

# MAGNETNI MONOPOLI V SPINSKEM LEDU

JAKA PIŠLJAR

Fakulteta za matematiko in fiziko  
Univerza v Ljubljani

V članku so na začetku povzete glavne značilnosti magnetnih monopolov, vključno z naravo magnetnega polja, ki ga proizvedejo, ter s pojmom Diracove strune. Nato je predstavljen pojem magnetnega frustriranega sistema kot ključnega pojma za razumevanje spinskega ledu. Razložena je zveza z vodnim ledom, po katerem je skupina magnetnih materialov dobila ime led. Sledi opis spinskega ledu in interakcij v njem ter modela "ročk", ki omogoča enostavno razlago, zakaj se vzbujena stanja sistema lahko razume kot efektivne magnetne monopole. Na koncu so opisana še ravnovesna stanja spinskega ledu pod vplivom zunanje magnetnega polja.

## MAGNETIC MONOPOLES IN SPIN ICE

Main characteristics of the magnetic monopoles, together with their magnetic field and the term Dirac string are summarized. Next, the properties of the frustrated systems are explained, as these are essential in further explanation of the spin ice materials. The spin ice materials are presented, as well as the magnetic interactions responsible for their physical properties. The effective magnetic monopoles emerging in spin ice are introduced through the dumbbell model, where magnetic dipoles are replaced by pairs of magnetic monopoles. In conclusion, the equilibrium state of spin ice in a magnetic field is discussed.

### 1. Uvod

Eksperimentalni fiziki se že skoraj 100 let trudijo odkriti *magnetne monopole*, ki jih je teoretično napovedal že *Paul Dirac (1902- 1984)* leta 1931. Pred njim pa je *Pierre Curie* že leta 1894 domneval, da bi lahko obstajali. Obstoj magnetnih monopolov bi poskrbel za ustrezno simetrizacijo Maxwellovih enačb, Diracu pa je koncept magnetnih nabojev pomagal razložiti kvantizacijo električnega ter tudi še neodkrita magnetnega naboja v naravi.

Opravljenih je bilo že veliko eksperimentov, med njimi je eden bolj znanih stanfordski eksperiment (*Stanford magnetic monopole search*), kjer so s pomočjo superprevodne zanke zaznavali morebitne monopole kot posledico sevanja iz vesolja. Stanfordski fizik *Blas Cabrera* je leta 1982 v okviru tega eksperimenta zaznal dogodek, ki je imel karakteristike magnetnega monopola [1]. Po objavi izsledkov so po svetu zrasli številni drugi tovrstni eksperimenti, vendar dogodki niso zaznali nikoli več. Tudi na Stanfordu so še poskušali, in sicer z večjimi detektorji, vendar neuspešno. Eksperiment so z leti opustili.

V zadnjih letih pa so fiziki poskušali pogled usmeriti še v drugo smer. Magnetne monopole namreč iščejo ne kot osnovne delce, pač pa kot kvazidelce oziroma osnovne vzbuditve, ki se pojavijo kot posledica interakcij v snovi. Primer, na katerega se bomo osredotočili, je *spinski led*, kakor imenujemo snov, ki vsebuje tudi atome elementa z močnimi magnetnimi momenti, katerih značilna prostorska razporeditev prispeva k posebno zanimivim lastnostim te snovi. Posebnost spinskega ledu je tudi končna makroskopska entropija pri nizkih temperaturah. Zanja se je izkazalo da ustreza makroskopski entropiji vodnega ledu pri nizkih temperaturah, ki jo je prvi izračunal slavni kemik *Linus Pauling (1901- 1994)*. Zadnji izsledki sicer kažejo, da se entropija pri zelo nizkih temperaturah v resnici zniža. Poleg tega so pred kratkim sintetične magnetne monopole *ustvarili* v umetnem magnetnem polju Bose-Einsteinovega kondenzata, sistemu hladnih atomov [2].

V članku bom na kratko predstavil magnetne monopole, se nato posvetil spinskemu ledu in, najpomembneje, *magnetnim vzbujenim stanjem ali ekscitacijam* v spinskem ledu. Takšno vzbujeno

stanje spinskega ledu s pomočjo prevedbe na ustrezeni model, ki je predstavljen, lahko razumemo kot magnetni monopol, saj ima lastnosti, vključno z magnetno interakcijo, ki bi jih od magnetnega naboja pričakovali. Kot bomo videli, je bistveno, da taki naboji niso omejeni na mesto nastanka, pač pa jih po kristalni mreži lahko premikamo brez neskončnih izgub energije.

## 2. Magnetni monopol

Vseeno pa si najprej podrobneje pogledimo lastnosti magnetnih monopolov. Po analogiji z gostoto električnega naboja lahko uvedemo gostoto magnetnega naboja kot

$$\rho_m = q_m \delta^3(\mathbf{r}),$$

kjer je  $q_m$  magnetni naboj. Potem se druga (simetrizirana) Maxwellova enačba zapiše kot

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = \mu_0 c \rho_m,$$

iz nje pa takoj sledi magnetno polje točkastega monopola

$$\mathbf{B}(\mathbf{r}) = \frac{\mu_0 c q_m \mathbf{r}}{4\pi |\mathbf{r}|^3},$$

kjer je  $\mu_0$  induksijska konstanta,  $c$  pa svetlobna hitrost [3]. Magnetno polje točkastega monopola ima tako enako obliko kot električno polje točkastega naboja. Vendar prostih delcev s takimi lastnostmi še niso opazili.

Kot rečeno, je v teoretično fiziko monopole vpeljal že Dirac, ko je razvijal teorijo relativističnega kvantnega elektromagnetizma. Iz zakonov kvantne mehanike vemo, da je vrtilna količina delcev kvantizirana kot večkratnik  $\hbar$ , Planckove konstante  $h$  deljene z  $2\pi$ . Vrtilno količino lahko pripišemo tudi elektromagnetnemu polju sistema dveh raznovrstnih nabojev. Denimo, da imamo v prostoru električni naboj  $q_e$  in magnetni naboj  $q_m$ . Vemo, da lahko takemu paru nabojev pripišemo Poyntingov vektor in vrtilno količino, za katero pa se izkaže, da je neodvisna od razdalje med njima. Takoj sledi, da če obstaja kak magnetni naboj potem mora biti električni naboj kvantiziran, kar bi razložilo sicer že dolgo znano eksperimentalno opažanje [3].

Po Diracu znaša osnovni magnetni naboj

$$q_D = \frac{\hbar}{\mu_0 q_0},$$

kjer je  $q_0$  osnovni električni naboj.

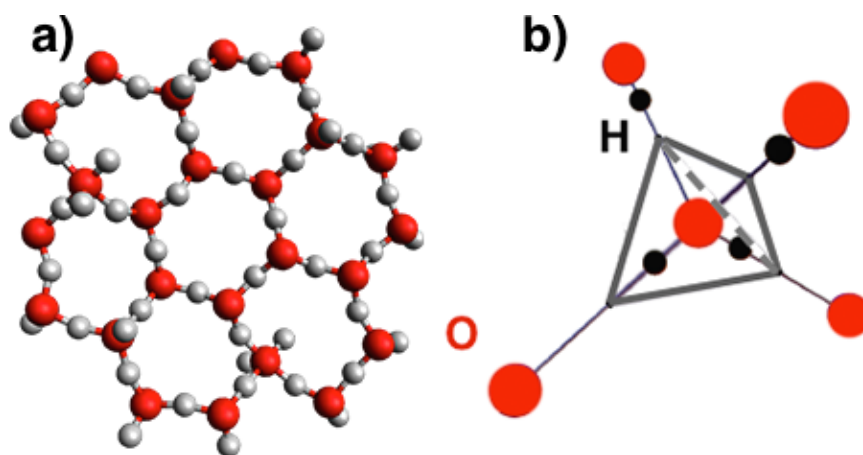
Med magnetnim monopolom in njegovim antidelcem, torej med pozitivnim in negativnim magnetnim nabojem, se razteza namišljena *Diracova struna*, v primeru enega samega monopola, pa gre struna v neskončnost. Na Diracovi struni ne moremo definirati magnetnega potenciala  $\mathbf{A}$ . Diracova struna je eksperimentalno neopazljiva, to dejstvo pa je Dirac povezal z gornjim premislekom o kvantizaciji magnetnih nabojev. Analog Diracove strune opazimo tudi med magnetnimi monopoli v spinskem ledu, čemur se bom posvetil v nadaljevanju.

### 2.0.1 Vodni led

Preden se bolj natančno posvetimo spinskemu ledu, si oglejmo nam bolj in najdlje poznan frustriran sistem, *vodni led*. Najpogostejša konfiguracija vodnega ledu v naravi je *heksagonalna*, prikazana na Sliki 1 levo, in v tej mreži se pojavijo frustracije. Le-te v tem primeru niso spinske narave, pač pa izvirajo iz medsebojne porazdelitve ionov kisika in ionov vodika (protonov) v heksagonalni mreži

ledu. Znanstvenika *J. D. Bernan* in *R. H. Fowler* sta leta 1933 na podlagi kemijskih spoznanj napovedala poseben sistem pravil, ki določajo geometrijo vezi med obema vrstama ionov v omenjeni mreži ledu. Ta t.i. ledna pravila (*ice rules*) zahtevajo, da sta v mreži okoli vsakega oksidnega iona vedno dva protona, ki sta mu bližje, in dva, ki sta bolj oddaljena od iona in s tem bližje nekemu drugemu oksidnemu ionu (Slika 1 desno). Z drugimi besedami vsak oksidni ion v heksagonalni mreži je vezan na 4 protone, na dva šibkeje, na dva pa močneje. Frustracija pa izvira iz dejstva, da takšna razporeditev ni enolična, saj lahko lednim pravilom zadostimo tudi s preureditvijo protonov okoli oksidnih ionov.

Kot je nato leta 1935 pokazal Pauling, opisane frustracije povzročijo, da ima sistem tudi pri nizkih temperaturah  $T \rightarrow 0$  makroskopsko entropijo, ki ostane končna. To entropijo (*residual entropy, zero-point entropy*) so uspešno izmerili in s tem potrdili model vezi v ledu.



**Slika 1.** a) Kristalna ravnina heksagonalne strukture vodnega ledu. Večje kroglice so oksidni ioni, manjše pa protoni  $H$ . b) Okoli oksidnih ionov  $O$  v vodnem ledu, so protoni  $H$  razporejeni tako, da sta dva bližje izbranemu ionu, dva pa bolj stran od njega. Ker je takšnih lokalnih konfiguracij več ( $2^4 = 16$ ) je sistem frustriran.

Pokazal je, da ta pravila vodijo v makroskopsko degeneracijo, kar pomeni, da število energijsko enakovrednih postavitvev protonov narašča zelo hitro s številom oksidnih ionov  $N$ . Izračunal je (enačba (1)), da je vseh možnih postavitvev protonov v mreži pri posameznem oksidnem ionu  $2^4 = 16$ , takih, ki ustrezajo opisanim pravilom pa le 6. Ker je oksidnih ionov  $N$ , je vezi  $2N$ . Tako je prišel do entropije sistema:

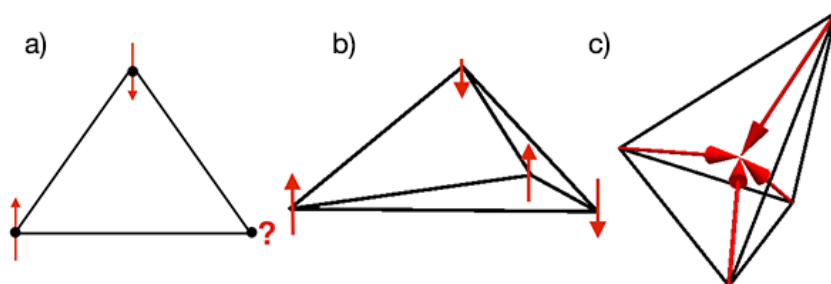
$$S_0 = k_B \ln \left[ \left( \frac{6}{16} \right)^N 2^{2N} \right] = k_B \ln \left( \frac{3}{2} \right)^N. \quad (1)$$

Ta vrednost se ujema z meritvami entropije vodnega ledu, poleg tega pa so s sipanjem nevtronov pokazali, da veljajo tudi zgoraj navedena ledna pravila [4].

## 2.0.2 Magnetni frustrirani sistemi

Sedaj se posvetimo magnetnim frustriranim sistemom, kakršen je tudi spinski led. Eksperimentalni fiziki se z magnetnimi sistemi ukvarjajo že desetletja, saj so jih odkrili že veliko, obstaja pa tudi širok nabor eksperimentalnih tehnik, s katerimi jih lahko proučujemo. V zadnjih 50 letih so karakterizirali veliko frustriranih magnetnih sistemov, za opis katerih so teoretiki razvili spinske modele na različnih tipih mrež, od najpreprostejših naprej. Že leta 1956 je *Anderson* pri študiji spinskega sistema na ravninski trikotni frustrirani mreži nakazal, da bi bil frustriran magnetni sistem ledu možen na *piroklorni mreži* (Slika 3). Kljub teoretičnim uspehom na tem področju pa je bilo pravih magnetnih

materialov s temi lastnostmi odkritih bore malo vse do leta 1997, ko so opazili, da se *feromagnetni model na piroklorni mreži* prevede direktno na model ledu (*ice model*), če so le magnetni momenti omejeni na smer vzdolž posebnih (*Isingovih*) osi sistema.



**Slika 2.** a) preprosta ponazoritev frustriranega ravninskega sistema. Če imamo med Isingovimi spini, ki so v ogliščih enakostraničnega trikotnika, antiferomagnetno interakcijo, lahko dva spina usmerimo poljubno, tretji pa ima na voljo dve energijsko enakovredni možnosti. b) frustriran sistem v tetraedrični mreži. c) Frustracija v anizotropnem magnetnem sistemu, kjer so spini omejeni na smer od oglišča do središča tetraedra.

Na hitro osvežimo razliko med feromagnetnimi in antiferomagnetnimi sistemi. V antiferomagnetnem sistemu imajo magnetni momenti sosednjih ionov težnjo, da se poravnajo antiparalelno. V odsotnosti magnetnega polja to pomeni, da je makroskopska magnetizacija antiferomagnetnega sistema pri poljubni temperaturi enaka nič. Do urejenega stanja pride le pri dovolj nizkih temperaturah, pri temperaturah višjih od *Néelove temperature*, ki je analog *Curriejevi temperaturi* pri feromagnetnih materialih, pa ureditev izgine. Néelovo temperaturo  $T_N$  materiala določimo z meritvijo magnetne susceptibilnosti, saj le-ta pri  $T_N$  doseže maksimum. Nad Néelovo temperaturo postane tak sistem paramagneten. Hamiltonka interakcije med dvema magnetnima momentoma v feromagnetnem ali antiferomagnetnem sistemu se v Heisenbergovem modelu zapiše kot

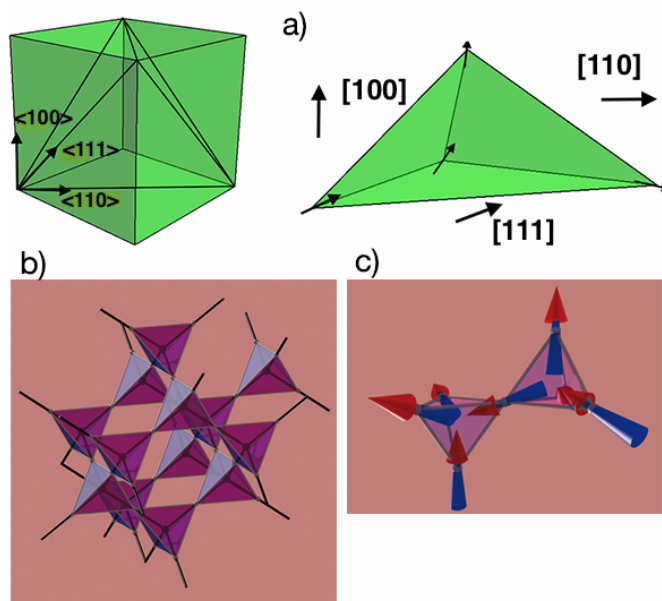
$$H = -JS_1 \cdot S_2, \quad (2)$$

kjer je v primeru feromagnetne interakcije med ustreznima magnetnima momentoma  $S_1$  in  $S_2$  sklopitvena konstanta  $J > 0$  (energijsko je takrat ugodneje, da spina kažeta v isto smer), v primeru antiferomagnetne pa  $J < 0$  (ko je energijsko ugodneje, da sta spina antiparalelna). V primeru enostavnega feromagneta ali antiferomagneta so v urejenem stanju vse parske interakcije med sosednjimi momenti lahko hkrati minimizirane. Če pa je struktura sistema bolj zapletena lahko pride do frustracije. Klasični primer frustracije najdemo na antiferomagnetni trikotni mreži, kjer se imata sosednja spina težnjo poravnati v nasprotnih smereh, njima najbližji sosed pa ima potem na voljo dve energijsko enakovredni orientaciji, kot je prikazano na Sliki 2, zgoraj. V treh dimenzijah do frustracije na zelo podoben način pride na antiferomagnetni tetraedrični mreži, le da osnovni motiv sedaj vsebuje štiri sosednje momente, kakor je prikazano na Sliki 2, spodaj.

Magnetne lastnosti znanih spinskih ledov pri nizkih temperaturah bistveno določa lokalna magnetna anizotropija kristala vzdolž kristolografske smeri [111], prikazane na Sliki 3. Slednja omeji smer magnetnih momentov v ogliščih posameznega tetraedra na zveznico med središčem in ogliščem tetraedra, kar je prikazano na sliki 3, desno. Takšnim smerem pravimo lahke osi kristala (*easy axes*). Vsak magnetni moment ima tako na voljo le dvojec energijskih stanj. Sicer veliki magnetni momenti se torej obnašajo kot Isingovi spini, ki zavzemajo le dve vrednosti v eni smeri. Zato lahko izmenjalno interakcijo med dvema sosednjima magnetnima momentoma v spinskem ledu zapišemo enostavneje kot v enačbi (2), in sicer z Isingovim modelom

$$H = -JS_1 S_2,$$

kar bomo ob zapisu Hamiltonke spinskega ledu tudi storili. Prav zaradi anizotropije kristala v teh materialih opazimo lokalno upoštevanje pravila, ki velja v vodnem ledu, le da mu tu na opisani način zadostijo magnetni momenti.



**Slika 3.** a) Kristalografske smeri v piroklorni mreži. Piroklorna mreža je mreža, ki jo tvorijo tetraedri, ki si med seboj delijo oglišča. b) Piroklorna mreža, na kateri so realizirali magnetni sistem, ki ga karakterizira podobna frustriranost kot vodni led. c) Vir frustracij spinskega ledu so močni magnetni momenti, ki se nahajajo v ogliščih tetraedra in se držijo pravila *two-in, two-out*: dva spina sta usmerjena proti središču tetraedra, dva pa stran od njega (proti središču sosednjega), vse to v smeri lahkih osi kristala. Vir slik: [4], [6].

Tipična predstavnika spinskih ledov sta  $\text{Dy}_2\text{Ti}_2\text{O}_7$  z magnetnimi  $\text{Dy}^{3+}$  ioni (skupna vrtilna količina  $J = 15/2$ ) ter  $\text{Ho}_2\text{Ti}_2\text{O}_7$  z magnetnimi  $\text{Ho}^{3+}$  ioni ( $J = 8$ ). V središču tetraedra v mreži spinskega ledu je oksidni ion, torej ima vsak ion težke zemlje ( $\text{Dy}^{3+}$  ali  $\text{Ho}^{3+}$ ), ki se nahaja v oglišču tetraedra, v svoji bližini dva oksidna iona. Visoki spini ionov (to sta iona težkih zemelj, Ho je holmij, Dy pa disprozij), pomenijo velike magnetne momente ( $\approx 10\mu_B$ ), ki pa so omejeni v lokalni kristalografski smeri [111], torej na zveznico oglišč in središč tetraedrov, ki tvorijo piroklorno mrežo.

## 2.1 Interakcije v dipolarnem spinskem ledu

Modelu, ki je prvi pravilno opisal te zanimive lastnosti in interakcije spinskega ledu pravimo model dipolarnega spinskega ledu (*dipolar spin-ice model*). Pridevnik dipolarni si je prislužil, kajti nadomestil je model, ki je poskušal opisati spinski led le preko izmenjalnih magnetnih interakcij med najbližjimi sosedi. Simulacija modela se odlično ujema z eksperimentalnimi podatki, pri čemer večinoma merijo specifično toploto ter sipajo nevtrone na površinah teh materialov.

Za razumevanje interakcij v spinskem ledu je bil ključen naslednji eksperiment. Čeprav so iz meritev s sipanjem nevtronov na površini spinskega ledu  $\text{Ho}_2\text{Ti}_2\text{O}_7$  določili *Curie-Weissovo temperaturo*  $\theta_{CW} \approx 1.9 \text{ K}$ , ki je pozitivna in torej kaže na feromagnetne lastnosti materiala, sistem ne doseže feromagnetne ureditve magnetnih momentov tudi pri še nižjih temperaturah. Makroskopska magnetizacija se torej ne pojavi. Izkaže se, da so izmenjalne interakcije med najbližjimi magnetnimi momenti pravzaprav *antiferomagnetne*, vendar postanejo efektivno *feromagnetne*, kot posledica magnetnih dipolarnih interakcij, ki niso le kratkega dosega kakor izmenjalne interakcije. To je posledica

velikih magnetnih momentov ionov težkih zemelj. Iz tega razloga jih je ključno upoštevati pri zapisu interakcij med najbližjimi sosedi [4].

Magnetni momenti v piroklorni mreži so torej omejeni na lokalne Isingove osi in magnetni moment na  $i$ -tem mestu lahko zapišemo kot  $\mu_i = S_i \mu \hat{e}_i$ , kjer  $S_i = \pm 1$ . Hamiltonka znanih spinskih ledov se zapiše kot

$$H = -J \sum_{\langle ij \rangle} S_i S_j + D a^3 \sum_{i,j} \left[ \frac{\hat{e}_i \cdot \hat{e}_j}{r_{ij}^3} - \frac{3(\hat{e}_i \cdot \mathbf{r}_{ij})(\hat{e}_j \cdot \mathbf{r}_{ij})}{r_{ij}^5} \right], \quad (3)$$

kjer ima prvi člen Isingovo obliko in opisuje izmenjalno interakcijo med najbližjimi magnetnimi momenti, drugi člen pa opisuje dipolarno interakcijo med posameznimi pari magnetnih momentov in je daljšega dosega. Pri tem je  $J < 0$  sklopitvena konstanta izmenjalne interakcije, ki je antiferomagnetna,  $r_{ij}$  je razdalja med spinoma na mestih  $i$  in  $j$ ,  $a$  pa razdalja med najbližjima sosedoma v piroklorni mreži, ki za  $\text{Ho}_2\text{Ti}_2\text{O}_7$  znaša  $a \approx 3.54 \text{ \AA}$ . Konstanta  $D$  je sklopitvena konstanta dipolarne interakcije:

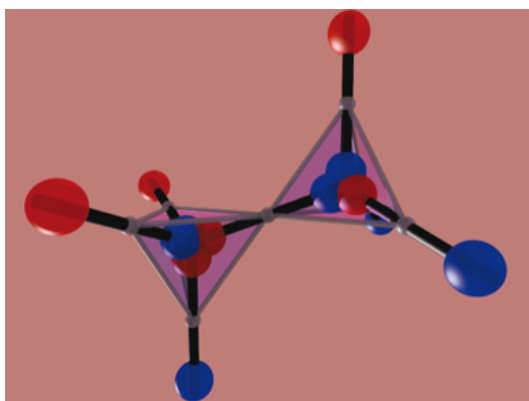
$$D = \frac{\mu_0 \mu^2}{4\pi a^3},$$

in seveda vsebuje velikost magnetnih momentov  $\mu$ , ter značilno razdaljo  $a$  med njimi.

### 2.1.1 Model "ročk"

V obravnavi spinskega ledu se je obnesel t.i. model "ročk" oz. *dumbbell model*. V modelu vsak magnetni dipol nadomestimo z magnetnima monopoloma različnih predznakov na razdalji  $a_d$ , torej z nekakšno "ročko" monopolov, s čimer skoraj ne spremenimo energije sistema (Slika 4). Orientacijo dipola določimo s postavitvijo pozitivnega in negativnega magnetnega naboja. Velikost naboja mora biti taka, da reproducira prejšnjo sliko sistema torej  $\pm\mu/a_d$ . Model "ročk" je najlažje rešljiv, če monopole, ki tvorijo ročke, postavimo kar v središča tetraedrov, če torej izberemo, da je  $a_d/2$  enaka razdalji od oglišča do središča tetraedra ( $a_d = \sqrt{3/2}a$ ). Takšni naboji so sedaj v središčih tetraedrov, ki tvorijo piroklorno mrežo in predstavljajo oglišča diamantne mreže [6].

Energija take konfiguracije dipolov, ki jih tvorijo monopoli, se zapiše z magnetnim Coulombovim



**Slika 4.** Model, s katerim smo opisali magnetne dipole v piroklorni mreži. Rdeče kroglice predstavljajo naboje nasprotnega predznaka kot modre. Razdalja med njimi je enaka dvakratni razdalji med ogliščem in središčem tetraedra. Monopoli, s katerimi smo nadomestili dipole, tvorijo diamantno mrežo, ki je dualna mreža piroklorni. Vir slike: [6].

zakonom kot

$$V(r_{\alpha\beta}) = \begin{cases} \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{Q_\alpha Q_\beta}{r_{\alpha\beta}}, & \text{če } \alpha \neq \beta \\ v_0 Q_\alpha^2, & \text{če } \alpha = \beta \end{cases}, \quad (4)$$

kjer je  $Q_\alpha$  skupni magnetni naboj na mestu  $\alpha$  v mreži in  $r_{\alpha\beta}$  razdalja med dvema mestoma,  $v_0$  pa je konstanta, ki poskrbi za pravilno skupno interakcijo med najbližjimi dipoli. Enačba (4), ki je

navsezadnje le aproksimacija, je izpeljana iz enačbe (3) in je slednji ekvivalentna do popravkov, ki so povsod majhni in padajo z razdaljo kot  $1/r^5$ , kar je veliko hitreje kot pa dipolarne interakcije. Do popravkov pride ker smo prej *točkaste* magnetne dipole nadomestili s pari magnetnih monopolov v večjih medsebojnih razdaljah [6].

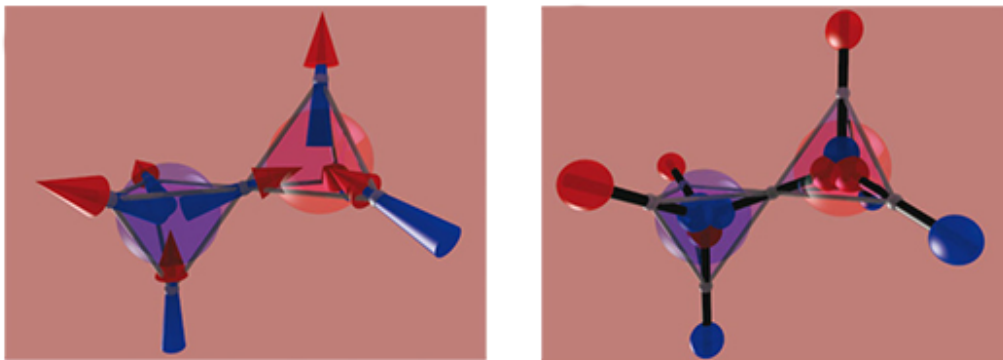
Zaradi členov z  $v_0$  v enačbi (4) je sistem v osnovnem stanju, torej ima najnižjo energijo, če je v središču vsakega tetraedra skupni naboj  $Q_\alpha = 0$ . To pomeni, da morata biti v vsakem središču tetraedra dva pozitivna in dva negativna magnetna monopola. Model "ročk" s tem pravilno reproducira tudi pravila, ki veljajo v ledu ter pojasni frustriranost sistema. To je tudi razlog, da v spinskem ledu pri nizkih temperaturah izmerimo entropijo, ki se ujema s Paulingovo za vodni led, kljub temu, da so interakcije med dipoli dolgega dosega.

### 2.1.2 Vzbujena energijska stanja kot efektivni monopoli

Sistem opisan z modelom "ročk" vzbudimo v prvo višje energijsko stanje tako, da zamenjamo naboja v eni "ročki", oziroma, drugače rečeno, tako da obrnemo dipol. S tem dobimo dve sosednji mesti z nabojema  $\pm q_m = 2\mu/a_d$ , kar predstavlja par *monopol-antimonopol* (Slika 5). Takšne vzbuditev pa lahko neomejeno širimo po mreži naprej z obračanjem naslednjih dipolov pri čemer lednega pravila ne prekršimo znova. Takšna monopola imata, glede na enačbo (4), medsebojno magnetno Coulombsko interakcijo oblike

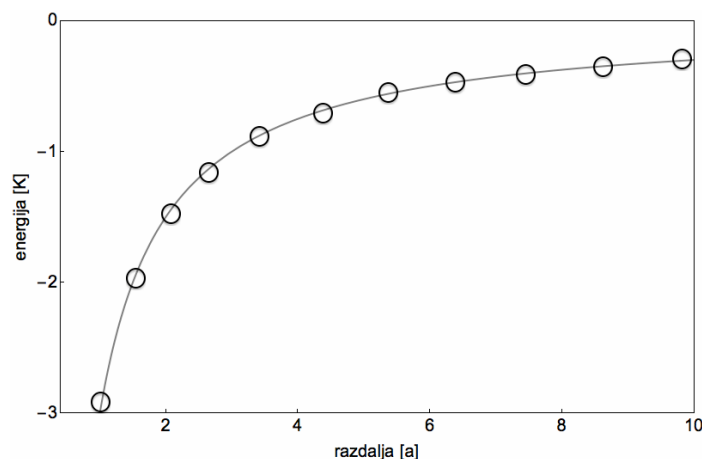
$$V(r) = -\frac{\mu_0 q_m^2}{4\pi r}, \quad (5)$$

ki je prikazana na Sliki 6. Med monopoloma lahko narišemo tudi silnice magnetnega polja, kot je skicirano na Sliki 7. Bistveno je, da se pri obračanju naslednjih dipolov skupna energija sistema spremeni le za končno vrednost in tako potrebujemo le končno veliko energije, da takšna monopola ločimo na poljubno razdaljo. Začetna vzbuditev, torej obrnjen dipol, se spremeni v dva točkasta



**Slika 5.** Vzbujeno stanje sistema pomeni obrnjen dipol v enem izmed tetraedrov. To ustreza efektivnim magnetnim monopoloma v središčih dveh tetraedrov, ki ju lahko ločimo z nadaljnim obračanjem spinov po piroklorni mreži - s tem tvorimo verigo obrnjenih spinov. Na sliki desno vidimo vzbuditev kot jo razumemo v modelu "ročk". Vir slike: [6].

defekta, ki se lahko premikata po mreži. V tem smislu govorimo o *frakcionalizaciji* vzbuditev v snovi. To pomeni, da osnovna vzbuditev sistema, ki je sicer definirana z operacijo na osnovnem gradniku sistema, torej magnetnem dipolu, razpade na dele, manjše od gradnikov sistema, v tem primeru magnetne monopole. Zanimivo je, da je to eden redkih sistemov z dimenzijo večjo od ena, kjer tak pojav opazimo. Poleg tega gre za sistem *klasičnih* dipolov, tako da za frakcionalizacijo v tem primeru kvantni efekti sploh niso potrebni. Na bolj znan primer frakcionalizacije sicer naletimo pri kvantnem Hallovem pojavu, kjer nastali delci nosijo le delček električnega naboja osnovnih delcev elektronov.



**Slika 6.** Beli krogi prikazujejo direktne numerične izračune interakcijske energije (v enotah  $K$ ) med monopoli za dano konfiguracijo spinov v spinskem ledu (Slika 7), kot funkcijo razdalje med efektivnima monopoloma v enotah  $a$ . Ničla energije je postavljena v neskončnost. Črta, s katero se odlično ujema, predstavlja enačbo (5). Vir slike: [6]

To je drugače kot v nekaterih do sedaj opazovanih podobnih sistemih. Znano je namreč, da lahko dolgo verigo magnetnih diplov pojmujeemo kot magnetna monopola različnih predznakov na njenih koncih. V primeru, da hočemo taka efektivna monopola ločiti na večjo razdaljo, moramo v verigo dodati nov dipol, kar pa zaradi interakcij z dipoli *izven* verige zahteva vložek energije. Če bi želeli taka monopola ločiti na neskončno razdaljo, bi torej porabili neskončno energije. To drži za mnoge tridimenzionalne sisteme, kjer je veriga dipolov naravna vzbuditev sistema, kot na primer v urejenem feromagnetu, kjer je daljšanje verige povezano z premikanjem in nastajanjem domenskih sten, za kar je potrebna energija [6]. To je hkrati tudi razlog zakaj v večdimenzionalnih sistemih tako redko opazimo zgoraj omenjeno frakcionalizacijo.

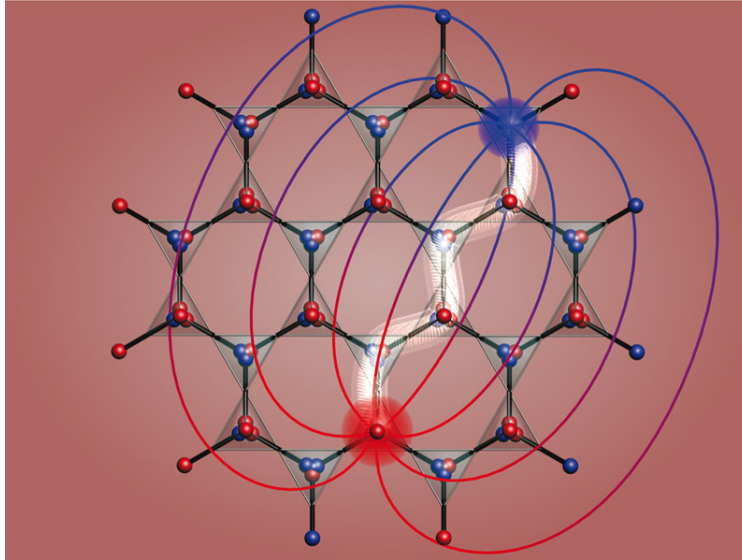
Opisani monopoli v spinskem ledu so le efektivni, zato ne pokažejo vseh lastnosti, ki sem jih predstavil v začetku. Najprej moramo omeniti, da niso kvantizirani, kot je predvidel Dirac, saj je njihova amplituda  $q_m \approx q_D/8000$  za primer  $\text{Ho}_2\text{Ti}_2\text{O}_7$ . Vrednost te amplitude lahko spreminjamo s pritiski na kristalno strukturo s čimer spreminjamo razdaljo  $a_d$ . Veriga obrnjenih dipolov tvori v kristalni mreži pot, ki jo lahko pojmujeemo kot neke vrste Diracovo struno, saj povezuje magnetna monopola. Možnih poti med dvema točkama v mreži je veliko in ob obrnitvi enega spina na eni izmed poti povzročimo nastanek para monopol-antimonopol na njenih koncih. Takšne 'strune' *niso* kvantizirane in *so* opazljive. Shematsko jih prikazuje Slika 7.

### 2.1.3 Vpliv zunanega magnetnega polja

Na koncu se vprašajmo, kako sploh zaznati efektivne magnetne monopole, ki se pojavijo v spinskem ledu. Če bi jih želeli zaznati direktno, bi to najlažje storili z Rutherfordovim sipanjem testnih delcev na materialu. Vendar bi morali biti testni delci v tem primeru prav magnetni monopoli, ki pa jih ni na voljo. Podobni testi z magnetnimi dipoli niso uspešni.

Druga možnost za zaznavo efektivnih magnetnih monopolov pa je njihov odziv na zunanje magnetno polje. Če vklopimo magnetno polje v kristalografski [111] smeri, to deluje kot kemijski potencial za nastanek vzbuditev. Sedaj je za sistem bolj ugodna konfiguracija, ki krši ledna pravila: trije magnetni momenti kažejo proti središču eden pa proč od središča tetraedra (glej Sliko 3 zgoraj). S takim poljem ustvarimo t.i. mrežni plin (*lattice gas*) magnetnih monopolov. Ob majhnih poljih in nizkih temperaturah je teh monopolov malo, kar pomeni, da je gostota "plina" majhna





**Slika 7.** Med poljubnima točkama v kristalni mreži spinskega ledu poteka veliko poti. Na sliki sta magnetna monopola in skicirane so magnetne silnice med njima. Z belo barvo je označena veriga zasukanih dipolov- 'Diracova struna'. Vir slike: [6]

(*low-density phase*). Pri visokih temperaturah se z višanjem gostote magnetnega polja število monopolov (vzbujenih stanj sistema) in s tem magnetizacija materiala zvezno poveča (*high-density phase*). Pri temperaturah nižjih od kritične temperature  $T_c$  pa ima sistem med nizko- in visokogostotno fazo (*gas-liquid transition*) fazni prehod prvega reda, kar pomeni, da ima magnetizacija materiala pri določeni vrednosti gostote magnetnega polja skok [6]. Fazni diagram  $B(T)$  je prikazan na Sliki 8.

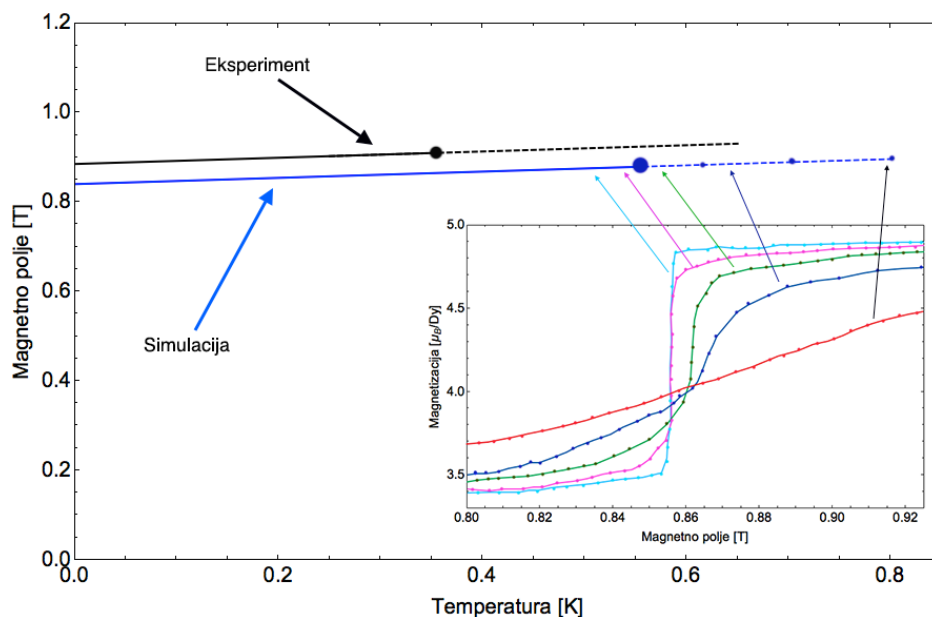
Napoved takšne kritične točke predstavlja dober test za eksperiment. In res, kakor je prikazano na Sliki 8, so obstoj kritične točke dejansko zaznali eksperimentalno, in sicer z meritvami magnetokaloričnega efekta. [6]

#### 2.1.4 Resnično osnovno stanje sistema

V zadnjih raziskavah se fiziki sprašujejo, če je to, kar v tem članku pojmujejo kot osnovno stanje spinskega ledu pri nizkih temperaturah, resnično osnovno stanje. V termičnem ravnovesju so na vzorcu  $\text{Dy}_2\text{Ti}_2\text{O}_7$  opravili meritve specifične toplote in pokazali, da so prejšnje tovrstne meritve narobe opisale obnašanje v nizkotemperaturni limiti. S previdnim merjenjem toplotnega toka v in iz materiala so kot prvi izmerili, da se specifična toplota materiala obnaša drugače pri še nižjih temperaturah in daljših časih meritev, kot so predvidevali raziskovalci pred njimi. Tako so z ohlajanjem pod 0.6 K izmerili entropijo, ki je vendarle nekoliko nižja od izračunane ter izmerjene vrednosti Paulingove entropije za vodni led, ki naj bi ustrezala tudi spinskemu ledu [5].

### 3. Zaključek

V članku sem na kratko predstavil delček področja frustriranih (magnetnih) sistemov z opisom eksotičnega materiala znanega kot spinski led. Zanimive lastnosti, ki jih opazimo v teh materialih, so posledica značilnih interakcij. Med najatraktivnejše spadajo učinkoviti magnetni monopoli, ki se pojavijo kot vzbujena stanja sistema. Imajo medsebojno magnetno interakcijo kot bi jo pričakovali ter, kar je najpomembneje, takšne monopole je možno ločiti na poljubno razdaljo v kristalu.



**Slika 8.** Fazni diagram  $B(T)$  spinskega ledu v magnetnem polju s smerjo [111]. Črna premica prikazuje eksperimentalne podatke, modra pa simulacijo faznega prehoda med visoko- in nizkogostotno fazo. Debelejši piki na koncu premic označujeta kritični točki prehodov. Na vstavljenem grafu vidimo magnetizacijo na Dy ion v enotah  $\mu_B$  kot funkcijo magnetnega polja. Nad kritično temperaturo (rdeča krivulja) je magnetizacija zvezna funkcija temperature, pod njo (svetlo modra krivulja) pa ima skok pri določeni vrednosti magnetnega polja. Vir slike: [6].

Leta 2010 so poročali o t. i. umetnem spinskem ledu, ki je kobaltova dvodimenzionalna mreža s strukturo satovja, torej šestkotne ravninske mreže, kjer se magnetni dipolni momenti v vsaki točki mreže srečajo in so prav tako magnetni frustriran sistem z svojim lednim pravilom. V takem sistemu opazimo vzbuditve kot magnetne monopole že pri sobni temperaturi. Z mikroskopom na atomsko silo so posneli slike teh defektov ter magnetnih tokov [10].

Področje je tako še zmeraj aktualno, predvsem v smeri dokončne razrešitve problema osnovnega stanja sistema spinskega ledu, ki so ga, kot sem zapisal, raziskovalci pred kratkim postavili pod vprašaj z meritvami entropije pri izjemno nizkih temperaturah, ki se ne sklada s prejšnjimi, tu predstavljenimi, domnevami [5]. Zanimivo pa ostaja tudi vprašanje toka takih magnetnih monopolov in njihovih morebitnih koristi v (računalniški) tehnologiji.

## LITERATURA

- [1] B. Cabrera, *First results from a superconductive detector for moving magnetic monopoles*, Phys. Rev. Lett., **48** (20) (1982), 1378- 1381.
- [2] M.W. Ray, E. Ruokokoski, S. Kandel †, M. Möttönen & D. S. Hall, *Observation of Dirac monopoles in a synthetic magnetic field*, Nature, **505** (2014), 657-660.
- [3] R. Podgornik, A. Vilfan, *Elektromagnetno polje*, DMFA- založništvo, Ljubljana, 2012.
- [4] S. T. Bramwell, M. J. P. Gingras, *Spin Ice State in Frustrated Magnetic Pyrochlore Materials*, Science, **294** (2001), 1495-1501.
- [5] D. Pomaranski, L. R. Yaraskavitch, S. Meng, K. A. Ross, H. M. L. Noad, H. A. Dabkowska, B. D. Gaulin & J. B. Kycia, *Absence of Pauling's residual entropy in thermally equilibrated  $Dy_2Ti_2O_7$* , Nature Physics, **9** (2013), 353-356.
- [6] C. Castelnovo, R. Moessner & S. L. Sondhi, *Magnetic monopoles in spin ice*, Nature, **451** (2008), 42-45.
- [7] C. Castelnovo, R. Moessner & S. L. Sondhi, *Spin ice, Fractionalization and Topological Order*, Annu. Rev. Condens. Matter Phys., **3** (2012), 35-55.
- [8] C. Paulsen, M. J. Jackson, E. Lhotel, B. Canals, D. Prabhakaran, K. Matsuhira, S. R. Giblin and S. T. Bramwell, *Far-from-equilibrium monopole dynamics in spin ice*, Nature Physics, **10** (2014), 135-139.
- [9] C. L. Henley, *The Coulomb Phase in Frustrated Systems*, Annu. Rev. Condens. Matter. Phys., **1** (2010), 179-210.

- [10] S. Ladak, D. E. Read, G. K. Perkins<sup>1</sup>, L. F. Cohen & W. R. Branford, *Direct observation of magnetic monopole defects in an artificial spin-ice system*, Nature Physics, **6** (2010), 359-363.