

KVANTNI ZENOV POJAV

ALEKS SMOLKOVIČ

Fakulteta za matematiko in fiziko
Univerza v Ljubljani

Da bi se puščica premaknila, mora v vsakem trenutku leta spremeniti svoj položaj. Če jo pogledamo v nekem trenutku, se puščica ne premakne nikamor. Sledi, da v nobenem trenutku ne pride do gibanja. Se torej puščica sploh ne premika? To je Zenov paradoks o puščici. Izkazuje se, da lahko analogen pojav opazimo v kvantnomehanski meritvi. V delu bomo opisali ta pojav, ga ilustrirali na enostavnem primeru, navedli eksperimentalno potrditev teoretičnih napovedi in nazadnje omenili njegovo praktično uporabo z razširitvijo na kvantno Zenovo dinamiko.

QUANTUM ZENO EFFECT

In order for an arrow to move, it has to change its position in every moment of its flight. If we take a look at it at a certain moment, it appears stationary. The arrow is not moving in any fixed moment, therefore it is not moving at all. This is Zeno's famous arrow paradox. This work is going to take a look at an analogous phenomenon in quantum mechanics. It is going to illustrate it with a simple problem, discuss an experimental confirmation of the theoretical results and in the end mention its practical application with quantum Zeno dynamics.

Uvod

Eden od postulatov kvantne mehanike pravi, da so možni rezultati meritve opazljivke, ki ji ustreza operator A , lastne vrednosti $\{a_n\}$ tega operatorja. Po meritvi bo sistem v stanju $|a_n\rangle$ z verjetnostjo, ki je podana s kvadratom ustreznega koeficienta $|c_n|^2$ v razvoju začetnega stanja po lastnih funkcijah merjenega operatorja $|\psi\rangle = \sum_{n=0}^{\infty} c_n |a_n\rangle$. Kvantni Zenov¹ pojav je upočasnitev, oziroma v končni fazi tudi prepoved prehoda med kvantnimi stanji, ki je posledica zelo pogostih meritev stanja sistema. Prva sta pojav tako imenovala Misra in Sudarshan v članku iz leta 1977 [1]. Po rigorozni matematični izpeljavi sta se vprašala, zakaj pojava ne opazimo recimo že pri enostavnem eksperimentu prehoda nabitih delcev čez mehurčno celico. Ob prvem razmisleku bi namreč pričakovali, da se bo življenski čas nabitega delca pri ustvarjanju sledi v mehurčni celici povečal, saj na nek način zvezno opazujemo položaj delca. Zaključila sta, da idealna in zvezna meritev ne obstaja in da interakcija delca z okolico ni dovolj pogosta, da bi pojav opazili.

V prvem poglavju si bomo ogledali enostavno in zelo splošno izpeljavo, ki je prvi indikator za obstoj pojava, v drugem poglavju pa bomo obravnavali dvonivojski sistem, na katerem lahko pojav študiramo bolj eksplicitno. V tretjem poglavju bomo spoznali eksperiment, ki v nasprotju z mehurčno celico dejansko prikaže kvantni Zenov pojav. Zaključili bomo z možnimi aplikacijami pojava, predvsem v kvantnem računalništvu, kjer bi lahko igral pomembno vlogo. V celotnem delu uporabljamo enote, kjer je $\hbar = 1$.

1. Splošna izpeljava

Povzeto po [2]. Naj bo H Hamiltonian kvantnega sistema in $|\psi_0\rangle$ njegovo začetno stanje. Časovni razvoj začetnega stanja podaja operator časovnega razvoja:

$$U(t) = e^{-iHt} \quad (1)$$

Delujmo z operatorjem časovnega razvoja (1) kratek čas δt na začetno stanje $|\psi_0\rangle$ in razvijmo eksponent v potenčno vrsto:

$$|\psi, \delta t\rangle = e^{-iH\delta t} |\psi_0\rangle = \left(1 - iH\delta t - \frac{H^2\delta t^2}{2} + \dots\right) |\psi_0\rangle \quad (2)$$

¹Zenon iz Eleje, grški filozof, najbolj znan po svojih paradoksih.

Verjetnost, da je sistem ostal v začetnem stanju po času δt , je podana kot absoluten kvadrat koeficienta v razvoju:

$$P(\delta t) = |\langle \psi_0 | \psi(\delta t) \rangle|^2 \quad (3)$$

Izračunajmo najprej koeficient v razvoju s pomočjo enačbe (2):

$$\langle \psi_0 | \psi(t) \rangle = 1 - i \langle H \rangle_0 \delta t - \frac{1}{2} \langle H^2 \rangle_0 \delta t^2 \quad (4)$$

Tu smo definirali $\langle A \rangle_0 = \langle \psi_0 | A | \psi_0 \rangle$.

Če ohranimo samo člene do drugega reda, dobimo za verjetnost (3) izraz:

$$P(\delta t) = 1 - \frac{\delta t^2}{\tau_z^2} \quad (5)$$

Vpeljali smo količino $\tau_z^{-2} = \langle H^2 \rangle_0 - \langle H \rangle_0^2$.

Sedaj opravimo na sistemu N meritev v časovnih intervalih $\delta t = \frac{T}{N}$, s katerimi preverimo, ali je sistem še vedno v začetnem stanju. Verjetnost, da je sistem po času $T = \delta t N$ še v začetnem stanju, je podana kot

$$P^{(N)}(T) = P(\delta t)^N = P\left(\frac{T}{N}\right)^N, \quad (6)$$

prehod v ostala stanja pa lahko zanemarimo, kot bomo videli v naslednjem poglavju. Iz enačbe (5) sledi:

$$P^{(N)}(T) = \left[1 - \left(\frac{T}{N\tau_z} \right)^2 \right]^N \quad (7)$$

Dobljen izraz limitiramo za $N \rightarrow \infty$ in dobimo

$$P^{(N)}(t) \xrightarrow{N \rightarrow \infty} 1. \quad (8)$$

Pokazali smo, da sistem v limiti neskončno pogostih merjenj ostane v začetnem stanju z verjetnostjo 1, torej sistem nekako zamrzne v času.

2. Dvonivojski sistem

Ogledali si bomo preprost primer na dvonivojskem sistemu. Imejmo elektron s spinom $1/2$ v zunanem magnetnem polju $\mathbf{B} = (B_0, 0, 0)$. Naj bo delec na začetku v stanju $|\uparrow\rangle$. Zanima nas, kaj se dogaja v kasnejših časih, če na sistemu izvajamo pogoste meritve. Sistem elektrona z dipolnim magnetnim momentom v zunanem magnetnem polju opišemo s Hamiltonianom

$$H = \mu_B \mathbf{B} \cdot \boldsymbol{\sigma}, \quad (9)$$

kjer je μ_B Bohrov magneton, $\boldsymbol{\sigma}$ pa vektor Paulijevih spinskih matrik. Za naš primer se izraz reducira na $H = \mu_B B_0 \sigma_x$. Operator časovnega razvoja (1) lahko za Hamiltonian oblike (9) zapišemo v posebni obliki:

$$e^{-iHt} = \cos(\alpha t) \mathbf{I} - i \sin(\alpha t) (\hat{\mathbf{n}} \cdot \boldsymbol{\sigma}). \quad (10)$$

Tu smo definirali $\alpha = \mu_B |\mathbf{B}|$, z $\hat{\mathbf{n}}$ pa označili smerni vektor v smeri \mathbf{B} . V našem primeru je $\hat{\mathbf{n}} = (1, 0, 0)$. Z dobljenim izrazom delujmo na začetno stanje, in ob upoštevanju $\sigma_x |\uparrow\rangle = |\downarrow\rangle$ dobimo časovni razvoj

$$|\uparrow, t\rangle = \cos(\alpha t) |\uparrow\rangle - i \sin(\alpha t) |\downarrow\rangle \quad (11)$$

in na enak način še

$$|\downarrow, t\rangle = \cos(\alpha t) |\downarrow\rangle - i \sin(\alpha t) |\uparrow\rangle. \quad (12)$$

Relevantne verjetnosti so nato

$$\begin{aligned} p_{\uparrow\uparrow}(t) &= p_{\downarrow\downarrow}(t) = \cos^2(\alpha t) \\ p_{\downarrow\uparrow}(t) &= p_{\uparrow\downarrow}(t) = \sin^2(\alpha t), \end{aligned} \quad (13)$$

kjer prvi indeks pove stanje tik po meritvi, drugi pa pred meritvijo. Uvedemo še nadpis $p_{i,j}^{(n)}$, kjer n pove verjetnost, da je sistem po času $n\delta t$ v stanju i , če je bil na začetku intervala v stanju j . Za kratke časovne intervale lahko verjetnosti (13) razvijemo do drugega reda in dobimo

$$\begin{aligned} p_{\uparrow\uparrow}^{(1)}(t) &= p_{\downarrow\downarrow}^{(1)}(t) = 1 - (\alpha t)^2 \\ p_{\downarrow\uparrow}^{(1)}(t) &= p_{\uparrow\downarrow}^{(1)}(t) = (\alpha t)^2. \end{aligned} \quad (14)$$

Verjetnost, da je sistem po n -ti meritvi še zmeraj v stanju $|\uparrow\rangle$ dobimo očitno z

$$p_{\uparrow\uparrow}^{(n)} = p_{\uparrow\uparrow}^{(n-1)} p_{\uparrow\uparrow}^{(1)} + p_{\downarrow\uparrow}^{(n-1)} p_{\uparrow\downarrow}^{(1)}. \quad (15)$$

Če vstavimo na primer $n = 2$ dobimo do drugega reda

$$p_{\uparrow\uparrow}^{(2)} = 1 - 2(\alpha t)^2, \quad (16)$$

s popolno indukcijo pa lahko hitro pokažemo, da velja

$$p_{\uparrow\uparrow}^{(n)} = 1 - n(\alpha t)^2. \quad (17)$$

Vzemimo primer enakomerno razmaknjenih meritev, in označimo $\delta t = \frac{T}{N}$. Ogledamo si zvezno limito ($N \rightarrow \infty$) in dobimo

$$p_{\uparrow\uparrow} = \lim_{N \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{1}{N} \alpha^2 T^2\right) = 1 \quad (18)$$

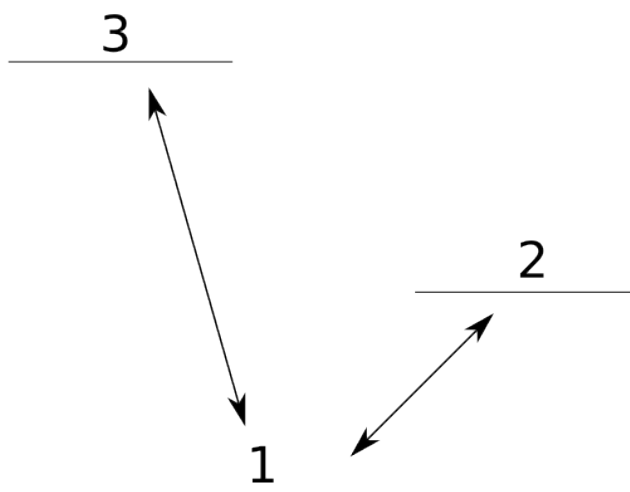
Vidimo torej, da z zvezno meritvijo stanja elektrona povzročimo, da ostane za vse čase v začetnem stanju $|\uparrow\rangle$.

3. Eksperiment

Denimo, da imamo opravka z razpadom nestabilnega stanja. Če opravimo meritev na njem in ugotovimo, da je v nerazpadlem stanju, to povzroči kolaps valovne funkcije v nerazpadlo stanje. Verjetnost, da stanje razpade po tem kolapsu se za dovolj kratke čase povečuje kvadratično s časom. To je eksperimentalno težko opazovati, saj je čas, v katerem je verjetnost kvadratična, zelo kratek v primerjavi s časom, potrebnim za meritev. Poleg spontanih prehodov med stanji imamo lahko opravka tudi z induciranimi. Tudi v tem primeru lahko prepovedi induciranih prehodov zaradi pogostih merenj pravimo kvantni Zenov pojav. Prav to so pokazali Itano, Heinzen, Bollinger in Wineland v svojem eksperimentu leta 1989 [3], ki ga bomo opisali v tem poglavju.

3.1 Osnove

Meritev izvajamo na ujetih ionih, ki predstavljajo dobro izoliran sistem za opazovanje dinamike kvantnih prehodov, saj ga lahko brez motenj opazujemo dalj časa. Predpostavimo, da ima ion tri energijska stanja, prikazana na sliki 1.



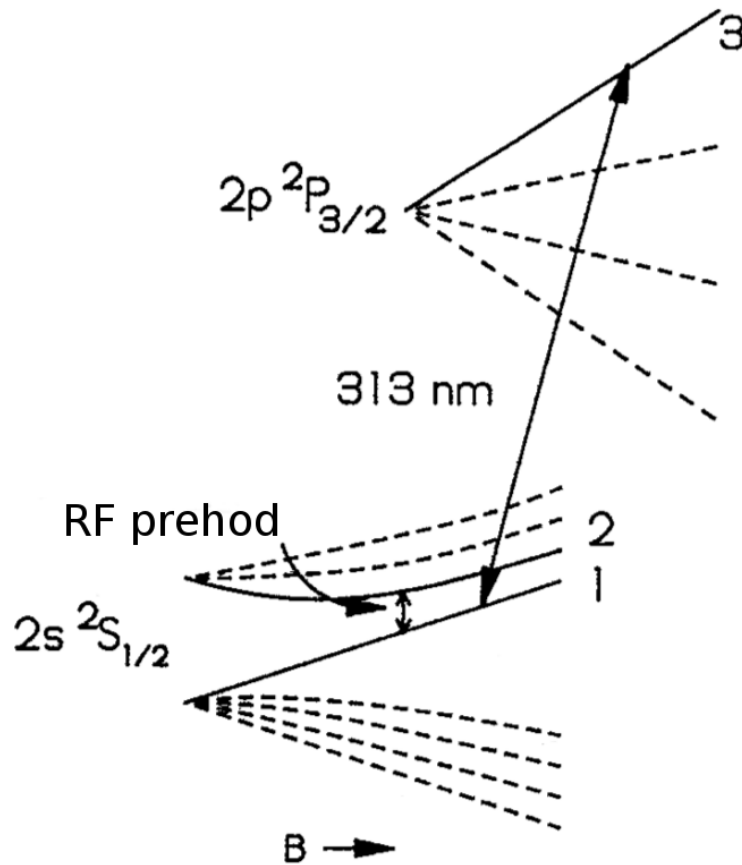
Slika 1. Zelo poenostavljena shema možnih energijskih stanj iona, na katerem opazujemo kvantni Zenov pojav. Možni so prehodi med stanjema 1 in 3 ter 1 in 2, prehod med 2 in 3 pa ni možen [3].

Stanje 1 je osnovno stanje, stanje 2 pa vzbujeno metastabilno stanje, katerega spontani prehod v nivo 1 je zanemarljiv. Če je sistem na začetku v stanju 1 in ga vzbudimo s perturbacijo z resonančno frekvenco $(E_2 - E_1)$, bosta verjetnosti, da je sistem v stanju 1 ali 2 preprosto $P_1(t) = \cos^2(\Omega t/2)$ in $P_2(t) = \sin^2(\Omega t/2)$. Tu je Ω Rabijeva frekvenca, ki je sorazmerna z amplitudo perturbacijskega polja. Za stanje 3 predpostavimo, da lahko preide samo v stanje 1. Dejansko meritev opravimo tako, da vzbudimo prehod med stanjema 1 in 3. Če je sistem po meritvi v stanju 1, bo zaradi našega vzbujanja prehajal med stanjema 1 in 3 in izseval serijo fotonov. Če pa je sistem po meritvi v stanju 2, ne izseva nobenih fotonov. To je primer tako imenovane *ničelne meritve*. Torej to, da fotonov ni, povzroči kolaps valovne funkcije v stanje 2. Za meritev tako dejansko ne potrebujemo detektorja fotonov, saj jo povzroči sklopitev z elektromagnetnim poljem.

3.2 Izvedba eksperimenta

Eksperiment so izvedli na približno 5000 ionih ${}^9\text{Be}^+$, ujetih v *Penningovo past*. To je past, ki s kombinacijo močnega magnetnega polja in kvadrupolnega električnega polja omeji gibanje nabitih delcev v vseh smereh. Ione so nato *lasersko ohladili*. Hlajenje deluje tako, da s svetlobo frekvence, ki je rahlo nižja od frekvence, potrebne za prehod med elektronskimi stanji v atomu, posvetimo na plin atomov. Zaradi Dopplerjevega pojava bodo atomi, ki se gibajo proti viru svetlobe, absorbirali več fotonov, pri vsaki absorpciji pa bodo izgubili gibalno količino, po velikosti enako gibalni količini fotona. Če atom nato spontano izseva foton, bo ta odletel v naključno smer. Atomu se zmanjša hitrost, zato moramo počasi spreminjati tudi frekvenco laserja. Rezultat je zmanjšanje kinetične energije atomov in posledično temperature ansambla. Tako so dosegli praktično neodvisnost ionov, saj so trki pri nizkih temperaturah zelo redki. Diagram energijskih nivojev ${}^9\text{Be}^+$ prikazuje slika 2. Elektronska konfiguracija iona je $1s^2 2s^1$. Osnovno stanje je ${}^2S_{1/2}$, ki se zaradi hiperfine sklopitve²

²Sklopitev med magnetnim momentom elektronov in magnetnim momentom jeder, približno 1000 krat manjša od fine sklopitve. Običajno s tem povezano celotno vrtilno količino označimo z $F = I + J$, kjer je I jedrski spin, J pa



Slika 2. Diagram v eksperimentu uporabljenih energijskih stanj ${}^9\text{Be}^+$ v zunanjem magnetnem polju B . Upoštevana je tudi hiperfina sklopitev. Označena so stanja 1, 2 in 3, opisana v podpoglavju 3.1 [3].

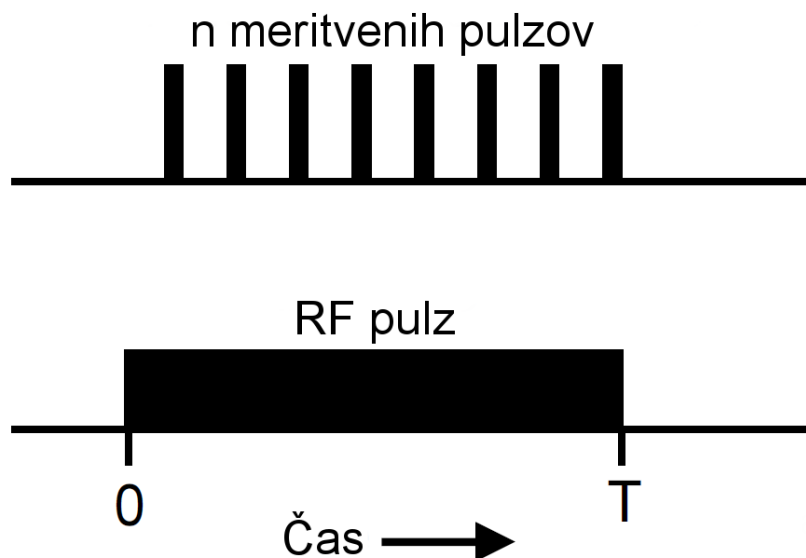
razdeli na dve stanji. Stanja se še bolj razcepijo zaradi zunanjega magnetnega polja (v eksperimentu so uporabili polje $B \approx 0.8\text{T}$). Stanji 1 in 2 sta podstanji $(m_I, m_J) = (\frac{3}{2}, \frac{1}{2})$ in $(\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$ osnovnega stanja ${}^2\text{S}_{1/2}$, stanje 3 pa je podstanje $(m_I, m_J) = (\frac{3}{2}, \frac{3}{2})$ stanja ${}^2\text{P}_{3/2}$.

Najprej so z variacijo optičnega črpanja pripravili večino ionov v stanje 1. Optično črpanje je proces, s katerim lahko spreminjamo zasedenost energijskih nivojev z absorpcijo svetlobe. Do absorpcije pride le, če se v procesu ohranja skupna vrtilna količina fotona in atoma. Če ima na primer vpadni foton vrtilno količino $+1$, je edini dovoljen prehod tisti, v katerem je $\Delta m_F = 1$. Po drugi strani pa so dovoljeni le spontani prehodi z $\Delta m_F = \pm 1$ ali 0 . Tako povzročimo črpanje atomov proti pozitivnim vrednostim m .

Prehode med stanjema 1 in 3 so vzbujali z lasersko svetlobo valovne dolžine 313 nm , oscilacije med stanjema 1 in 2 pa z radiofrekvenčim poljem s frekvenco 320.7 MHz .

Za 256 ms so vklopili rf polje, med tem pa uporabili n meritvenih pulzov dolžine 2.4 ms in valovne dolžine 313 nm , kjer je n bil $1, 2, 4, 8, 16, 32$ ali 64 (slika 3). Rf polje je tako, da predstavlja resonančni pulz π . Torej, če meritev s 313 nm pulzi ne bi izvajali, bi bila verjetnost, da je sistem na koncu v stanju 2, enaka $P_2 = 1$. Meritveni pulzi so bili dovolj dolgi, da je valovna funkcija kolapsirala. Po izklopu rf polja so prižgali svetlobo z valovno dolžino 313 nm in detektirali fotone v prvih 100 ms . Signal je bil približno sorazmeren številu ionov v stanju 1. Slika 4 prikazuje poleg eksperimentalne tudi teoretično izračunano verjetnost za prehod iz stanja 1 v stanje 2. Pri izračunu so upoštevali tudi efekte optičnega črpanja in končno dolžino laserskih pulzov.

celotna vrtilna količina elektronov.



Slika 3. Poenostavljena meritvena sekvenca v eksperimentu, ki dokaže obstoj kvantnega Zenovega pojava. Ob prižganem rf polju so uporabili n meritvenih pulzov, z vrednostmi n od 1 do 64 [4].

4. Aplikacije

Zanimanje za kvantni Zenov pojav se je od uvodnega članka iz leta 1977 močno povečalo. Razlog za to je spoznanje, da bi kvantni Zenov pojav lahko uporabili v kvantnem računalništvu. Oglejmo si najprej osnove kvantnega računalništva, nato pa razširitev pojava na kvantno Zenovo dinamiko s pomočjo preprostega primera.

4.1 Osnove kvantnega računalništva in kvantni Zenov pojav

Osnove kvantnega računalništva bomo povzeli iz knjige [5]. Bistvo predstavljajo kvantni biti, *kubiti*, ki so, za razliko od klasičnega bita, ki lahko zavzame samo vrednost 0 ali 1, lahko tudi v poljubni linearni kombinaciji stanj. Najraje imamo opravka z dvonivojskim sistemom, ki se ga da dobro nadzorovati in izolirati. Tako je lahko kubit v stanju

$$|\psi\rangle = a|0\rangle + b|1\rangle,$$

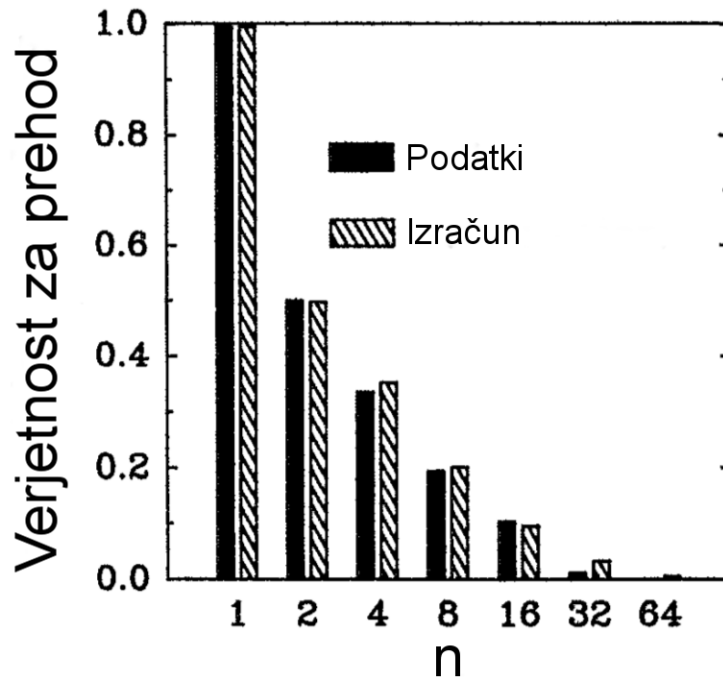
kjer sta a in b taki amplitudi, da je stanje normirano. Če imamo dva kubita, je sistem lahko v stanju

$$|\psi\rangle = a|00\rangle + b|01\rangle + c|10\rangle + d|11\rangle,$$

oziroma v splošnem je sistem z n kubiti lahko v superpoziciji 2^n klasičnih stanj. To nam že da občutek, od kod znatna pohitritev nekaterih algoritmov, če primerjamo kvantni računalnik s "klasičnim".

Kubite najprej inicializiramo, nato pa na njih izvajamo razne unitarne operacije. Na koncu na sistemu opravimo meritev, kjer se pa stvari zapletejo. Pri klasičnem računalniku nam ni treba skrbeti, kaj se bo zgodilo s stanjem po meritvi, ker z meritvijo nanj ne vplivamo. V kvantni mehaniki pa se moramo zavedati dejstva, da bo valovna funkcija kolapsirala v izmerjeno stanje. Ker je meritev edini način, da izvemo karkoli o stanju sistema, se temu ne moremo izogniti.

Prav zaradi tega naš sistem ne sme imeti nobene interakcije, ki ni pod nadzorom računalnika oziroma programa. To je lahko na primer interakcija z okolico (trki molekul zraka, absorpcija termalne energije,...), ki privede do *dekoherence*.



Slika 4. Eksperimentalna in teoretično napovedana odvisnost verjetnosti za prehod iz stanja 1 v stanje 2 od števila meritvenih pulzov n . Padanje verjetnosti za prehod demonstrira kvantni Zenov pojav [3].

Tu nastopi kvantni Zenov pojav. Izkaže se, da ga lahko razširimo na bolj splošno kvantno Zenovo dinamiko, pri kateri pride zaradi meritev do omejitve razvoja kvantnega sistema na cel *pod-prostor* Hilbertovega prostora, namesto zgolj na eno stanje. Ideja je, da bi to uporabili v kvantnem računalniku, in tako odpravili prej omenjene težave z interakcijo sistema z okolico.

O ideji so razpravljali v okviru različnih implementacij kvantnega računalništva [4]. Franson in ostali [6] so na primer predlagali uporabo kvantnega Zenovega pojava v optični implementaciji kvantnega računalnika, kjer napako predstavlja prisotnost dveh fotonov v istem stanju. Z dodatkom močnega absorberja dveh fotonov v optičnem vlaknu dosežejo "meritev", ki zmanjša napake.

4.2 Primer kvantne Zenove dinamike

Ogledali si bomo primer kvantne Zenove dinamike. Uporabili bomo formalizem gostotnih matrik, ki ga bomo najprej na kratko ponovili.

Gostotno matriko vpeljemo kot

$$\rho = \sum_{i=1} p_i |i\rangle \langle i|, \quad (19)$$

kjer teče indeks i po vseh možnih stanjih sistema. Iz zapisa je očitno, da tokrat stanje predstavimo z matriko, namesto z vektorjem. Če je H Hamiltonian našega sistema, lahko časovni razvoj gostotne matrike zapišemo kot

$$\rho(t) = e^{-iHt} \rho(0) e^{iHt}. \quad (20)$$

Vpeljati moramo še *projektor* na nek Hilbertov podprostor

$$P_j = \sum_{k=1} |k\rangle \langle k|, \quad (21)$$

kjer k teče po vseh lastnih vektorjih izbranega j -tega podprostora. Meritev na gostotni matriki obravnavamo kot

$$\rho_{po} = \sum_{j=1} P_j \rho_{pred} P_j, \quad (22)$$

kjer indeks *po* predstavlja gostotno matriko tik po meritvi, indeks *pred* pa tik pred meritvijo.

Sedaj se lahko lotimo konkretnega primera. Obravnavamo trinivojski sistem s stanji $|0\rangle$, $|1\rangle$ in $|2\rangle$, ki jim v vektorskem zapisu pripadajo vektorji

$$|0\rangle \rightarrow (1, 0, 0), \quad |1\rangle \rightarrow (0, 1, 0), \quad |2\rangle \rightarrow (0, 0, 1), \quad (23)$$

s Hamiltonianom

$$H = \omega_1(|0\rangle\langle 1| + |1\rangle\langle 0|) + \omega_2(|1\rangle\langle 2| + |2\rangle\langle 1|). \quad (24)$$

V matričnem zapisu Hamiltonian izrazimo kot

$$H = \begin{pmatrix} 0 & \omega_1 & 0 \\ \omega_1 & 0 & \omega_2 \\ 0 & \omega_2 & 0 \end{pmatrix}. \quad (25)$$

Hilbertov prostor razdelimo na dva podprostora, enega s stanji $|0\rangle$ in $|1\rangle$, ki predstavlja kubit (*q*), in enega s stanjem $|2\rangle$, ki predstavlja okolico (*o*), katere vpliv želimo zmanjšati. Iz oblike Hamiltoniana vidimo, da se bo sistem sklopil z okolico le v primeru, ko je kubit v stanju $|1\rangle$. Vpeljemo projektorja na oba podprostora

$$P_q = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad P_o = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}. \quad (26)$$

Denimo, da je na začetku kubit v stanju $|0\rangle$. To lahko z gostotno matriko zapišemo kot

$$\rho_0 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (27)$$

Časovni razvoj bomo opravili tako, da bo brez meritev in sklopitve z okolico stanje $|0\rangle$ prešlo v stanje $|1\rangle$ z verjetnostjo 1, torej stanje zarotiramo za kot π na Blochovi sferi³: $t = \frac{\pi}{2\omega_1}$.

Problem lahko rešujemo numerično, na primer z Mathematico. Izberemo si recimo vrednosti

$$\omega_1 = 1.0, \quad \omega_2 = 0.5.$$

Za primer brez sklopitve z okolico ($\omega_2 = 0$) dobimo s časovnim razvojem (20) gostotne matrike ρ_0 po pričakovanih končno gostotno matriko

$$\rho(t) = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad (28)$$

iz katere je razvidno, da bo sistem po časovnem razvoju z verjetnostjo 1 v stanju $|1\rangle$.

Sedaj vklopimo sklopitev z okolico in pričakujemo, da se bo verjetnost za končno stanje $|1\rangle$ zmanjšala. Če opravimo n meritev na sistemu, s časom med zaporednima meritvama $\delta t = \frac{\pi}{2\omega_1 n}$, lahko končno gostotno matriko zapišemo v skladu z enačbo (22) z rekurzivsko zvezo

$$\rho(n) = P_q e^{-iH\delta t} \rho(n-1) e^{iH\delta t} P_q + P_o e^{-iH\delta t} \rho(n-1) e^{iH\delta t} P_o. \quad (29)$$

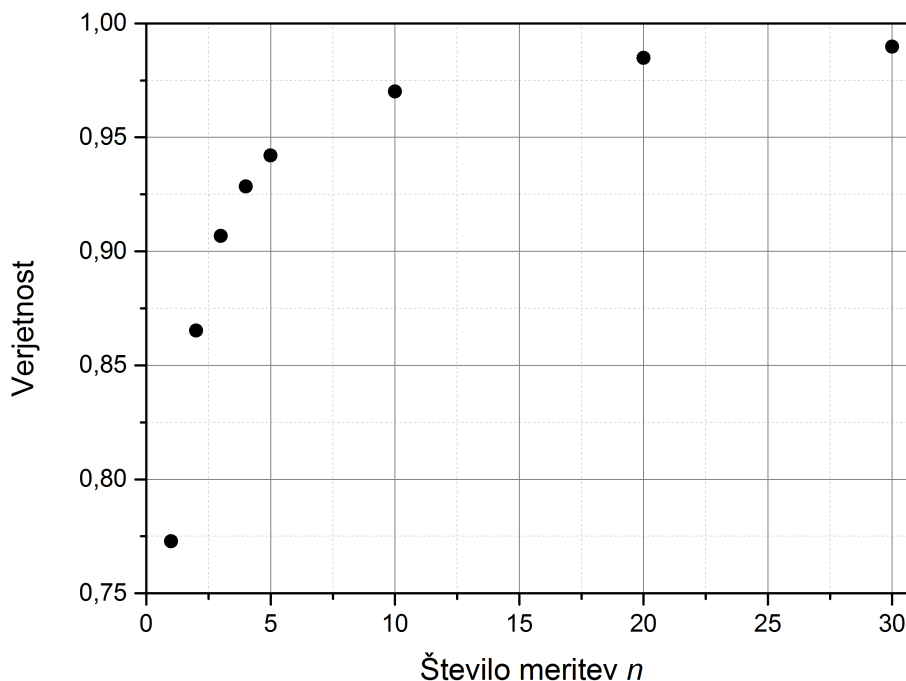
V tabeli 1 je zbranih nekaj dobljenih verjetnosti za to, da bo sistem na koncu v stanju $|1\rangle$, v odvisnosti od števila meritev. Enako je prikazano še na sliki 5, vendar z nekaj več točkami. Razvidno je, da z večanjem števila meritev odpravljamo vpliv sklopitve z okolico. Pri $n = 30$ se že močno približamo verjetnosti 1, kakršna bi bila popolnoma brez sklopitve.

³Sfera, s katero predstavimo dvonivojski sistem. Severni pol predstavlja stanje $|0\rangle$, južni pa stanje $|1\rangle$. Linearne kombinacije stanj predstavimo s točkami na sferi.

Kvantni Zenov pojav

| Število meritev n | Verjetnost |
|---------------------|------------|
| 1 | 0.77 |
| 2 | 0.87 |
| 5 | 0.94 |
| 10 | 0.97 |
| 20 | 0.98 |
| 30 | 0.99 |

Tabela 1. Odvisnost verjetnosti za končno stanje $|1\rangle$ po n meritvah na sistemu.



Slika 5. Enako kot tabela 1, vendar z nekaj več točkami. Verjetnost, da bo kubit na koncu v stanju $|1\rangle$ očitno narašča s številom meritev, kar prikazuje kvantno Zenovo dinamiko, ki odpravlja sklopitev sistema z okolico.

5. Zaključek

Kvantni Zenov pojav očitno ni zgolj "čudna" matematična posledica kvantnomehanskega formalizma. Spoznali smo le enega od eksperimentov, s katerim so potrdili njegov obstoj, od takrat pa so pojav opazovali na številnih drugih sistemih, na primer na nestabilnih atomih ali pa optičnih sistemih. Razširitev pojava na kvantno Zenovo dinamiko je privedla do ideje, da bi ga uporabili v kvantnem računalništvu kot sredstvo za preprečitev sklopitve sistema z okolico. Tema je aktualna, saj so kvantno Zenovo dinamiko prvič eksperimentalno realizirali šele leta 2014 [7], in sicer na petnivojskem sistemu atomov rubidija, kjer so dinamiko omejili na zgolj dvonivojski podprostor. To je pomemben korak v razvoju kvantnega procesiranja informacij. LITERATURA

- [1] Misra B, Sudarshan E C G. The Zeno's paradox in quantum theory. *J. Math. Phys.*, 18, 1977.
- [2] Facchi P, Pascazio S. Quantum Zeno dynamics: mathematical and physical aspects. *J. Phys. A: Math. Theor.*, 41, 2008.
- [3] Itano W M, Heinzen D J, Bollinger J J, Wineland D J. Quantum Zeno effect. *Phys. Rev. A*, 41, 1990.
- [4] Itano W M. Perspectives on the quantum Zeno paradox. *Journal of Physics: Conference series*, 196, 2009.
- [5] Mermin N D. Quantum computer science. *Cambridge University Press*, 2007.
- [6] Franson J D, Jacobs B C, Pittman T B. Quantum computing using single photons and the Zeno effect. *Phys. Rev. A*, 70, 2004.

- [7] Schäfer F, Herrera I, Cherukattil S, Lovecchio C, Cataliotti F S, Caruso F, Smerzi A. Experimental realization of quantum Zeno dynamics. *Nature Communications*, 5, 2014.

LITERATURA

- [1] Misra B, Sudarshan E C G. The Zeno's paradox in quantum theory. *J. Math. Phys.*, 18, 1977.
- [2] Facchi P, Pascazio S. Quantum Zeno dynamics: mathematical and physical aspects. *J. Phys. A: Math. Theor.*, 41, 2008.
- [3] Itano W M, Heinzen D J, Bollinger J J, Wineland D J. Quantum Zeno effect. *Phys. Rev. A*, 41, 1990.
- [4] Itano W M. Perspectives on the quantum Zeno paradox. *Journal of Physics: Conference series*, 196, 2009.
- [5] Mermin N D. Quantum computer science. *Cambridge University Press*, 2007.
- [6] Franson J D, Jacobs B C, Pittman T B. Quantum computing using single photons and the Zeno effect. *Phys. Rev. A*, 70, 2004.
- [7] Schäfer F, Herrera I, Cherukattil S, Lovecchio C, Cataliotti F S, Caruso F, Smerzi A. Experimental realization of quantum Zeno dynamics. *Nature Communications*, 5, 2014.