dodal neko fazo  $\theta$ , torej  $|\psi_2\rangle = e^{i\theta} |-\{s_i\}\rangle$ . Ob vsaki periodi, torej časih  $T, 2T, \dots$  bi lahko sedaj izmerili avtokorelacijsko funkcijo  $R(t) = \langle \sigma_i^z(t) \sigma_i^z(0) \rangle$ . Ker je vsak spin zasukan natanko enkrat na periodo  $T$  sledi, da je  $R(t)$  periodična s periodo  $2T$  – dobimo torej subharmonski odziv pri polovici frekvence vzbujanja  $\omega/2$ , kar že izgleda kot časovni kristal.



**Slika 3.** Rezultati numerične simulacije sistema 14 spinov, povprečeni preko 200 konfiguracij nereda. Levo: diagram prikazuje frekvenco Fourierovega vrha v odvisnosti od  $\epsilon$ . Opazimo, da je za nesklopljen primer  $J_z = 0$  frekvenca vrha odvisna od  $\epsilon$ , za  $J_z \neq 0$  pa lega vrha ostane fiksirana pri  $\omega/2$ . Desno: Reprezentativna realizacija Fourierovega odziva sistema nanašajoč se na vrednosti  $\epsilon$  iz leve slike [5].

Da lahko dejansko govorimo o zlomu simetrije, se spomnimo, da mora tako stanje zadostiti tudi rigidnosti. Biti mora obstojno pri majhnih perturbacijah parametrov, v našem primeru torej za  $\epsilon \neq 0$  (nenatančen zasuk spinov okoli osi  $x$ ). Za sistem nesklopljenih spinov ugotovimo, da  $\epsilon \neq 0$  takoj uniči odziv pri  $\omega/2$ . Za  $\epsilon > 0$  se frekvenčni vrh razcepi, kar lahko vidimo na sliki 3 desno. Povsem drugačno je obnašanje sistema ob upoštevanju Isingovih interakcij  $J_z \neq 0$ . V tem primeru nepopolne rotacije spinov ne razcepijo več vrha Fourierovega odziva, ampak se ta nahaja točno pri  $\omega/2$ , kar kaže robustnost odziva sistema (slika 3 levo). Prav ta neobčutljivost na majhna odstopanja

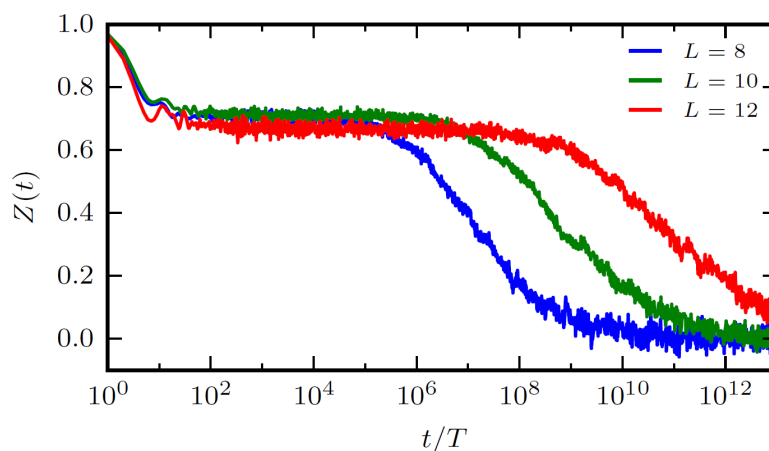
je tudi bistvo diskretnega časovnega kristala [5]. Opazimo pa, da se z večanjem  $\epsilon$  magnituda vrha pri  $\omega/2$  zmanjšuje. Pri neki vrednosti bo postala tako majhna, da bo sistem prešel v trivialno paramagnetno stanje.



**Slika 4.** Časovna odvisnost pričakovanih vrednosti  $\langle \sigma_i^x \rangle$ ,  $\langle \sigma_i^y \rangle$  in  $\langle \sigma_i^z \rangle$ , povprečena preko 146 konfiguracij nereda. Upoštevali smo povprečje za spine ležeče na sredini verige dolžine  $L = 200$ ,  $i \in \{50, 150\}$ , ter  $\epsilon = 0, 19$ . Absolutni vrednosti  $\langle \sigma_i^x \rangle$  in  $\langle \sigma_i^y \rangle$  se hitro približata 0, medtem ko  $\langle \sigma_i^z \rangle$  periodično oscilira [4].

Poglejmo sedaj še nekaj rezultatov numerične analize operatorja  $U$ . Najprej si pogledimo, kako se pričakovane vrednosti posameznih operatorjev spina spreminjajo s časom. V ta namen vzemimo sistem  $L = 200$  delcev v začetnem stanju  $[\cos(\pi/8)|\uparrow\rangle + \sin(\pi/8)|\downarrow\rangle]^{\otimes L}$ . Rezultat lahko vidimo na sliki 4. Po začetnem prehodu res opazimo oscilacije s frekvenco  $\pi/T$ , kar je polovica frekvence vzbujanja. Omeniti velja še, da smo tu obrat spinov izvedli v trenutku, zato so oscilacije stopničaste.

Analiza, prikazana na sliki 4, nam lahko prikaže samo razvoj sistema pri majhnih časih in potrebno je še pokazati, da je sistem stabilen dalj časa – zanimal pa nas bo čas, v katerem magnetizacija pade na 0. To lahko dosežemo z analizo manjših sistemov. Začeli bomo v poljubnem produktne stanju spinov v smeri osi  $z$  ter izračunali povprečno vrednost magnetizacije  $Z(t) = (-1)^t \langle \sigma_i^z(t) \rangle \text{sign}(\langle \sigma_i^z(0) \rangle)$  preko 500 realizacij nereda na neki poziciji  $i$ . Prikaz za tri različne velikosti sistema  $L$  lahko vidimo na sliki 5. Po začetnem upadu te količine opazimo, da bodo vrednosti naprej konstantne do časov, ki naraščajo eksponentno z velikostjo sistema. To je tudi v skladu z našim razmislekom z začetka poglavja.



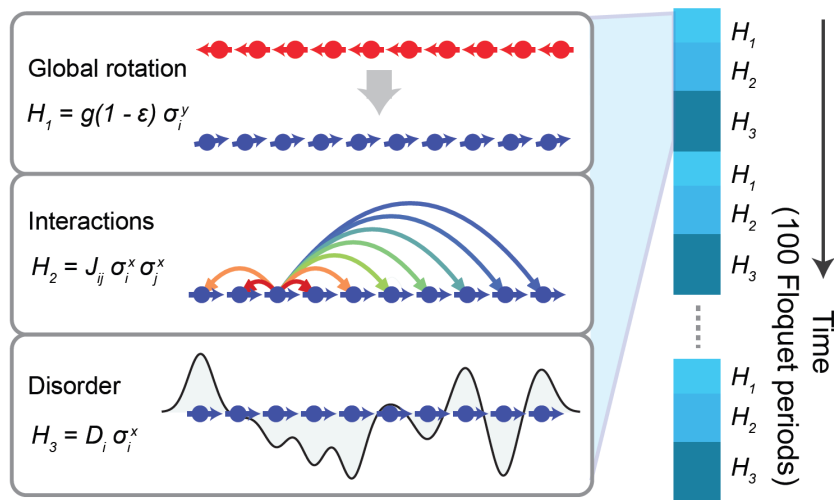
**Slika 5.** Razpad po neredu povprečne magnetizacije  $Z(t)$  za tri različne velikosti sistema  $L$ . Ugotovimo, da  $Z(t)$  z večanjem sistema pade na 0 po eksponentno daljših časih [4].

Numerična analiza tudi pokaže, da je časovni kristal le faza znotraj večdelčne lokalizacije. Določimo lahko fazni diagram ter lastnosti faznih prehodov. Obsežnejši komentar na to temo je vključen v naslednjem poglavju.

### 3. Opazovanje diskretnega časovnega kristala

Na podlagi modela, predstavljenega v prejšnjem poglavju, je dvema neodvisnima skupinama raziskovalcev uspelo časovne kristale opazovati tudi eksperimentalno – skupina Univerze v Marylandu je demonstracijo časovnega kristala dosegla s pomočjo ujetih ionov, skupina s Harvarda pa je uporabila spinske nečistoče v diamantu. V tem članku bom predstavil le rezultate prve skupine, saj sta eksperimenta zelo podobna.

#### 3.1 Metoda



**Slika 6.** Zaporedno v času uporabimo tri hamiltoniane.  $H_1$  obrne spine,  $H_2$  predstavlja daljnosežne Isingove interakcije,  $H_3$  pa nered. Gledamo razvoj sistema za 100 period [6].

Za nadzorovano opazovanje časovnega kristala moramo imeti možnost neodvisno spreminjati tri že omenjene komponente: vzbujanje, interakcije in nered. V eksperimentu je bil uporabljen hamiltonian (slika 6), različen od hamiltoniana v enačbi (5) v tem, da so bile medsebojne interakcije med spini časovno ločene od nereda (velja  $T = T_1 + T_2 + T_3$ ), Isingove interakcije pa niso upoštevane le med sosednjimi spini, ampak med vsakim parom spinov.

$$H(t) = \begin{cases} H_1 \equiv g(1 - \epsilon) \sum_i \sigma_i^y, & T_1 \\ H_2 \equiv \sum_{ij} J_{ij} \sigma_i^x \sigma_j^x, & T_2 \\ H_3 \equiv \sum_i B_i^x \sigma_i^x, & T_3. \end{cases} \quad (10)$$

Smeri polj in spinov so v primerjavi s hamiltonianom v enačbi (5) tu, zaradi formalnih razlogov, drugačne, a konsistentne. Polje nereda  $B_i^x$  spet navzgor omejimo z neko vrednostjo  $W$ . Hamiltonianu pripadajoč operator diskretnega časovnega razvoja je  $U(T) = U_3 U_2 U_1 = e^{-iH_3 T_3} e^{-iH_2 T_2} e^{-iH_1 T_1}$ .

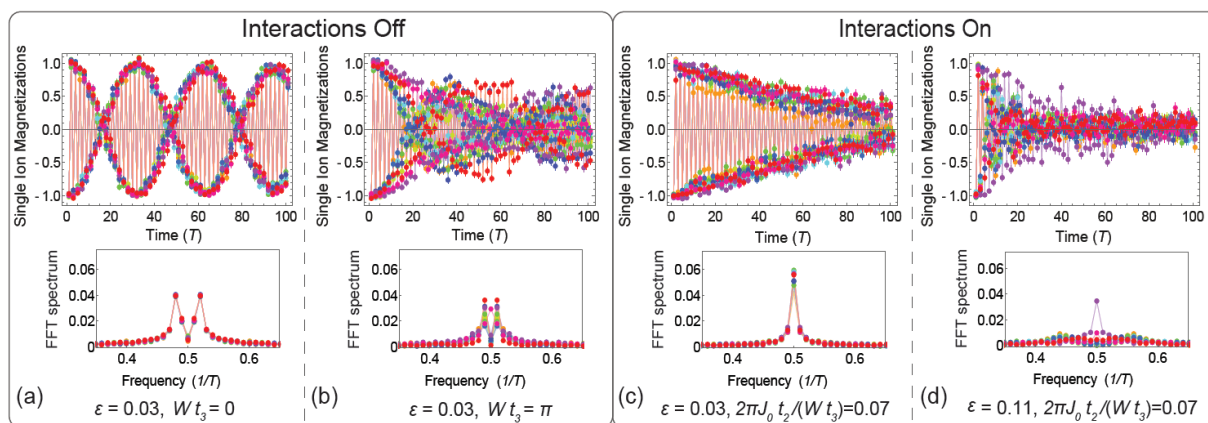
V poskusu so bili uporabljeni iterbijevi ioni  $^{171}\text{Yb}^+$  z efektivnim spinom  $1/2$  v stanjih hiperfine strukture  $^2S_{1/2} |F=0, m_F=0\rangle$  in  $|F=1, m_F=0\rangle$ . Energijska razlika med stanjema je 12.642831 GHz, označili pa ju bomo z  $|\downarrow\rangle_z$  in  $|\uparrow\rangle_z$ . Verigo 10 ionov ujamemo v kvadrupolni pasti, v kateri spreminjamo polje z zelo visoko frekvenco, tako da ne morejo pobegniti. Tako past imenujemo radiofrekvenčna oz. Paulova past po njenem izumitelju. Vsakega od spinov pripravimo v stanju  $|\psi\rangle = |\downarrow\rangle_x = \frac{1}{\sqrt{2}}(|\downarrow\rangle_z + |\uparrow\rangle_z)$ . V takem dvonivojskem sistemu lahko s pomočjo oscilirajočega

elektromagnetnega polja dosežemo, da bo sistem ciklično absorbiral in emitiral fotone (emisija je stimulirana), ter s tem prehajal med stanjema  $|\downarrow\rangle_z$  in  $|\uparrow\rangle_z$  – koeficienti linearne kombinacije se bodo oscilatorno spreminjali s časom. Tak cikel imenujemo Rabijev cikel, frekvenco spreminjanja pa Rabijeva frekvenca (v našem primeru je Rabijeva frekvenca ravno  $g$ ). Vsaka sprememba v frekvenci laserskih pulzov pomeni, da spinov ne zarotiramo za natanko  $\pi$ . Daljnosežno Isingovo interakcijo, ki ji lahko spreminjamo moč, ter nered prav tako dosežemo z uporabo laserjev. Magnetizacijo vsakega spina določimo s tem, da posnamemo od spina odvisno fluorescenco, kar nam omogoča, da z veliko natančnostjo (zaupanje  $> 98\%$ ) določimo spin posameznega iona v poljubni smeri.

Komentirajmo sedaj posamezne elemente časovnega razvoja sistema. Kot zasuka spinov je seveda enak  $2gT_1 = \pi$ , s perturbacijami velikosti  $\epsilon\pi$ , kjer  $\epsilon < 0,15$ . Pri rotaciji lahko pride do napak zaradi nestabilnosti intenzitete laserja (1% rms) ter tudi zaradi optičnih nehomogenosti ( $< 5\%$ ) preko verige ionov, zaradi oblike laserskih žarkov, s katerimi obračamo spine. Napake obeh efektov lahko z uporabo primerne metode odstranimo ter tako dosežemo natančnost rotacije spinov z napako manjšo od 0,5%. Daljnosežne Isingove interakcije padajo približno kot  $J_{ij} \propto J_0/|i-j|^\alpha$ . Tu je  $J_0$  maksimalna sklopitev med sosednjima spinoma, eksponent pa znaša  $\alpha = 1,51$ . V komponenti nereda operatorja  $U$  nastavimo maksimalno možno vrednost  $W$  tako, da bo za varianco veljalo  $WT_3 = \pi$ .

### 3.2 Rezultati

Merjenje velikosti spinov v smeri osi  $x$  nam omogoči izračun avtokorelacijske funkcije  $R(t)$ , ki smo jo definirali že v poglavju 2,  $R(t) = \langle \sigma_i^x(t) \sigma_i^x(0) \rangle$ . Pustimo, da se sistem razvija  $N = 100$  period, pri čemer posamezna perioda znaša  $T = 74\text{--}75 \mu\text{s}$  (odvisno od parametrov hamiltoniana). Rezultate meritev lahko vidimo na sliki 7. Če vklopimo samo rotacije spinov (slika 7a), bo zaradi od nič različnega  $\epsilon$  vsaka rotacija nekoliko manjša od  $\pi$ , zato se bo tudi vrednost spina v smeri osi  $x$  po velikosti preko več period sistema spreminjala. Ob dodatku nereda (slika 7b) pridejo spini zaradi različnih vrednosti  $B_i$  – in s tem različnih Larmorjevih frekvenc – iz faze. Ko vključimo še sklopitev med spini, vsi nihajo s frekvenco enako  $\omega/2$ .

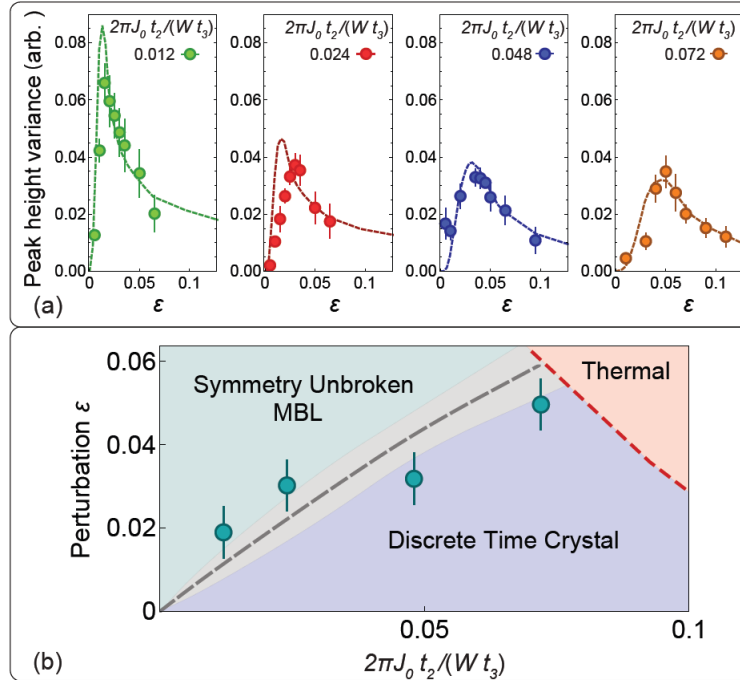


**Slika 7.** Časovni razvoj magnetizacije  $R(t)$  in njegov Fourierov spekter za vsak spin. (a) Izvajamo samo obrate spinov. Magnetizacija časovno utripa, Fourierov spekter pa se razcepi na dva vrha. (b) Obrat spinov in nered. Spini pridejo iz faze zaradi različnih Larmorjevih frekvenc. (c) Časovni razvoj, ki ga določa celoten  $U$ . Dobimo odziv sistema pri točno polovici periode vzbujanja. (d) Pri večjih vrednostih  $\epsilon$  do zloma simetrije translacije časa ne pride [6].

Kot že omenjeno, je časovni kristal posebna faza neravnovesnega sistema. Fazne meje določa moč Isingovih interakcij  $J_0$  ter nepravilnosti pri vzbujanju  $\epsilon$ . Fazni diagram je prikazan na sliki 8b, kjer je s črtkano črto označena numerično izračunana fazna meja. Opazimo, da pri visokih vrednostih  $\epsilon$  sistem preide v stanje brez zlomljene simetrije (se stopi), odvisnost od moči Isingove interakcije pa je približno linearna. Po drugi strani Isingove interakcije ne smejo biti premočne, saj s tem

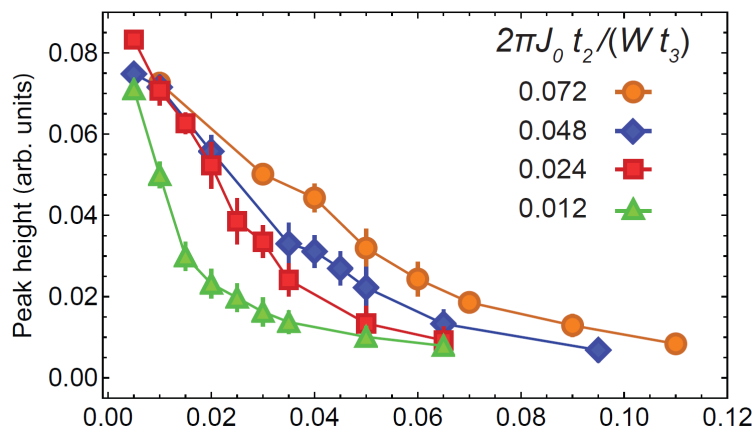


uničimo večdelčno lokalizacijo. Iz eksperimenta lahko fazni prehod določimo z meritvijo variance višine subharmonskega vrha v Fourierovem odzivu pri štirih različnih močeh sklopitve spinov (slika 8a) – največja bo ravno na meji faznega prehoda. Opazimo, da so meritve konsistentne z numerično napovedjo.



**Slika 8.** Fazni diagram diskretnega časovnega kristala. (a) Variance amplitude odziva sistema pri  $\omega/2$  za štiri različne vrednosti sklopitve med spini. Upoštevanih je vseh 10 ionov ter povprečeno preko 10 realizacij nereda. Črtkane črte predstavljajo numerične izračune. (b) Dobljene točke prehoda izrisane na numerično določen fazni diagram. Sivo območje predstavlja interval zaupanja 90% [6].

Poglejmo si še amplitudo subharmonskega vrha v odvisnosti od  $\epsilon$  (slika 9). Kot že omenjeno v prejšnjem poglavju, z naraščanjem nepravilnosti obrata amplituda vrha pada, to padanje pa je hitrejše za manjše vrednosti sklopitve med spini  $J_0$ .



**Slika 9.** Amplitude odziva pri  $\omega/2$  v odvisnosti od  $\epsilon$  za različne vrednosti sklopitve med spini. Upoštevanih je vseh 10 ionov ter povprečeno preko 10 realizacij nereda [6].

#### 4. Zaključek

Zlom diskretne simetrije translacije časa v ravnovesnih sistemih, kot si ga je zamislil Frank Wilczek, ni mogoč. Kljub temu diskretni časovni kristali v neravnovesnih sistemih kažejo lastnosti, podobne tistim iz izvirnega koncepta.

Odkritje časovnih kristalov je dokaz, da je res možno zlomiti skoraj vsako simetrijo. Predstavljajo prvi primer nove faze snovi v neravnovesnih sistemih, ki so v zadnjih letih deležni vedno več pozornosti. Poleg tega je pričakovano, da so časovni kristali lahko tudi topološko urejeni, kar odpira veliko možnosti za nadaljnje preučevanje.

Glede na to, da je obstoj časovnih kristalov znan šele nedolgo, je razumljivo, da praktičnih aplikacij zanje še ne poznamo. Velik potencial za njihovo uporabo se zaenkrat kaže v kvantnem računalništvu, kjer bi kvantni biti, ki bi z interakcijami pridobili na stabilnosti, močno olajšali branje in zapisovanje informacij. Po drugi strani se možnost uporabe časovnih kristalov kaže tudi v zelo natančnih senzorjih. Do česa vsega bo vodilo odkritje, torej še ne vemo, gotovo pa predstavlja korak naprej na poti do novih odkritij.

#### LITERATURA

- [1] A. Shapere in F. Wilczek, *Classical Time Crystals*, Phys. Rev. Lett. **109**, 160402 (2012).
- [2] F. Wilczek, *Quantum Time Crystals*, Phys. Rev. Lett. **109**, 160401 (2012).
- [3] H. Watanabe in M. Oshikawa, *Absence of Quantum Time Crystals*, Phys. Rev. Lett. **114**, 251603 (2015).
- [4] D.V. Else, B. Bauer in C. Nayak, *Floquet Time Crystals*, Phys. Rev. Lett. **117**, 090402 (2016).
- [5] N. Y. Yao, *et. al.*, *Discrete Time Crystals: Rigidity, Criticality, and Realizations*, Phys. Rev. Lett. **118**, 030401 (2017).
- [6] J. Zhang *et. al.*, *Observation of a Discrete Time Crystal*, Nature **543**, 217-220 (2017).
- [7] S. Choi *et. al.*, *Observation of discrete time-crystalline order in a disordered dipolar many-body system*, Nature **543**, 221-225 (2017).
- [8] Spontaneous symmetry breaking, [https://en.wikipedia.org/wiki/Spontaneous\\_symmetry\\_breaking](https://en.wikipedia.org/wiki/Spontaneous_symmetry_breaking) (zadnji dostop 17. 7. 2017).
- [9] Time Crystals, <https://www.emaze.com/@AQORWOOL/Time-Crystals> (zadnji dostop 17. 7. 2017).
- [10] P. W. Anderson, *Basic Notions of Condensed Matter Physics*, The Benjamin/Cummings Publishing Company (1984)
- [11] P. Bruno, *Comment on "Quantum Time Crystals"*, Phys. Rev. Lett. **110**, 118901 (2013).
- [12] P. Richerme, *Viewpoint: How to Create a Time Crystal*, Physics **10**, 5 (2017).
- [13] Ergodic Hypothesis, [https://en.wikipedia.org/wiki/Ergodic\\_hypothesis](https://en.wikipedia.org/wiki/Ergodic_hypothesis) (zadnji dostop 23. 7. 2017).
- [14] Scientists Have Confirmed a Brand New Phase of Matter: Time Crystals, <http://www.sciencealert.com/scientists-have-just-announced-a-brand-new-form-of-matter-time-crystals> (zadnji dostop 23. 7. 2017).
- [15] The quest to crystallize time, <http://www.nature.com/news/the-quest-to-crystallize-time-1.21595> (zadnji dostop 23. 7. 2017).
- [16] Rabi cycle, [https://en.wikipedia.org/wiki/Rabi\\_cycle](https://en.wikipedia.org/wiki/Rabi_cycle) (zadnji dostop 23. 7. 2017).