

# TVORBA VIŠJIH HARMONIKOV SVETLOBE

MATEJA HRAST

Fakulteta za matematiko in fiziko  
Univerza v Ljubljani

Članek predstavlja proces generiranja koherentnih pulzov močne ultravijolične svetlobe pri interakciji laserske infrardeče svetlobe s plinom. Mehanizem tvorbe višjih harmonikov svetlobe (High Harmonic Generation) je razložen s trikoračnim modelom, ki gibanje elektrona v elektromagnetnem polju laserja obravnava klasično. Opisana je tudi naprava HHG, ki jo pravkar postavljajo na Univerzi v Novi Gorici in bo služila za opazovanje hitrih procesov v snovi.

## HIGH HARMONIC GENERATION

This article presents the process of generating coherent pulses of extreme ultra-violet light by interaction of a strong infra-red laser light with a gas. The mechanism of high harmonic generation is explained through a three step model, which classically describes the motion of an electron in the electromagnetic field of the laser. The article also describes the HHG installment at the University of Nova Gorica, which is going to be used for observing fast processes in matter.

### 1. Uvod

High harmonic generation (v nadaljevanju HHG), oziroma tvorba višjih harmonikov, je proces, ki lasersko svetlobo s frekvenco  $\omega$  pretvori v svetlobo z večkratnikom te frekvence. Pojav podvojevanja ali potrojevanja frekvence sicer ni nič novega, dosegljiv je tudi z običajnimi laserskimi izviri na kristalih. Zaradi absorbcije v kristalu pa je tako pomnoževanje omejeno na valovne dolžine večje od 200 nm [1] in njegova učinkovitost močno pade nad tretjim harmonikom. Tam postane zanimiva tvorba višjih harmonikov pri interakciji infrardeče (IR) laserske svetlobe s plini, ki ima sicer relativno majhno učinkovitost, vendar ta ostaja nespremenjena do zelo visokih redov.

Pri poskusih se najpogosteje uporablajo žlahtni plini, na katere posvetijo z močno lasersko svetlobo. Ta iz atoma plina izbije elektron, ki se nato pospešuje v električnem polju laserja. Če se to zgodi ob pravem času, bo prišlo do rekombinacije elektrona v začetno stanje, pri čemer se izseva foton z višjo energijo. S tem procesom lahko ustvarimo koherentno svetlobo z energijami na ekstremnem ultravijoličnem (EUV) področju in celo mehke X žarke. Najvišje energije dosegajo s helijem, okoli 1 keV.

Pri HHG na plinih energije fotonu ne da prehod elektrona iz vzbujenega v osnovno stanje, temveč je to pridobljena kinetična energija elektrona, ki se črpa iz energije laserskega polja, zaradi katere elektron oscilira okrog atoma. Prav prisotnost atoma omogoča generiranje višjih frekvenc. Elektron, ujet v elektromagnetnem polju laserja, bi zaradi pospeška seval tudi brez prisotnosti atoma, vendar bi bila frekvanca takega sevanja enaka frekvenci vpadne svetlobe. Šele rekombinacija elektrona z jedrom omogoči, da elektron vso pridobljeno energijo med nihanjem preda naenkrat in s tem ustvari višji harmonik.

Viri svetlobe HHG imajo poleg koherence pri visokih energijah še vrsto uporabnih lastnosti, ki odpirajo nova področja raziskav v znanosti. Femtosekundni sunki, ki jih lahko dobimo s HHG, na primer ponujajo možnost opazovanja hitrih intramolekularnih procesov.

Na Univerzi v Novi Gorici so v sodelovanju s sinhrotronom Elettra v Trstu postavili svetlobni vir CITIUS. Ta deluje na principu HHG, pri čemer večinoma uporablja argon in neon. Cilj projekta je opazovanje hitrih odzivov snovi, pomembnih v biologiji in medicini. Za primere v tem članku so bili uporabljeni podatki za omenjeno napravo.

## 2. Tri koračni model

Najbolj nazoren, pa tudi najpreprostejši opis HHG ponuja semiklasični tri koračni model, ki razdeli generacijo svetlobe na 3 korake:

- **Ionizacija:** elektron tunelira preko elektrostatske bariere, znižane zaradi prisotnosti zunanjega laserskega polja.
- **Propagacija:** elektron, ki se pospešuje v električnem polju laserja, se lahko ob določenih pogojih vrne na mesto ioniziranega atoma.
- **Rekombinacija:** tam se elektron z določeno verjetnostjo vrne v začetno atomsko stanje in pri tem izseva foton.

Ionizacija in rekombinacija atoma sta očitno kvantna pojava, medtem ko lahko propagacijo elektrona v močnem laserskem polju obravnavamo popolnoma klasično.

### 2.1 Ionizacija

Atom lahko svetloba ionizira na več načinov. Ko je energija fotonov pod pragom za ionizacijo, sta najpomembnejša načina tunelska ionizacija, kjer elektron tunelira skozi potencialno bariero, ter večfotonska ionizacija, pri kateri mora elektron absorbirati več fotonov, da lahko zapusti atom. Kateri način prevlada, določa Keldyshev parameter

$$\gamma = \sqrt{\frac{U_i}{2U_p}}, \quad (1)$$

kjer je  $U_i$  ionizacijska energija atoma,  $U_p$  pa konstanta odvisna od intenzitete in valovne dolžine laserja, ki jo imenujemo *ponderomotive energy*. Slednja predstavlja energijo prostega elektrona, ki niha v električnem polju, in jo izračunamo kot

$$U_p = \frac{e^2 E_0^2}{4m\omega^2}. \quad (2)$$

Keldyshev parameter prestavlja razmerje med časom tuneliranja skozi bariero ter periodo laserskega polja, zato je razumljivo, da je velik za šibka polja in kratke valovne dolžine, kjer prevladevečfotonska ionizacija. V režimu močnih laserskih polj, kamor spada večina HHG poskusov, pa je  $\gamma < 1$  in prevlade tunelski način ionizacije. Razlog je v tem, da prisotnost zunanjega električnega polja deformira  $\frac{1}{r}$  potencial jedra tako, da ustvari elektrostatsko bariero, skozi katero lahko elektron kvantno-mehansko tunelira. Verjetnost za tako tuneliranje je odvisna od energije vezanega elektrona ter debeline bariere.

Kot primer vzemimo CITIUS, ki ima  $\lambda = 800$  nm,  $E_{pulza} = 1.33$  mJ,  $t_{pulza} = 35$  fs in  $2r = 100$  μm [2]. Iz teh podatkov najprej določimo amplitudo električnega polja

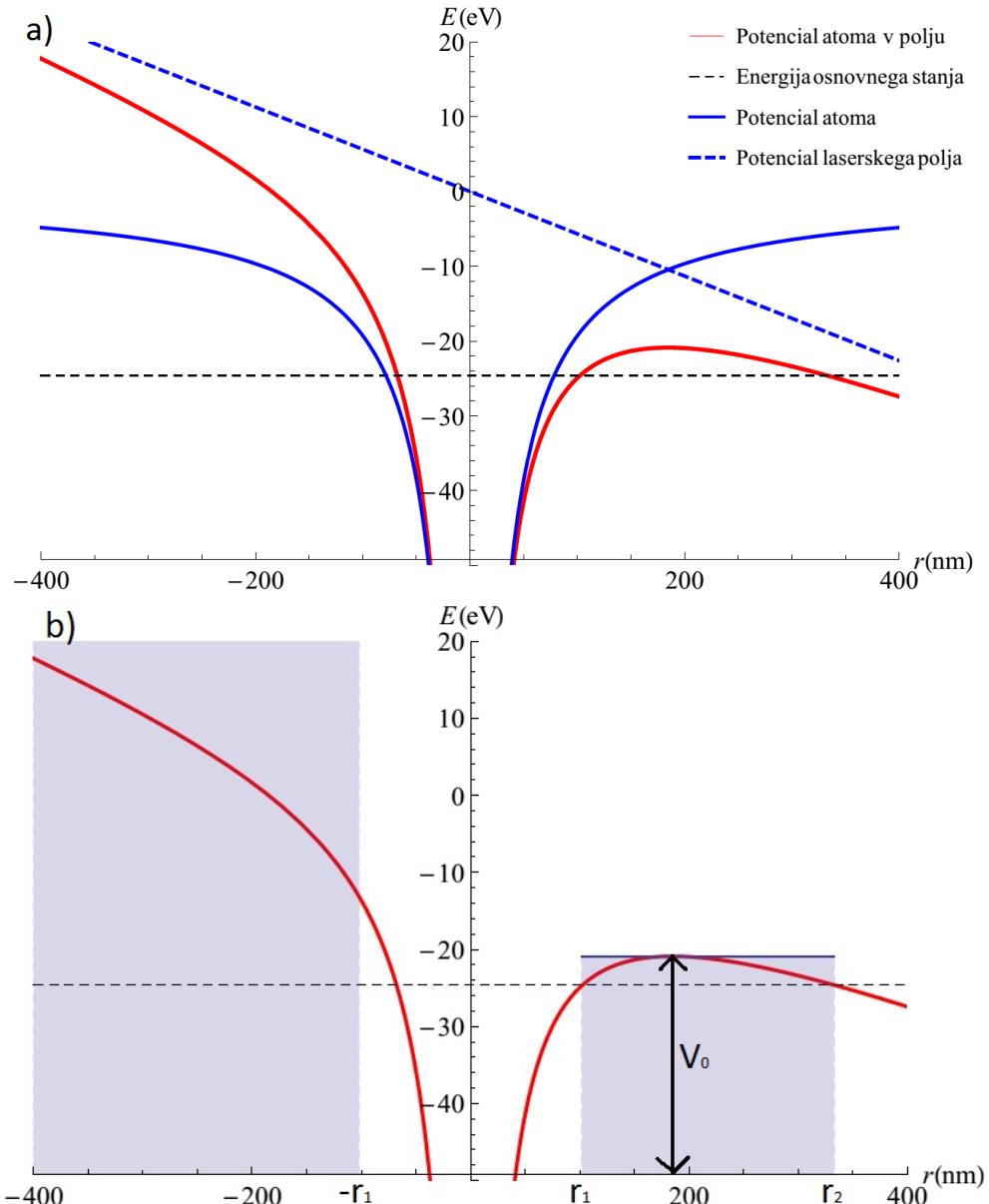
$$E_0 = \sqrt{\frac{2E_{pulza}}{\pi r^2 c \epsilon_0 t_{pulza}}} = 5.65 \times 10^{10} \text{ V/m}.$$

Iz tega ter ionizacijske energije helija, ki znaša 24.6 eV [3], pa potem izračunamo še  $U_p$  ter  $\gamma$ :

$$U_p = \frac{e^2 E_0^2}{4m\omega^2} = 25.2 \text{ eV}$$

$$\gamma = \sqrt{\frac{U_i}{2U_p}} = 0.698$$

## Tvorba višjih harmonikov svetlobe



**Slika 1.** a) Vpliv zunanjega polja na potencial jedra: Coulombski potencial jedra  $V_j \propto \frac{1}{r}$  in potencial laserja  $V_l \propto -x$  se seštejeta v potencial jedra v zunanjem polju  $V = V_j + V_l$ . Črtkana črta predstavlja energijo osnovnega stanja helijevega atoma. b) Aproksimacija potenciala s pravokotno bariero.

Vidimo, da pri HHG res prevladuje tunelski način ionizacije.

Slika 1a) prikazuje, kako se zunanje lasersko polje v nekem trenutku sešteje s (Coulombskim) potencialom jedra. Val v resnici potuje preko atoma, zato se oblika potenciala periodično spreminja. Verjetnost za tuneliranje je odvisna od debeline bariere, torej neposredno od amplitude zunanjega polja na mestu atoma. Največja bo takrat, ko ima na mestu atoma polje največjo amplitudo.

Da bi ocenili verjetnost za tuneliranje, lahko obliko potenciala, prikazano na Sliki 1a) z rdečo, aproksimiramo s pravokotno bariero, prikazano na Sliki 1b).

Za primer vzemimo atom helija. Energija osnovnega stanja njegovega elektrona je  $E = -24.6$  eV, potencial jedra v zunanjem laserskem polju (merjen v eV) pa

$$V = -\frac{1.34e_0}{4\pi\epsilon_0 r} - E_0 r . \quad (3)$$

V enačbi (3) smo upoštevali, da je valovna dolžina laserja veliko večja od velikosti atoma (za

CITIUS 800 nm  $\gg$  100 pm) in zato aproksimirali  $\sin(kx) \approx kx$ . V računu bomo upoštevali le  $x > 0$  in zato uporabili kar oznako  $r$ . V potencialu helijevega jedra je  $Z$  manjši od 2 zaradi senčenja jedra s preostalim elektronom.

Za višino bariere na Sliki 1b) bomo vzeli razliko med potencialno energijo osnovnega stanja ter maksimumom potenciala (3). Celotno energijo osnovnega stanja  $E$  poznamo, potencialna pa je po virialnem teoremu ravno  $2E$  [4]. Maksimum potenciala dobimo z odvanjanjem enačbe (3):

$$\begin{aligned}\frac{\partial V}{\partial r} &= \frac{1.34e_0}{4\pi\epsilon_0 r^2} - E_0 = 0 \\ r_{max} &= \sqrt{\frac{1.34e_0}{4\pi\epsilon_0 E_0}} = 0.185 \text{ nm} \\ V(r_{max}) &= -20.9 \text{ eV}\end{aligned}$$

Torej je višina bariere

$$V_0 = 2E - V(r_{max}) = 28.3 \text{ eV} .$$

Položaj bariere naj ustreza položaju realne bariere pri energiji  $E$ :

$$\begin{aligned}-\frac{1.34e_0}{4\pi\epsilon_0 r} - E_0 r &= E \\ r_1 &= 0.102 \text{ nm} \quad r_2 = 0.333 \text{ nm}\end{aligned}$$

Prepustnost bariere izračunamo kot kvadrat amplitude  $B$  prepuščene valovne funkcije. Za reševanje uporabimo nastavek (4), za robne pogoje pa zveznost funkcij in njihovih odvodov na mejah območij.

$$\psi(r) = \begin{cases} e^{ikr} & r < r_1 \\ Ae^{-k'r} & r_1 < r < r_2 \\ Be^{ikr} & r > r_2 \end{cases} \quad (4)$$

Prepustnost bariere za ravni val je tedaj

$$T = |B|^2 = \frac{1}{1 + \frac{V_0^2 \sinh^2(k'(r_2 - r_1))}{4E(V_0 - E)}} = 0.019 . \quad (5)$$

Če ima elektron v atomu kinetično energijo 24.6 eV, lahko izračunamo čas med dvema trkoma v bariero

$$t = \frac{4r_1}{\sqrt{\frac{2E_{kin}}{m}}} = 1.39 \times 10^{-16} \text{ s} . \quad (6)$$

Verjetnost za ionizacijo na časovno enoto je tako

$$w = \frac{T}{t} = 1.37 \times 10^{14} \text{ s}^{-1} . \quad (7)$$

To verjetnost lahko ocenimo tudi s pomočjo Landau-Lifshitzove formule za vodikov atom, kjer namesto  $Z = 1$  uporabimo  $Z = 1.34$  [5]:

$$w = \frac{4m^3 e_0^9 Z^5}{(4\pi\epsilon_0)^5 E_0 \hbar^7} \exp\left(-\frac{2m^2 e_0^5 Z^3}{3(4\pi\epsilon_0)^3 E_0 \hbar^4}\right) = 2.54 \times 10^{12} \text{ s}^{-1} \quad (8)$$

Za še natančnejši izračun verjetnosti, bi morali reševati časovno odvisno Schrödingerjevo enačbo in upoštevati kvantne efekte. Takšni izračuni pokažejo, da je verjetnost v resnici še manjša.

## 2.2 Propagacija

Po tuneliranju se elektron znajde nekoliko stran od jedra, kjer je coulombski privlak manjši. V prvem približku lahko tak elektron obravnavamo kot prost delec v elektromagnetnem polju. Pri energijah elektronov pod 1 keV, ki jih dosežemo pri HHG, lahko gibanje elektrona opišemo nerelativistično.

Predpostavimo, da se ionizacija zgodi ob času  $t_0$  glede na čas, ko doseže polje na mestu atoma maksimalno pozitivno amplitudo. Od takrat naprej obravnavamo klasičen prost elektron. Ker so razdalje, do katerih polje požene elektron, dosti večje od širine njegove začetne porazdelitve verjetnostne gostote v osnovnem stanju, lahko vzamemo, da začne elektron propagacijo kar v izhodišču. Kot začetni pogoj pri obravnavi postavimo hitrost elektrona na  $v_0 = 0$ . Nanj deluje samo sila električnega polja laserja

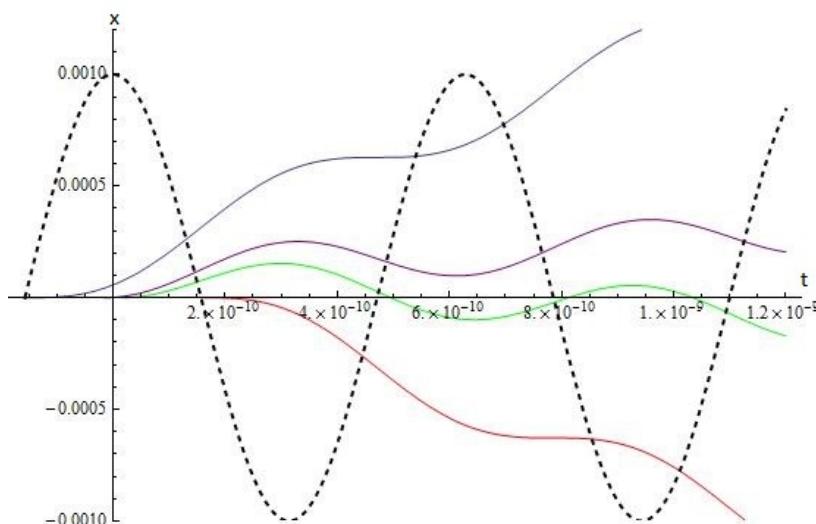
$$F = m\ddot{x}(t) = eE_0 \cos(\omega t), \quad (9)$$

kjer je  $\ddot{x}(t)$  pospešek elektrona v smeri x,  $m$  in  $e$  pa njegova masa in naboj.

Z integracijo enačbe (9) izrazimo še hitrost in pot elektrona:

$$\dot{x}(t) = \frac{eE_0}{m\omega} (\sin(\omega t) - \sin(\omega t_0)) \quad (10)$$

$$x(t) = -\frac{eE_0}{m\omega^2} (\cos(\omega t) - \cos(\omega t_0)) - \frac{eE_0}{m\omega} (t - t_0) \sin(\omega t_0) \quad (11)$$



Slika 2. Pot elektrona za 4 različne čase  $t_0$ . Črtkana črta predstavlja električno polje  $E(t) = E_0 \cos(\omega t)$ .

Da lahko pride do rekombinacije elektrona z jedrom, se mora elektron po nekem času  $t_1$  vrniti na začetno točko  $x(t_1) = 0$ , pri čemer mora biti  $t_1 > t_0$ . Iz Slike 2 je razvidno, da je zgornja enačba rešljiva le, ko je  $t_0$  na nekem omejenem časovnem intervalu. Podrobni izračun pokaže, da je rekombinacija možna le pri  $\omega t_0 \in [0, \frac{\pi}{2}]$ , pri ostalih vrednostih  $t_0$  pa se elektron ne more več vrniti v začetno točko.

## 2.3 Rekombinacija

Že v prejšnjem poglavju smo ugotovili, da pride do rekombinacije le, če je izpolnjen pogoj  $x(t_1) = 0$ , kar pa ni zadosten pogoj za rekombinacijo. Kvantno mehansko obstaja določena verjetnost, da se bo elektron ujel v začetno stanje atoma, če se nahaja v bližini jedra. Lahko pa se zgodi, da se ne rekombinira, temveč se še naprej pospešuje v zunanjem električnem polju. Iz Slike 2 je razvidno, da se bo tak elektron po določenem času spet vrnil na mesto jedra in se, z neko verjetnostjo, takrat

rekombiniral. Vsi elektroni pa ne povzročijo HHG. Nekateri lahko dodatno ionizirajo jedro, ga vzbudijo v višje energijsko stanje ali oddajo energijo na kak drug način.

Ob rekombinaciji elektrona z jedrom se izseva foton z energijo

$$E = U_i + E_{kin} , \quad (12)$$

kjer je  $E_{kin}$  kinetična energija elektrona v trenutku rekombinacije.

Zaradi ohranitve energije in gibalne količine, se foton izseva v smeri vpadne svetlobe [6]. Obravnavajmo primer, kjer pošljemo  $N$  fotonov z valovnim vektorjem  $\mathbf{k}$  na plinasto tarčo, ki v procesu HHG izseva foton z valovnim vektorjem  $\mathbf{k}'$ . V tarči naj bosta dva atoma  $A$  in  $B$  v osnovnem stanju  $a$  ozziroma  $b$ , z gibalnima količinama  $\hbar\mathbf{K}_A$  in  $\hbar\mathbf{K}_B$ . Začetno stanje takega sistema opiše valovna funkcija

$$|\psi_i\rangle = |N \times \mathbf{k}, 0 \times \mathbf{k}'\rangle \otimes |a, \mathbf{K}_A\rangle \otimes |b, \mathbf{K}_B\rangle . \quad (13)$$

Če v procesu HHG atom  $A$  absorbira  $p$  fotonov  $\mathbf{k}$  in izseva en foton  $\mathbf{k}'$ , je končna valovna funkcija

$$|\psi_f\rangle = |(N - p) \times \mathbf{k}, 1 \times \mathbf{k}'\rangle \otimes |a, \mathbf{K}_A + \delta\mathbf{k}\rangle \otimes |b, \mathbf{K}_B\rangle , \quad (14)$$

kjer je  $\hbar\delta\mathbf{k} = \hbar(p\mathbf{k} - \mathbf{k}')$  sprememba gibalne količine atoma  $A$  zaradi ohranitve celotne gibalne količine.

Če bi se enako zgodilo na atomu  $B$ , bi bilo končno stanje po podobnem premisleku

$$|\psi'_f\rangle = |(N - p) \times \mathbf{k}, 1 \times \mathbf{k}'\rangle \otimes |a, \mathbf{K}_A\rangle \otimes |b, \mathbf{K}_B + \delta\mathbf{k}\rangle . \quad (15)$$

Kadar je  $\delta\mathbf{k} \neq 0$ , sta končni stanji različni, verjetnost za HHG dogodek pa kar vsota verjetnosti za vsak dogodek posebej. Če bi imeli v tarči  $N_a$  atomov, torej izračunamo verjetnost za HHG dogodek kot

$$W = \sum_{j=1}^{N_a} W_j , \quad (16)$$

kjer je  $W_j$  verjetnost, da se dogodek zgodi na  $j$ -tem atomu. Verjetnost  $W$  torej narašča približno linearno z  $N_a$ .

Kadar pa je  $\delta\mathbf{k} = 0$ , je valovna funkcija končnega stanja enaka, ne glede na to, na katerem atomu se je zgodil dogodek. Ker po dogodku ne moremo vedeti, kateri atom je izseval foton, moramo pri verjetnosti najprej sešteti vse valovne funkcije končnih stanj in šele nato kvadrirati:

$$W \propto \left| \sum_{j=1}^{N_a} \psi_f(j) \right|^2 \quad (17)$$

Verjetnost narašča s kvadratom  $N_a$  in torej prevlada pri visokih  $N_a$ , kar ustreza plinu pri HHG. Velika večina dogodkov bo imela torej  $\delta\mathbf{k} = 0$ , kar ustreza fotonu izsevanemu naprej:  $\mathbf{k}' = p\mathbf{k}$ .

Zgornji primer je sicer idealizacija plina, v katerem delci ne interagirajo med seboj. V realnem plinu moramo upoštevati, da se del tarče, ki je že ioniziran, obnaša drugače kot nevtralni atomi. Upoštevati moramo spremembo v lomnem količniku, uklon svetlobe pri potovanju skozi tarčo in odvisnost faz harmonikov od intenzitete laserja [7]. Vsi ti efekti pokvarijo fazno povezavo med laserjem in harmoniki in s tem tudi odvisnost  $N_a^2$ . V praksi se problem rešuje s postopkom imenovanim *phase matching*, kjer z manipulacijo omenjenih motenj dosežejo, da se te med sabo ravno izničijo.

Ocenimo učinkovitost pretvorbe svetlobe s HHG. Vzemimo prej izračunano verjetnost za ionizacijo na časovno enoto ter jo pomnožimo z efektivno dolžino sunka (okoli 10 fs), da dobimo verjetnost za ionizacijo

$$P_{ion} \approx 10^{-2} .$$

Verjetnost za rekombinacijo elektrona z ioniziranim atomom je približno [8]:

$$R \approx 10^{-8} .$$

Verjetnost za HHG dogodek je približno odvisna od kvadrata števila atomov, teh pa je v tarči dimenzijski  $0.02 \times 0.02 \times 1 \text{ cm}$  in pri tlaku  $10^{-3} \text{ mbar}$  približno

$$N_a \approx 10^9 .$$

Število EUV fotonov, ki nastanejo pri enem pulzu laserske svetlobe je torej

$$w = N_a^2 P_{ion} R \approx 10^8 .$$

V enem pulzu svetlobe, ki jo uporablja CITIUS in je bila uporabljena v tem zgledu, je okoli  $\frac{E_{pulza}}{\hbar\omega} = 10^{15}$  fotonov, kar pomeni, da je izkoristek HHG približno  $10^{-7}$ , kar je dobra ocena za izmerjeno vrednost.

V celotnem zgornjem računu smo uporabili linearno polariziran laser. Električno polje takega laserja pospešuje elektron le v smeri  $x$ , zato smo lahko celoten račun naredili v eni dimenziiji. Če bi bil laser nekoliko eliptično polariziran, bi se elektron odklonil tudi v smeri  $y$ . V tem primeru bi dobili dva pogoja za rekombinacijo:

$$x(t) = 0 \quad \text{in} \quad y(t) = 0 \tag{18}$$

Sistem enačb (18) je rešljiv le, če sta obe komponenti eliptično polarizirane svetlobe popolnoma v fazi. Sicer je lahko hkrati izpoljen le en izmed pogojev (18) in elektron ob vrnitvi zgreši jedro. Verjetnost za rekombinacijo je torej zelo majhna v primerjavi z linearно polarizirano vpadno svetlobo.

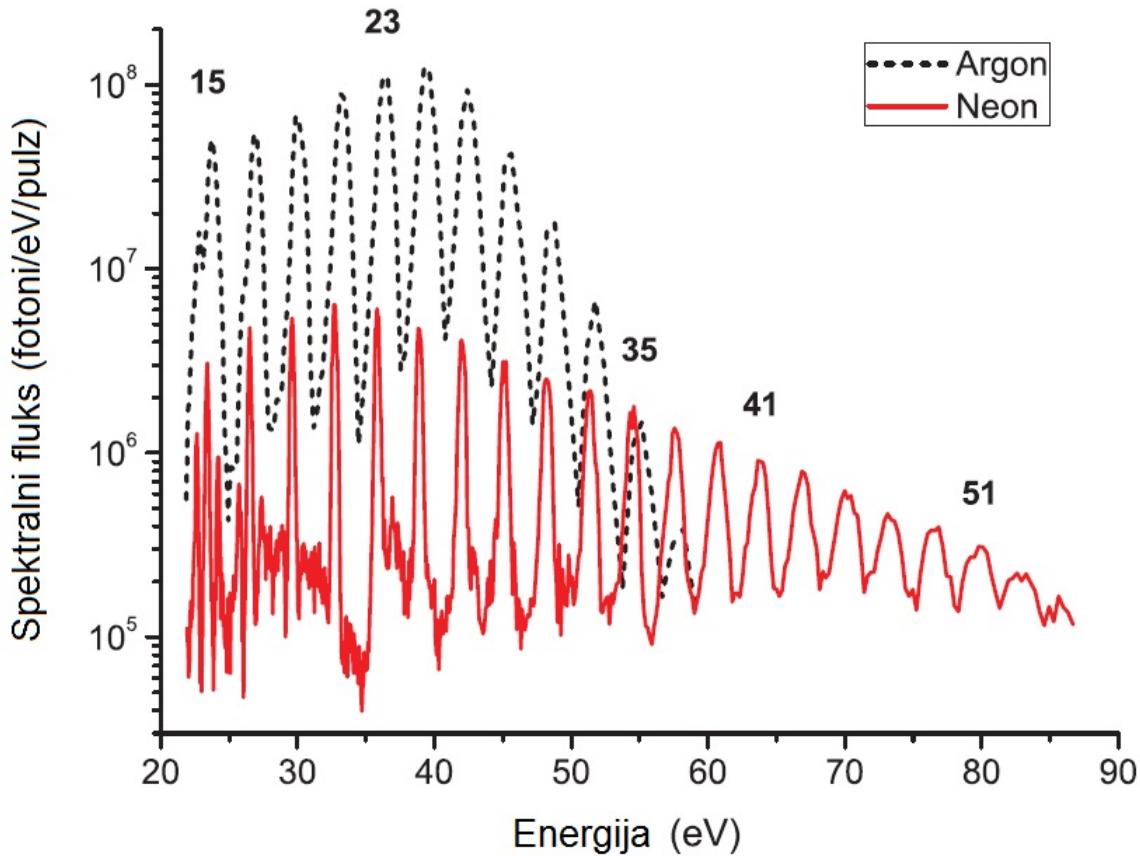
### 3. Energijski spekter

Spekter izsevanih energij pri HHG pričakovano pada pri nizkih redih. Nato tvori konstanten plato preko veliko redov in nazadnje v točki imenovani *cut-off* hitro pada. Opisani spekter za argon in neon prikazuje Slika 3. Najvišje energije sicer dosegajo s helijem.

Trenutno najvišja izmerjena energija je 1.3 keV [9]. Ker so ionizacijske energije in energije vzbujenih stanj helija le nekaj 10 eV, je jasno, da je energija HHG fotona pravzaprav energija rekombiniranega elektrona. Kinetični del te energije lahko izračunamo iz izraza (10) za hitrost elektrona:

$$E_{kin} = \frac{m}{2} \dot{x}^2(t_1) = 2U_p(\sin(\omega t_1) - \sin(\omega t_0))^2 , \tag{19}$$

kjer je  $t_1$  čas rekombinacije,  $U_p$  pa prej definirana *ponderomotive energy*. Enačbo (19) lahko seveda uporabimo le, če je hkrati tudi  $x(t_1) = 0$ , torej za elektron na mestu jedra.



Slika 3. Harmonski spekter argona in helija posnet na napravi CITIUS. [2]

### 3.1 Energija *cut-off*-a

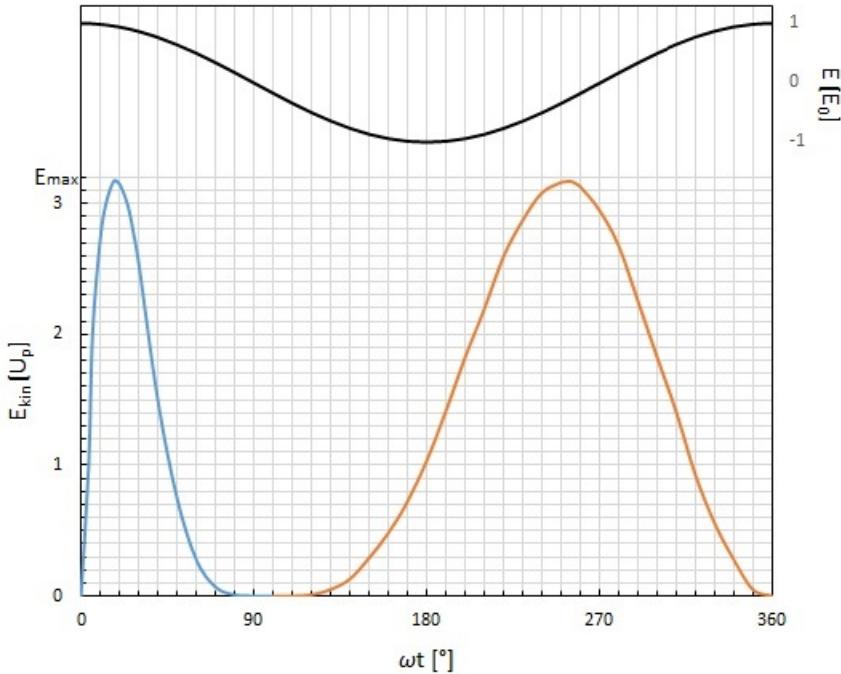
Kot vidimo iz enačbe (19), je kinetična energija elektrona, in s tem energija izsevanega fotona, odvisna od časa ionizacije  $t_0$ , oziroma časa rekombinacije  $t_1$ . Obe odvisnosti prikazuje Slika 4. Najvišjo energijo dobimo pri  $\omega t_0 = 17^\circ$ , kar ustreza rekombinaciji pri  $\omega t_1 = 255^\circ$ . Pri teh pogojih znaša kinetična energija elektrona ob rekombinaciji  $3.17U_p$ . Če temu prištejemo še ionizacijsko energijo atoma, dobimo maksimalno energijo izsevanega fotona:

$$E_{max} = U_i + 3.17U_p \quad (20)$$

Pri tej energiji intenziteta izsevane svetlobe močno pade in v spektru se pojavi stopnica, poznana kot *cut-off*. Energija v enačbi (20) predstavlja položaj *cut-off*-a v spektru in se dobro ujema z eksperimentalnimi podatki.

Če želimo doseči visoke energije, moramo torej uporabljati laser s čim manjšo frekvenco in čim močnejšim električnim poljem. Vendar, če  $E_0$  preveč povečamo, dobimo znatno gostoto magnetnega polja  $B_0$ , ki odkloni elektron iz smeri gibanja in povzroči, da ta zgreši jedro. Visoke energije HHG torej v glavnem dosegamo z nizkimi frekvencami.

Čeprav enačba (20) kaže linearno odvisnost energije *cut-off*-a od intenzitetete laserja  $I$ , obstaja meja  $I_{sat}$ , kjer pride do nasičenja in se HHG neha. Nad to mejo postanejo prevladujoči drugi efekti, kot na primer fotoionizacija.  $I_{sat}$  lahko povečamo z uporabo lažjih žlahtnih plinov, ki pa imajo manjšo učinkovitost.



**Slika 4.** Kinetična energija elektrona ob rekombinaciji v odvisnosti od časa ionizacije  $t_0$  (modra črta) ter časa rekombinacije  $t_1$  (rdeča črta). Črna črta predstavlja električno polje. [10]

### 3.2 Harmoniki

Iz Slike 4 je razvidno, da lahko do vsake končne energije, ki je manjša od  $E_{max}$ , elektron pride po dveh poteh. Tisto, pri kateri je  $\omega t_0 < 17^\circ$  in  $\omega t_1 > 255^\circ$ , imenujemo *dolga trajektorija*, tisto z  $\omega t_0 > 17^\circ$  in  $\omega t_1 < 255^\circ$  pa *kratka trajektorija*. Izrazi izhajajo iz dejstva, da v prvem primeru elektron opisuje daljšo pot pred rekombinacijo. V resnici je možnih trajektorij za določeno končno energijo še več. Enak vzorec kot na Sliki 4 se namreč ponavlja v intervalih, med katerimi je  $\omega t = \pi$ . To sledi iz rešitev enačbe (19). Če je par  $(\omega t_0, \omega t_1)$  rešitev te enačbe, je rešitev tudi  $(\omega t_0 + m\pi, \omega t_1 + m\pi)$ , kjer je  $m \in \mathbb{Z}$ . Trajektorijo elektrona za vsako tako rešitev lahko zapišemo kot

$$x_m(\omega t) = (-1)^m x_0(\omega t - m\pi), \quad (21)$$

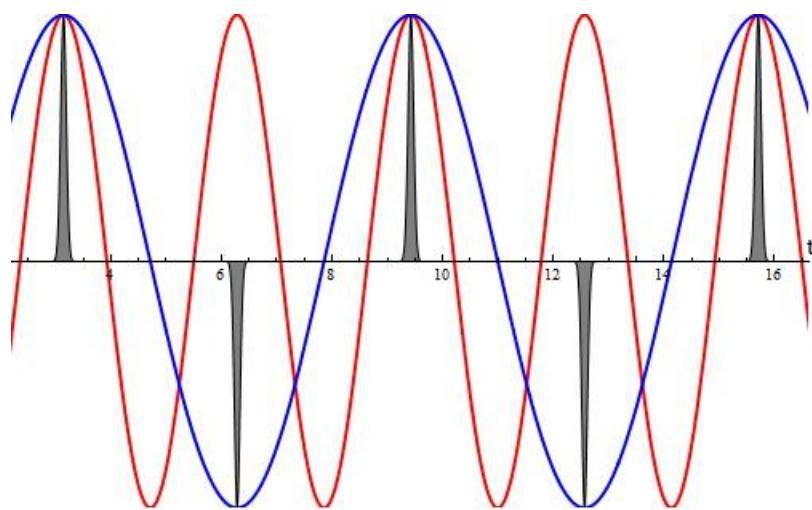
kjer je  $x_0(\omega t)$  trajektorija elektrona, ki se izseva ob času  $t_0$ . Zaporedni harmoniki se torej izsevajo z razmakom  $\pi$  in alternirajočo fazo, kar ponazarja Slika 5. Pri Fourierovi transformaciji črne krivulje na Sliki 5 dajo neničelno vrednost le členi z lihimi večkratniki frekvence (modra črta). Pri sodih členih (rdeča črta) se prispevki zaporednih harmonikov ravno izničijo. To pojasni, zakaj se v HHG spektru pojavljajo samo vrhovi lihih redov.

Slika 6 prikazuje primer polja, ki ga tvori nekaj lihih komponent. Tudi HHG svetloba se izseva v takšnih pulzih, kar izkoriščamo pri raziskavah.

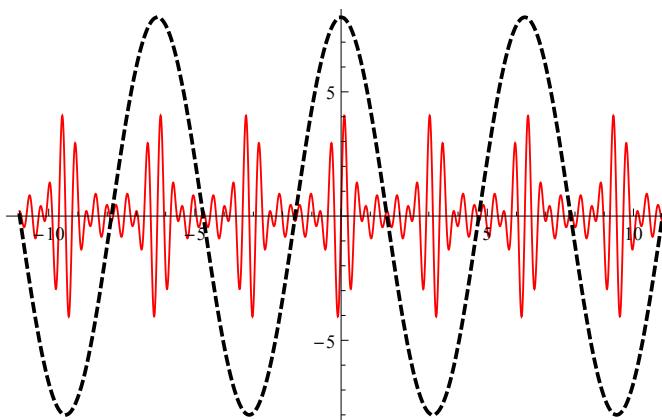
### 4. Svetlobni vir CITIUS

V laboratoriju za kvantno optiko Univerze v Novi Gorici so v sodelovanju s sinhrotronom Elettra v Trstu aprila 2014 postavili nov vir svetlobe HHG, imenovan CITIUS.

Postavitev CITIUS-a prikazuje Slika 7. Titan-Safirjev laser oddaja svetobo z valovno dolžino 800 nm. Ta gre nato skozi ojačevalnik, ki ustvari pulze svetlobe z energijo nekaj mJ ter dolžino 35 fs pri frekvenci 5 kHz. Optični sistem ta pulz razdeli. Večji del vstopi v HHG posodo z vakuumom, medtem ko gre manjši del v parametrični ojačevalnik. Slednji lahko ustvari svetobo z valovnimi

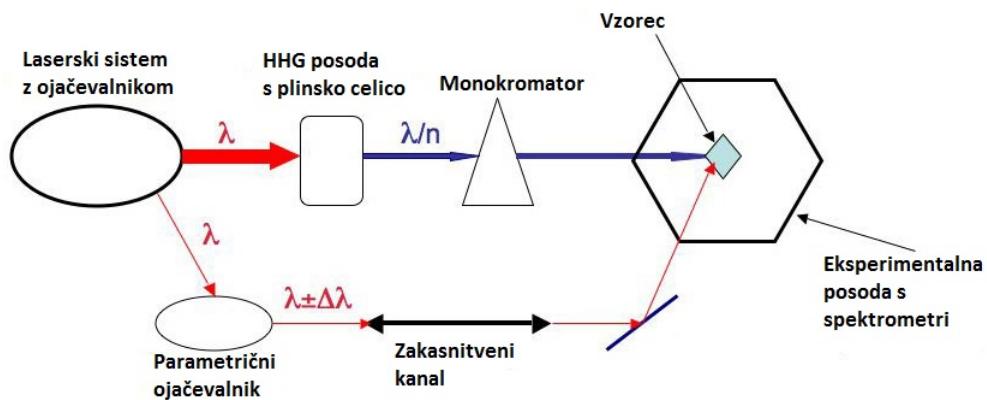


Slika 5. Harmoniki z alternirajočo fazo (črna) ter Fourierova člena z  $\sin(\omega t)$  (modra) in  $\sin(2\omega t)$  (rdeča).



Slika 6. Primer polja, kakršno se izseva pri HHG:  $E = E_0(\sin(9\omega t) + \sin(11\omega t) + \sin(13\omega t) + \sin(15\omega t))$ . Črtkana črta predstavlja električno polje.

dolžinami na širokem področju, ki se nato uporablja za *pump-probe* poskuse. Ta svetloba je speljana še skozi zakasnitveni kanal, ki regulira, kdaj vstopi svetloba v eksperimentalno posodo glede na HHG žarek.



Slika 7. Postavitev svetlobnega vira CITIUS.  $\lambda$  predstavlja valovno dolžino laserja,  $n$  je izbrani harmonik,  $\Delta\lambda$  pa sprememba valovne dolžine iz parametričnega ojačevalnika. [11]

HHG žarek v HHG posodi usmerimo v plinsko celico, ki je prikazana na Sliki 8. V celici je argon

pri tlaku okoli  $10^{-3}$  mbar. Da preprečijo uhajanje plina iz celice, je celica zaprta vse dokler nanjo ne posveti laser in naredi vhodno odprtino. Proses HHG se zgodi v plinski celici, svetloba pa gre nato skozi monokromator v eksperimentalno votlino. Dobljena svetloba ima valovno dolžino okrog 30 nm oziroma energijo 40 eV. Osnovni namen CITIUS-a je produciranje ekstremne UV svetlobe,



**Slika 8.** Plinska celica, kakršne uporablja CITIUS.

ki bi se nato uporabljala za opazovanje snovi. Kratki sunki v območju femtosekund omogočajo opazovanje hitrih elektronskih procesov v atomih in molekulah. Opazujemo lahko nanostrukture, ki so pomembne tako v nanotehnologiji, kot tudi v kemiji, medicini in farmaciji. Eden izmed najbolj obetavnih projektov na CITIUS-u je opazovanje odziva sistemov, ki vsebujejo ftalocianine - molekule, obetavne na področju fotodinamičnih terapij raka [12].

## 5. Zaključek

Odkritje procesa HHG je v znanosti odprlo mnoga nova področja raziskovanja. Svetlobni viri HHG so relativno poceni viri močne koherentne svetlobe. Svetlobo izsevajo v kratkih femto- oziroma celo atosekundnih pulzih. To omogoča spektroskopijo snovi na nanoskopskem nivoju ter opazovanje hitrih procesov v atomih in molekulah. Razvilo se je popolnoma novo področje femtokemije, ki s *pump-probe* poskusi opazuje odzive snovi na ionizirajočo svetobo. Rezultati takih poskusov so pomembni ne le v kemiji, temveč tudi v medicini in farmaciji. Projekti kot je CITIUS na Univerzi v Novi Gorici pa upajo, da bodo z razvojem te tehnologije odkrili nove načine zdravljenja z obsevanjem.

## LITERATURA

- [1] Yehuda B. Band, *Light and Matter*, John Wiley & Sons (2006).
- [2] C. Grazioli *et al*, *CITIUS: An infrared-extreme ultraviolet light source for fundamental and applied ultrafast science*, Rev. Sci. Instrum. **85** (2014).
- [3] *Helium Energy Levels*, Pridobljeno 28.3.2014 na <http://hyperphysics.phy-astr.gsu.edu/hbase/quantum/helium.html>.
- [4] *The Virial Theorem*, Pridobljeno 22.9.2014 na <http://www.astro.cornell.edu/academics/courses/astro201/vt.htm>.
- [5] D. Bauer, P. Mulser, *Exact field ionization rates in the barrier-suppression regime from numerical time-dependent Schrödinger-equation calculations*, Phys. Rev. A **59**(1) (1999), 569-577.
- [6] C. Cohen-Tannoudji, *Atom-Photon Interactions: Basic Processes and Applications*, John Wiley & Sons (1998).
- [7] Ba Khoung Dinh, *Phase-Matched High Order Harmonic Generation and Applications*, Doktorsko delo, Swinburne University of Technology (2012).
- [8] P. B. Corkum, *Plasma Perspective on Strong-Field Multiphoton Ionization*, Phys. Rev. Lett. N **71**(13) (1993), 1994–1997.
- [9] *High Harmonic Generation*, Pridobljeno 28.3.2014 na [http://desy.cfel.de/sites/site\\_cfel-desy/content/e121421/e220299/](http://desy.cfel.de/sites/site_cfel-desy/content/e121421/e220299/)
- [10] Kenichi L. Ishikawa, *High-Harmonic Generation*, Advances in Solid State Lasers Development and Applications, InTech (2010).
- [11] *CITIUS - Interregional Centre of Ultrafast Photonic Technology for Spectroscopies*, Pridobljeno 3.5.2014 na <http://www.elettra.trieste.it/lightsources/labs-and-services/citius/citius.html>.
- [12] *O laboratoriju za kvantno optiko*, Pridobljeno 21.4.2014 na [http://www.ung.si/sl/raziskave/laboratorij-za-kvantno-optiko/.e220334/e220335/e220342/UFSIMPRS\\_HHGsection.pdf](http://www.ung.si/sl/raziskave/laboratorij-za-kvantno-optiko/.e220334/e220335/e220342/UFSIMPRS_HHGsection.pdf).